Planification des réapprovisionnements pour système d'assemblage à deux niveaux quand les délais d'approvisionnement sont aléatoires

Oussama Ben-Ammar, Faicel Hnaien, Hélène Marian, Alexandre Dolgui

Planification des réapprovisionnements pour système d'assemblage à deux niveaux quand les délais d'approvisionnement sont aléatoires

Oussama Ben Ammar[1], Faicel Hnaien[2], Hélène Marian[1], Alexandre Dolgui[1]

[1] EMSE-FAYOL (CNRS UMR6158, LIMOS), École Nationale Supérieure des Mines de Saint-Étienne
158 Cours Fauriel, 42023 Saint-Etienne cedex 2, France
{obenammar, marian, dolgui}@emse.fr

[2] ICD-LOSI (UMR-STMR CNRS 6279), Université de Technologie de Troyes
12 rue Marie Curie, 10 010 Troyes Cedex, France
faicel.hnaien@utt.fr

Mots-clés *: Planification des réapprovisionnements, délais d'approvisionnement aléatoires, systèmes d'assemblage à deux niveaux, Borne inférieure.*

1 Introduction

Notre étude concerne la planification des systèmes d'assemblage à deux niveaux. Ce travail se situe dans la continuité des travaux de [1- 4]. Nous considérons un produit fini fabriqué à partir de plusieurs composants, ces composants étant eux-mêmes obtenus à partir d'autres composants. Nous supposons que la demande en produit fini est connue, les délais d'approvisionnement en composants sont aléatoires et le modèle est mono-période. Notre objectif est alors de minimiser l'espérance du coût total qui est composé du coût de stockage des composants et du coût de rupture en produit fini. Nous proposons une formulation analytique du problème, ainsi qu'une borne inférieure qui peut être utilisée pour résoudre le problème d'une manière exacte avec une procédure par séparation et évaluation. Une résolution exacte du problème permettra de réaliser une comparaison entre notre méthode exacte et la méthode approchée développée dans [1,4].

2 Description du problème :

Nous utilisons par la suite les notations suivantes :

- T: Date de livraison du produit fini
- D: Demande (connue) en produits finis pour la date T, sans perdre de généralité on pose $D = 1$
- N_l: Nombre de types de composants au niveau $l, l \in \{1,2\}$
- $c_{i,l}$: L'ensemble des composants nécessaires à l'assemblage d'un composant $S_{i,l-1}$
- $L_{i,l}$: Délai d'approvisionnement d'un composant de type $c_{i,l}$ (variable aléatoire discrète)

- $u_{i,l}$: Valeur maximale de $L_{i,l}$; chaque $L_{i,l}$ varie dans l'intervalle $[1, u_{i,l}]$
- $U_{i,2} = u_{i,1} + u_{k,2}$: Valeur maximale de $(L_{i,1} + L_{k,2})$; $\forall\, c_{k,l} \in S_{i,l-1}$, $L_{i,1} + L_{k,2}$ varie dans $[T - (u_{i,1} + u_{k,2}), T - 2]$
- $h_{i,l}$: Coût unitaire de stockage des composants $c_{i,l}$ sur un intervalle de temps unitaire (c.à.d. pour un composant pour une unité de temps de stockage)
- b: Coût unitaire de rupture en produit fini sur un intervalle de temps unitaire (c.à.d. pour un exemplaire du produit fini pour une unité de temps de retard de livraison)
- $x_{i,l}$: Délai d'approvisionnement calculé pour les composants de type $c_{i,2}$ (temps de cycle planifié)
- $F_{i,2}(.)$: Fonction de répartition de la variable aléatoire $L_{i,2}$
- $(-X_{i,2})$: Variable de décision : Date de lancement des composants de type $c_{i,2}$ (c.à.d. au deuxième niveau)
- $E[\![.]\!]$: L'espérance mathématique de $[\![.]\!]$
- $P[\![.]\!]$: La probabilité de $[\![.]\!]$
- ${M_{PF}}^{+} = max(M_{1,0}, T)$
- ${M_{PF}}^{-} = min(M_{1,0}, T)$
- $M_{1,0} = \max\limits_{i=1,..,N_2} (M_{i,1} + L_{i,1})$
- $M_{i,1} = \max\limits_{c_{k,2} \in S_{i,1}} (L_{k,2} - X_{k,2})$
- $\sum_{i=1}^{N_1} H_i = \sum_{i=1}^{N_2} (h_{i,1} - \sum_{c_{k,2} \in S_{i,1}} h_{k,2})$
- $K = \sum_{i=1}^{N_1} h_{i,1} + b$

3 Modélisation mathématique :

Proposition 1 *Le coût total est une variable aléatoire, son espérance mathématique est égale à :*

$$EC[\![X]\!] = K \times \left(\sum_{s \geq T} \left(1 - \prod_{i=1,\dots,N_1} \sum_{o_1 + o_2 = s} P[\![L_{i,1} = o_1]\!] * \prod_{c_{k,2} \in S_{i,1}} F_{k,2}(X_{k,2} + o_2) \right) - \sum_{s \geq 0} \left(\prod_{i=1,\dots,N_1} \sum_{o_1 + o_2 = s} P[\![L_{i,1} = o_1]\!] * \prod_{c_{k,2} \in S_{i,1}} F_{k,2}(X_{k,2} - o_2 - 1) \right) \right)$$

$$-\sum_{i=1}^{N_1} H_i \sum_{s\geq 0}\left(1-\prod_{c_{k,2}\in S_{i,1}} F_{k,2}(X_{k,2}+s)-\prod_{c_{k,2}\in S_{i,1}} F_{k,2}(X_{k,2}-s-1)\right)$$
$$+\sum_{i=1}^{N_2} h_{i,2} E[\![X_{i,2}]\!]-\sum_{l=1}^{2}\left(\sum_{i=1}^{N_l} h_{i,l} E[\![L_{i,l}]\!]\right)+\sum_{i=1}^{N_1} h_{i,1}\, T \qquad (1)$$

4 Optimisation :

4.1 Problème à résoudre :

Notre problème peut donc se modéliser par le problème d'optimisation suivant :

$\min(EC[\![X]\!])$ sous les contraintes :

$$\begin{cases} X_{i,2} = x_{i,1} + x_{k,2} & (2) \\ U_{i,2} = T - \mathrm{E}[\![L_{i,1} + L_{k,2}]\!] & (3) \\ T - u_{i,1} - u_{k,2} \leq X_{i,2} \leq U_{i,2} & (4) \\ 1 \leq x_{i,l} \leq u_{i,l} & (5) \end{cases}$$

4.2 Borne inférieure

Nous nous trouvons alors face à une fonction non linéaire à variables entières (Equation 1). Dès que l'énumération explicite de tout l'espace de recherche devient impossible (c.à.d. quand la taille du problème est importante), il est nécessaire d'utiliser des outils de la recherche opérationnelle performants afin de pouvoir trouver soit la solution optimale, soit au moins une bonne solution obtenue à l'aide d'une méthode approchée.

Nous utilisons ici une procédure d'optimisation exacte et efficace de type par Séparation et Évaluation (PSE) que nous avons développée pour résoudre ce problème.

Soit $X = (X_{1,2}, \dots, X_{i,2}, \dots, X_{N_2,2})$ un vecteur qui représente les dates de lancement des ordres aux fournisseurs des composants de type $c_{i,2}$. Les nœuds au premier niveau de l'arbre de recherche correspondent aux différentes dates de lancement d'ordres au fournisseur du premier composant de la nomenclature. $X = (a_{1,2}, \cdots, a_{k',2}, 0, \dots, 0)$ est un vecteur définissant le ${a_{k',2}}^{\text{ème}}$ nœud du $k'^{\text{ème}}$ niveau de l'arbre de recherche.

Proposition 2 *La valeur BI est une borne inférieure pour la fonction coût.* $\forall z \in IN \mid c_{k',2} \in S_{z,1}$, *et* $z' \in IN \mid c_{k'',2} \in S_{z',1}$, $c_{k''+1,2} \in S_{z'+1,1}$ *et* $k'' \leq k'$, *cette borne s'écrit comme suit :*

$$BI = \left(\sum_{i=1}^{z'}\left(\sum_{c_{k,2}\in S_{i,1}} h_{k,2}\right)-h_{i,1}\right)\left(\sum_{s\geq 0}\begin{pmatrix} 1-\prod_{c_{r,2}\in S_{i,1}} F_{r,2}(-a_{r,2}+s) \\ -\prod_{c_{r,2}\in S_{i,1}} F_{r,2}(-a_{r,2}-s-1)\end{pmatrix}\right)$$

$$
\begin{aligned}
&+\sum_{\substack{c_{k,2}\in S_{z,1}\\ k''<k\leq k'}} h_{k,2}\left(\sum_{s\geq 0}\left(1-\left(\begin{array}{l}\displaystyle\prod_{\substack{c_{r,2}\in S_{z,1}\\ r\leq k'}} F_{r,2}(a_{r,2}+s)\times\prod_{\substack{c_{r,2}\in S_{z,1}\\ r>k'}} F_{r,2}(s)\\ \displaystyle +\prod_{\substack{c_{r,2}\in S_{z,1}\\ r\leq k'}} F_{r,2}(a_{r,2}-s-1)\times\prod_{\substack{c_{r,2}\in S_{z,1}\\ r>k'}} F_{r,2}(-s-1)\end{array}\right)\right)\right)\\
&+\left(\sum_{i=1}^{z'} h_{i,1}+b\right)\left(\begin{array}{l}\displaystyle\sum_{s\geq T}\left(1-\left(\begin{array}{l}\displaystyle\prod_{i=1}^{k'}\left(\sum_{o_1+o_2=s}\left(Pr[\![L_{i,1}=o_1]\!]\prod_{c_{k,2}\in S_{i,1}} F_{k,2}(a_{k,2}+o_2)\right)\right)\\ \displaystyle\times\prod_{i=k'+1}^{N_1}\left(\sum_{o_1+o_2=s}\left(Pr[\![L_{i,1}=o_1]\!]\prod_{c_{k,2}\in S_{i,1}} F_{k,2}(o_2)\right)\right)\end{array}\right)\right)\\ \displaystyle -\sum_{s\geq 0}\left(\begin{array}{l}\displaystyle\prod_{i=1}^{k'}\left(\sum_{o_1+o_2=s}\left(Pr[\![L_{i,1}=o_1]\!]\prod_{c_{k,2}\in S_{i,1}} F_{k,2}(a_{k,2}-o_2-1)\right)\right)\\ \displaystyle\times\prod_{i=k'+1}^{N_1}\left(\sum_{o_1+o_2=s}\left(Pr[\![L_{i,1}=o_1]\!]\prod_{c_{k,2}\in S_{i,1}} F_{k,2}(-o_2-1)\right)\right)\end{array}\right)\end{array}\right)\\
&+\sum_{i=1}^{z'} h_{i,1}T-\sum_{i=1}^{z'}\left(h_{i,1}E[\![L_{i,1}]\!]\right)-\sum_{i=1}^{k'}\left(h_{i,2}E[\![L_{i,2}-a_{i,2}]\!]\right) \qquad (6)
\end{aligned}
$$

5 Conclusions et perspectives

Nous nous intéressons à la planification des réapprovisionnements des systèmes d'assemblage quand les délais d'approvisionnement en composants sont aléatoires. Cette démarche s'inscrit dans l'étude plus générale du paramétrage de la méthode MRP. A cours terme, nous sommes en train de mettre en place la méthode exacte qui se base sur une Procédure par Séparation et Évaluation. Nous pensons aussi à étendre le modèle et les techniques proposées aux systèmes d'assemblage multi-niveaux dans un contexte multi-période.

Références

[1] O. Ben Ammar, H. Marian, A. Dolgui. Configuration d'un système d'assemblage multi-niveau sous incertitudes des délais d'approvisionnement. *Dans Proceedings of MOSIM'12 - 9th International Conference on Modeling, Optimization & SIMulation*, page 10p, Bordeaux, France, (2012).

[2] A. Dolgui, F. Hnaien, M-A. Ould Louly, H. Marian, Parameterization of MRP for supply planning under uncertainties of lead times. In (Ed.), V. K., editor, Supply Chain, pages p. 247–262, ISBN 978–3–902613–22–6. *I-Tech Education and Publishing*, (2008).

[3] S. Fallah-Jamshidi, N. Karimi, M. Zandieh. A hybrid multi-objective genetic algorithm for planning order release date in two-level assembly system with random lead times. *Expert Systems with Applications*. (2011).

[4] F. Hnaien, X. Delorme, A. Dolgui. Genetic algorithm for supply planning in two-level assembly systems with random lead times. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 22: 906–915, (2009).