HAL
open science

Déformation plastique monocristaux de structure cubique centrée en compression plane

B. Orlans-Joliet

To cite this version:

B. Orlans-Joliet. Déformation plastique monocristaux de structure cubique centrée en compression plane. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, 1989. Français. NNT : . tel-01144742

HAL Id: tel-01144742

https://hal-emse.ccsd.cnrs.fr/tel-01144742v1

Submitted on 22 Apr 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

COLE NATIONALE SUPERIEURE
DES MINES DE SAINT-ETIENNE

N° d'ordre 27MD

THESE

présentée par

Bertine ORLANS-JOLIET

pour obtenir le titre de

DOCTEUR

DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE PARIS
ET DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE SAINT-ETIENNE

(Spécialité : Sciences des Matériaux et Métallurgie)

DEFORMATION PLASTIQUE DE MONOCRISTAUX DE STRUCTURE CUBIQUE CENTREE EN COMPRESSION PLANE

soutenue à SAINT-ETIENNE le 11 juillet 1989

composition du jury :

Monsieur	R. PENELLE	Président
Messieurs	G. CAILLETAUD	
	J. DRIVER	
	R. FORTUNIER	Examinateurs
	F. MOUSSY	
	M. WINTENBERGER	

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
DES MINES DE SAINT-ETIENNE

N° d'ordre 27MD

THESE

présentée par

Bertine ORLANS-JOLIET

pour obtenir le titre de

DOCTEUR

DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE PARIS
ET DE L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE SAINT-ETIENNE

(Spécialité : Sciences des Matériaux et Métallurgie)

DEFORMATION PLASTIQUE DE MONOCRISTAUX DE STRUCTURE CUBIQUE CENTREE EN COMPRESSION PLANE

soutenue à SAINT-ETIENNE le 11 juillet 1989

composition du jury :

Monsieur	R. PENELLE	Président
Messieurs	G. CAILLETAUD	
	J. DRIVER	
	R. FORTUNIER	Examinateurs
	F. MOUSSY	
	M. WINTENBERGER	

B.R.I.S.E E.M.S.E
3 4200 00724878 0

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES MINES DE SAINT ETIENNE

Directeur	:	M. Philippe	SAINT RAYMOND
Directeur des Etudes	:	M. Jean	CHEVALIER
Directeur des Recherches	:	M. François	MUDRY
Secrétaire Général	:	M. J.Claude	PIATEK

PROFESSEURS DE 1ère CATEGORIE

MM.	COINDE	Alexandre	Economie
	FORMERY	Philippe	Mathématiques Appliquées
	GOUX	Claude	Métallurgie
	LE COZE	Jean	Matériaux
	LOWYS	Jean-Pierre	Physique
	MATHON	Albert	Gestion
	PERRIN	Michel	Géologie
	PEROCHE	Bernard	Informatique
	PLA	Jean-Marie	Mathématiques
	RIEU	Jean	Mécanique-Résistance des Matériaux
	SOUSTELLE	Michel	Chimie
	VERCHERY	Georges	Mécanique et Matériaux

PROFESSEURS DE 2ème CATEGORIE

MM.	LADET	Pierre	Automatique
	TOUCHARD	Bernard	Physique Industrielle

DIRECTEUR DE RECHERCHE

M.	LESBATS	Pierre	Métallurgie

MAITRES DE RECHERCHE

MM.	BISCONDI	Michel	Métallurgie
	COURNIL	Michel	Chimie
	DAVOINE	Philippe	Hydrogéologie
	DRIVER	Julian	Matériaux
Mle	FOURDEUX	Angeline	Matériaux
MM.	GIRARDOT	Jean-Jacques	Informatique
	GUILHOT	Bernard	Chimie
	KOBYLANSKI	André	Métallurgie
	LALAUZE	René	Chimie
	LANCELOT	Francis	Génie Electrochimique-Biotechnologie
	MONTHEILLET	Franck	Matériaux
	THEVENOT	François	Génie des Matériaux
	THOMAS	Gérard	Chimie
	TRAN MINH	Cahn	Génie Electrochimique-Biotechnologie

PERSONNALITE HABILITEE A DIRIGER LES TRAVAUX DE RECHERCHE.

M.	MAGNIN	Thierry	Matériaux

PROFESSEUR A L'U.E.R. DE SCIENCES DE SAINT-ETIENNE

M.	VERGNAUD	Jean-Marie	Chimie des Matériaux

A Patrick.

A mes parents.

Remerciements.

Ce travail a été réalisé dans le département de Matériaux de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne, sous la direction de Monsieur J.H. DRIVER, Maître de Recherche, que je tiens à remercier très sincèrement pour les conseils et les encouragements qu'il m'a apportés ainsi que pour l'amitié et la confiance qu'il m'a témoignées tout au long de ce travail.

Que Monsieur F. MONTHEILLET, Directeur de Recherche au C.N.R.S. (Ecole des Mines de Saint-Etienne), trouve ici le témoignage de ma reconnaissance pour la sympathie et l'aide qu'il m'a prodiguées.

Je remercie Monsieur R. PENELLE, Directeur de Recherche au C.N.R.S. (Université de Paris Sud), d'avoir accepté d'être rapporteur de cette étude et de présider le jury.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur M. WINTENBERGER, Conseiller Scientifique à Pechiney, pour l'expérience et les conseils dont il m'a fait bénéficier, et pour avoir consenti à être rapporteur de cette thèse.

Je remercie également Messieurs G. CAILLETAUD, Maître de Recherche à l'Ecole des Mines de Paris et F. MOUSSY, Chef du Service de Mise en Forme à l'I.R.S.I.D.,et tout particulièrement Monsieur R. FORTUNIER, Chargé de Recherche à l'Ecole des Mines de Saint-Etienne d'avoir accepté d'être menbres du jury.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur J.J. JONAS, Professeur à l'Université de Mac Gill de Montréal pour l'accueil qu'il m'a réservé dans son laboratoire et pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

J'adresse mes remerciements à toutes les personnes de l'Ecole qui m'ont aidée à mener à bien cette étude, et plus particulièrement à Mademoiselle H. BRUYAS pour sa contribution à la réalisation technique de ce travail.

A tous mes camarades de thèse, je tiens à exprimer toute ma sympathie pour les bons moments passés ensemble.

TABLE DES MATIERES

Pages

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES 3

1.1 Textures dans les métaux cubiques centrés 7

1.2 Déformation plastique de monocristaux 9

1.2.1 Théorèmes généraux 9

1.2.2 Résultats expérimentaux sur les monocristaux de métaux cubiques centrés 13

1.3 Passage du monocristal au polycristal 23

1.3.1 Modèles dits "auto-cohérents" 23

1.3.2 Modèles de Taylor et de Taylor relâchés 25

1.3.2.1 Modèles de Taylor 25

1.3.2.2 Modèles de Taylor relâchés 27

1.4 Conclusions et objectifs 32

CHAPITRE 2 SURFACES D'ECOULEMENT PLASTIQUE DE MONOCRISTAUX CUBIQUES CENTRES (cas du glissement sur $\{110\}\langle 111\rangle$ et $\{112\}\langle 111\rangle$) 35

2.1 Notation et systèmes de glissement 36

2.2 Définition d'une surface d'écoulement plastique 39

2.3 Tabulation des polyèdres critiques correspondant à un mode de glissement unique 41

2.4 Construction du polyèdre mixte 43

2.4.1 Détermination de l'intervalle d'existence du polyèdre mixte en fonction du rapport des cissions critiques ξ 43

2.4.2 Caractérisation des sommets du polyèdre mixte pour des cissions critiques identiques sur $\{110\}$ et $\{112\}$: $\xi = 1$ 46

2.5 Configurations de la surface d'écoulement pour tout l'intervalle d'existence du glissement mixte 51

2.5.1 Validité de la configuration du polyèdre critique pour $\xi = 1$ 51

2.5.2 Configuration du polyèdre mixte pour l'intervalle $\sqrt{3}/2 < \xi < 5/3\sqrt{3}$ 52

2.6 Dépendance de la norme des vecteurs de contrainte en fonction de ξ 63

2.7 Discussion et conclusion 64

CHAPITRE 3 COMPRESSION PLANE DE MONOCRISTAUX CUBIQUES CENTRES 65

3.1 Méthodes expérimentales 67

3.1.1 Dispositif de compression plane 67

3.1.2 Elaboration des échantillons 67

3.1.3 Réalisation de l'essai de compression plane 71

3.2 Méthodes de calculs 74

3.2.1 Application du modèle généralisé de Taylor-Bishop-Hill au cas de la compression plane 75

3.2.2 Hypothèses sur les cissions résolues critiques des systèmes de glissement 81

CHAPITRE 4 RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX EN COMPRESSION PLANE 85

4.1 Déformation homogène 98

4.1.1 Rotations cristallines et cisaillements finis 98

4.1.2 Lignes de glissement 130

4.1.2.1 Influence de la contrainte normale 145

4.1.2.2 Discussion 145

4.1.3 Courbes cission critique - déformation totale 146

4.1.4 Conclusions 151

4.2 Déformation hétérogène 153

4.2.1 Orientation C $\simeq(1\ 0\ 1)[2\ \bar{3}\ \bar{2}]$ 153

4.2.2 Orientation H $\simeq(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$ 161

4.2.3 Orientation G $\simeq(2\ 3\ 0)[\bar{3}\ 2\ 0]$ 171

4.2.4 Conclusions 178

CHAPITRE 5 DISCUSSION ET CONCLUSIONS 179

ANNEXE 1 LES ARETES 3E ET 2B 189

ANNEXE 2 L'ORIENTATION $(1\ 1\ 1)[1\ 1\ \bar{2}]$ 199

BIBLIOGRAPHIE 202

INTRODUCTION

Notre but est de caractériser et de modéliser le comportement plastique en grandes déformations de monocristaux cubiques centrés en compression plane. Ce travail s'insère dans le cadre d'une meilleure compréhension et prévision des phénomènes d'anisotropie plastique et de textures de déformation lors des procédés de mise en forme.

Quelques rappels bibliographiques, présentés dans le premier chapitre, permettent de situer ce travail parmi les études déjà réalisées sur la déformation plastique des métaux cubiques centrés. D'une part, nous résumons les principales théories de la déformation plastique du monocristal en général, ainsi que différents modèles permettant le passage du comportement plastique du grain à celui de l'aggrégat. D'autre part, dans le cadre plus particulier des métaux cubiques centrés, nous présentons les textures de laminage obtenues sur des tôles polycristallines, mais aussi sur des monocristaux. Nous décrivons également quelques expériences réalisées sur des cristaux orientés, pour la plupart en glissement simple, afin d'étudier les systèmes de glissement, leurs cissions critiques et leurs écrouissages en cours de déformation.

Dans un second chapitre, nous caractérisons de façon complète l'influence du rapport des cissions critiques sur la configuration de la surface d'écoulement des monocristaux cubiques centrés pour le glissement sur les systèmes $\{110\}\langle 111\rangle$ et $\{112\}\langle 111\rangle$. Ce travail original nous permet, notamment d'évaluer l'importance du problème de l'indétermination sur les systèmes actifs lors des calculs numériques dans le cas du glissement mixte.

Au chapitre 3, nous présentons les techniques expérimentales et les méthodes de calculs mises en oeuvre lors de la caractérisation du comportement plastique de monocristaux en compression plane. Cet essai permet d'imposer de grandes déformations au cristal dans des conditions de glissement qui sont voisines de celles du laminage. Le modèle utilisé est une généralisation de la théorie de Taylor-Bishop-Hill, basé sur la loi de Schmid et tenant compte des conditions aux limites mixtes de l'essai.

Dans cette partie, nous énumérons également les différentes hypothèses sur les cissions critiques des systèmes de glissement, prises en considération lors des simulations numériques.

Dans le chapitre 4, nous caractérisons par des essais de compression plane sur monocristaux non seulement les rotations cristallines, responsables de la formation d'une texture de déformation, mais aussi les relations contrainte - déformation, les changements de forme et les systèmes actifs en fonction de l'orientation. De plus, pour une même orientation, ces essais sont réalisés sur différents métaux cubiques centrés, afin de mettre en évidence une éventuelle variation du comportement plastique en fonction du matériau. Les deux métaux choisis pour cette étude sont l'alliage Fe-Si et le niobium en raison de leurs différences microscopiques telles que les contraintes d'écoulement et la mobilité des dislocations. Nous essayons également, à travers les résultats obtenus pour les cristaux se déformant de façon homogène, d'atteindre les valeurs des cissions critiques sur les différents systèmes de glissement à partir du modèle de déformation présenté au chapitre 3. Pour terminer, nous présentons une analyse des hétérogénéités de déformation rencontrées dans ce travail.

Dans un dernier chapitre, nous présentons une discussion de l'ensemble des résultats obtenus lors de cette étude. Tout d'abord, nous exposons les limitations d'utilisation du polyèdre critique pour le glissement mixte tel qu'il est défini au chapitre 2. Nous présentons ensuite, les différences et les similitudes observées en laminage et en compression plane, au niveau du comportement plastique de monocristaux de Fe-Si et de Nb. En outre, la comparaison des résultats expérimentaux aux prévisions théoriques concernant les essais de compression plane nous permet de proposer des valeurs pour les cissions critiques sur les systèmes $\{110\}\langle 111\rangle$ et $\{112\}\langle 111\rangle$ en conditions de glissement multiple.

* *
*

CHAPITRE I

RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES

Dans ce chapitre, nous présentons une vue d'ensemble du comportement plastique des métaux cubiques centrés en grandes déformations en vue de la prévision de leurs textures de laminage.

Pour cela, après un aperçu des textures constatées en laminage à froid de ces matériaux, nous décrivons diverses théories qui, considérant que ces textures sont dues principalement à la déformation individuelle des grains, se sont intéressées au problème du comportement plastique des monocristaux. Ensuite, différentes expériences en grandes déformations plastiques, réalisées sur des cristaux cubiques centrés, nous permettent d'évoquer certains problèmes tels que le choix des systèmes de glissement et l'évaluation de leurs cissions résolues critiques.

De plus, nous résumons différents modèles mathématiques élaborés afin d'expliquer le comportement plastique des polycristaux à partir de celui des monocristaux. Nous présentons également quelques applications de ces modèles à la prévision des textures de laminage des métaux cubiques centrés.

Pour terminer, nous définissons à la lumière de ces connaissances les objectifs que nous nous sommes fixés lors de ce travail.

* *
*

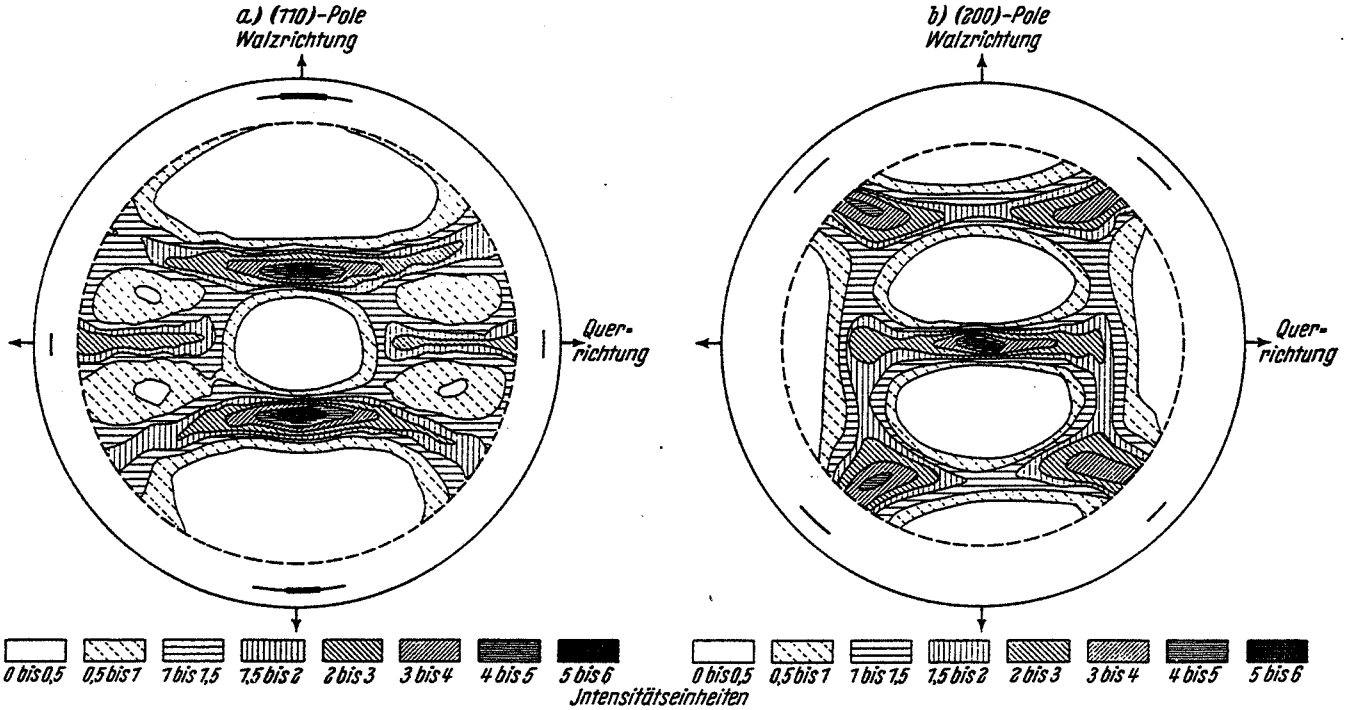


Figure 1.1 Figures de pôles (1 1 0) et (2 0 0) des textures de laminage à froid du Fe-2,8 % Si après 92 % de réduction (Möller et Stäblein, 1958).

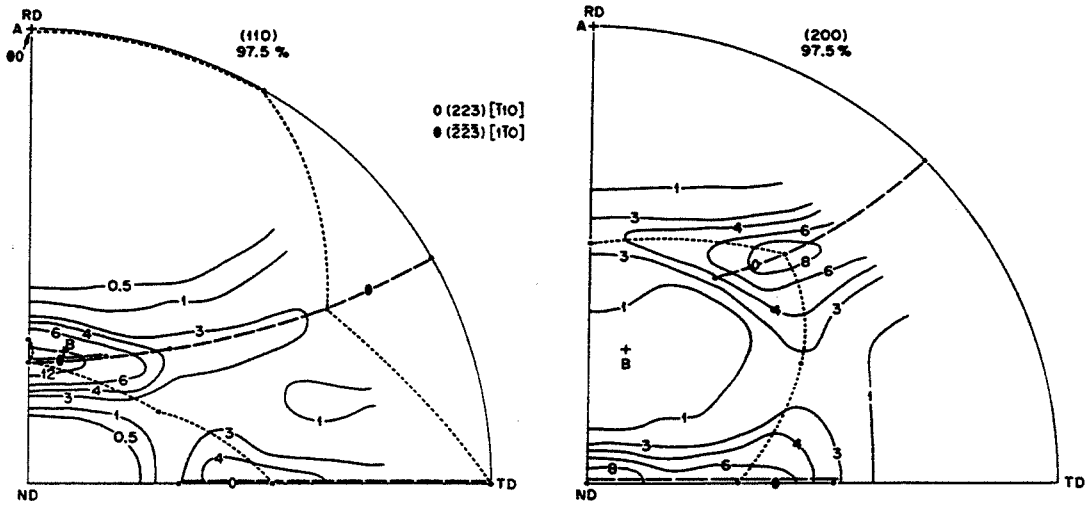


Figure 1.2 Figures de pôles (1 1 0) et (2 0 0) des textures de laminage à froid du Nb après 97,5 % de réduction (Vandermeer et Ogle, 1968).

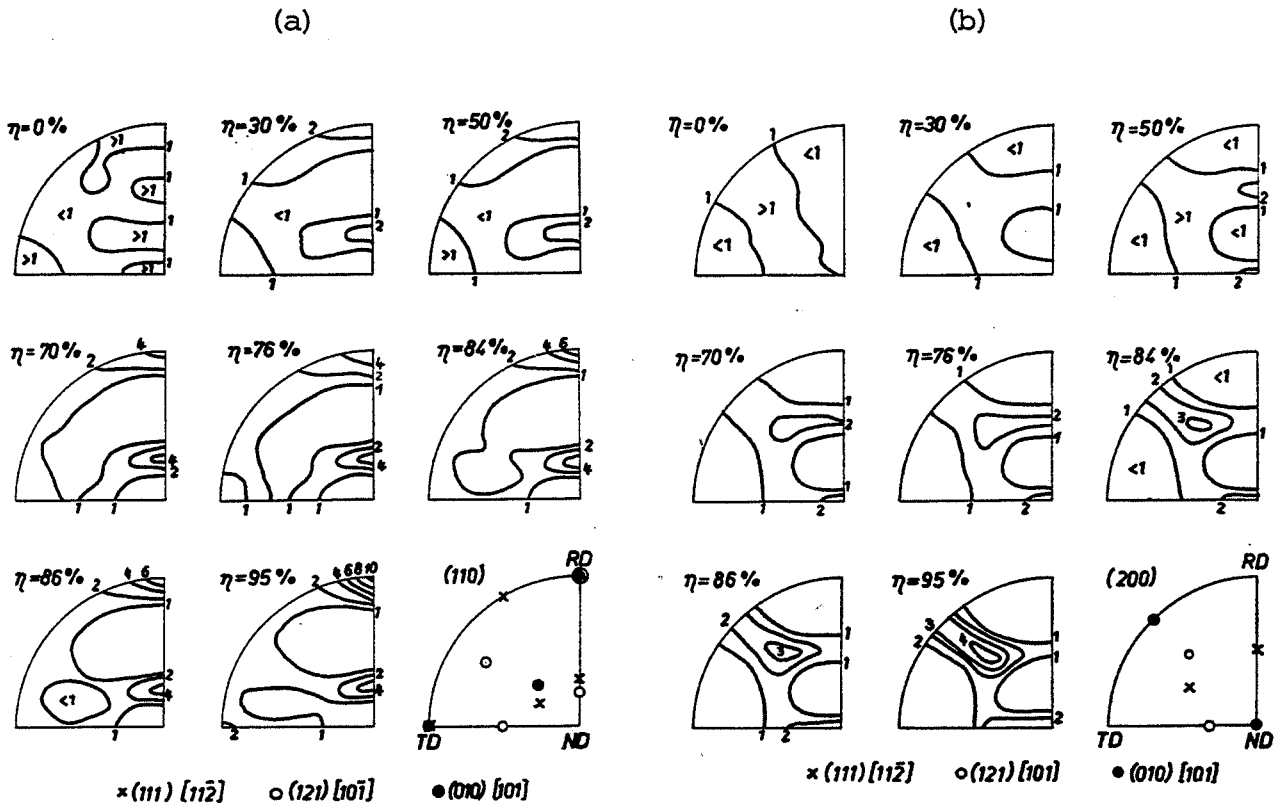


Figure 1.3 Figures de pôles (1 1 0)(a) et (2 0 0)(b) des textures de laminage à froid pour différents taux de réduction η du Fe-α (Schlafer et Bunge, 1974).

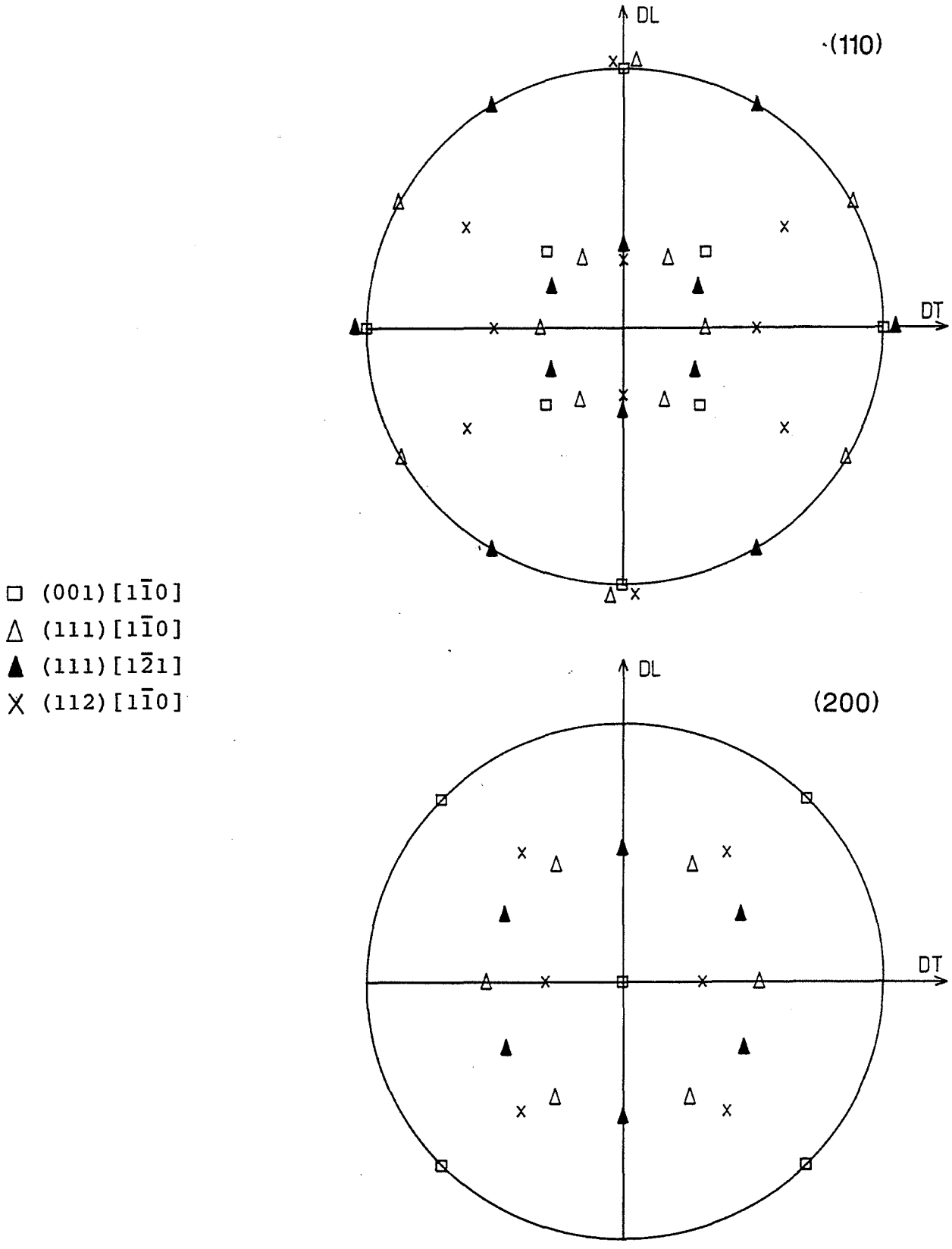


Figure 1.4 Représentation sur les figures de pôles (1 1 0) et (2 0 0) des positions des 4 orientations idéales : (0 0 1)[1 $\bar{1}$ 0], (1 1 1)[1 $\bar{1}$ 0], (1 1 1)[1 $\bar{2}$ 1] et (1 1 2)[1 $\bar{1}$ 0].

1.1 TEXTURES DANS LES METAUX CUBIQUES CENTRES

Les textures de déformation produites lors des procédés de mise en forme jouent un rôle important de par l'anisotropie du matériau qui en résulte, que ce soit au niveau du comportement mécanique, magnétique, électrique, etc... Dans ce travail, nous nous intéressons plus particulièrement aux textures de laminage puisqu'il s'agit du principal procédé de fabrication de tôles métalliques.

Les textures de laminage à froid des métaux cubiques centrés sont très voisines qu'il s'agisse d'un métal pur tel que le niobium (Vandermeer et Ogle, 1968), le molybdène (Segmuller et Wasserman, 1960), le vanadium (Mc Hargue et Hammond, 1952), le tungstène (Pugh, 1958), ou de différents alliages (Evans, Bitcon et Hughes, 1969), (Wever et Botticher, 1966) et (Moller et Stablein, 1958). De plus, ces textures sont peu influencées par la température de laminage (Haessner et Mayer-Rosa, 1967) et (Hu, 1974). Les figures de pôles (1 1 0) et (2 0 0) des textures de laminage à froid, pour les 2 matériaux étudiés dans ce travail : Fe-Si et Nb, sont présentées à la figure 1.1 pour le Fe-2,8 % Si après un taux de réduction de 92 % et à la figure 1.2 pour le Nb après 97,5 % de déformation. Nous constatons que celles-ci se composent des mêmes zones de faible et de forte intensité de diffraction.

Pour le fer-α, une étude approfondie par diffraction de neutrons au lieu de rayons X, de l'évolution de la texture en fonction du taux de laminage η a été réalisée par Schläfer et Bunge (1974). Les résultats obtenus pour des taux de réduction de 0, 30, 50, 70, 76, 84, 86 et 95 % sont représentés à la figure 1.3 pour 2 figures de pôles : (1 1 0) et (2 0 0), et sont interprétées à partir de 3 orientations idéales : $(1\ 1\ 1)[1\ 1\ \bar{2}]$, $(1\ 2\ 1)[1\ 0\ \bar{1}]$ et $(0\ 1\ 0)[1\ 0\ 1]$. En comparant les figures de pôles (1 1 0) et (2 0 0) du Fe-2,8 % Si (Fig. 1.1) et du Nb (Fig. 1.2) avec celles du Fe-α (Fig. 1.3), nous constatons que pour des taux de déformation voisins $\simeq$ 95 %, les textures de laminage sont similaires.

En général, les textures de laminage sont ananlysées à partir de figures de pôles, principalement (1 1 0) et (2 0 0) et sont décrites par les 4 orientations idéales $(0\ 0\ 1)[1\ \bar{1}\ 0]$, $(1\ 1\ 1)[1\ \bar{1}\ 0]$, $(1\ 1\ 1)[1\ \bar{2}\ 1]$ et $(1\ 1\ 2)[1\ \bar{1}\ 0]$ (Fig.1.4) ou encore par une fibre imparfaite $\{111\}\langle u\ v\ w\rangle$ à laquelle s'ajoutent les 2 autres composantes idéales $(0\ 0\ 1)[1\ \bar{1}\ 0]$ et $(1\ 1\ 2)[1\ \bar{1}\ 0]$. Donc, quelque soit le métal cubique centré considéré, nous retrouvons ces orientations comme composantes principales de la texture, mais avec des poids qui varient modérément en fonction de la composition, du traitement

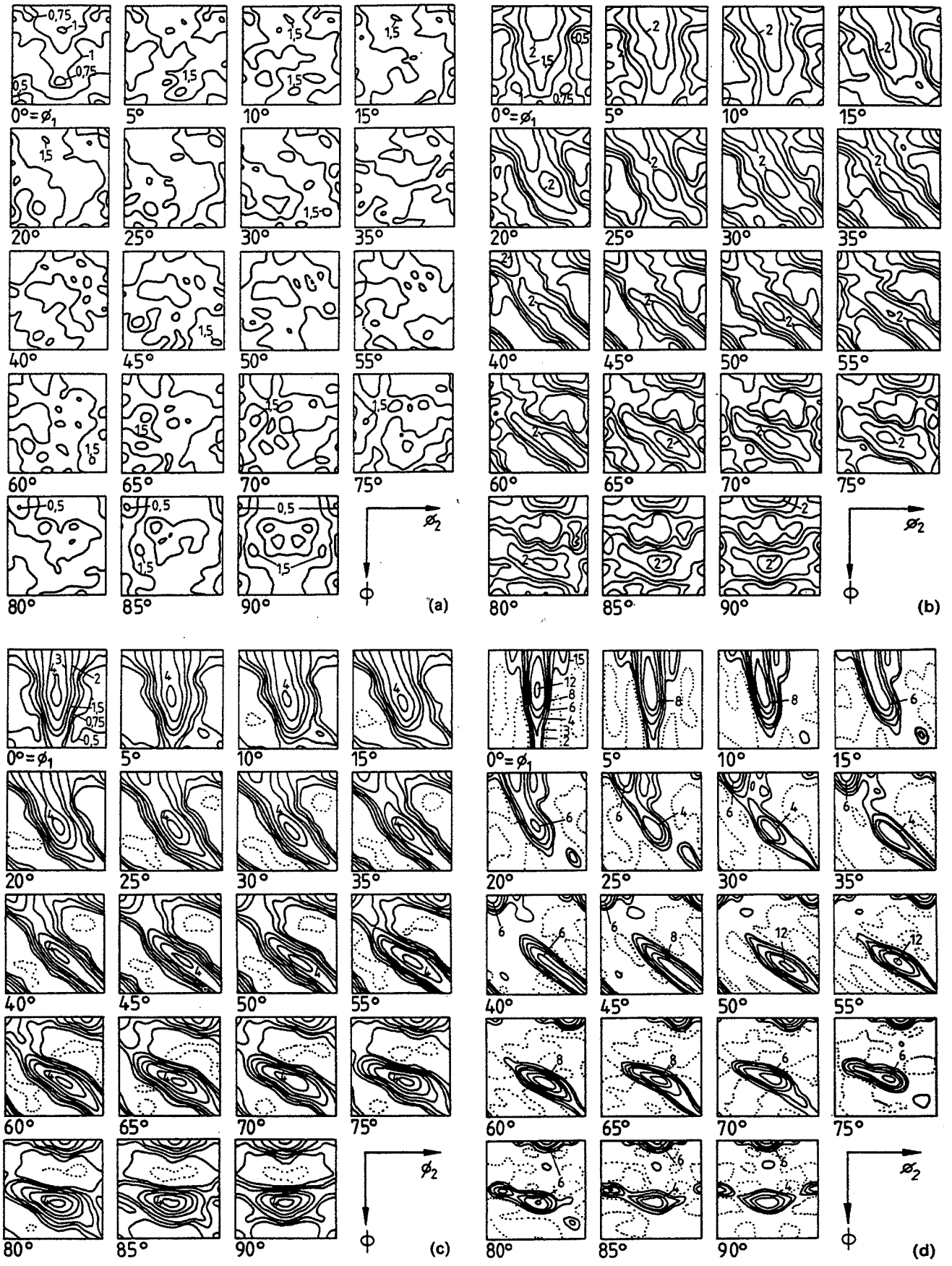


Figure 1.5 Présentation des FDOC pour des sections constantes de φ_1 par des lignes d'isodensités d'orientations, pour le Fe-α après des taux de réduction de 0 % (a), 15 % (b), 50 % (c) et 90 % (d) (Österle, Wever et Bunge, 1983).

thermique et de la microstructure.

Or, les figures de pôles utilisées pour caractériser les textures sont généralement incomplètes en raison de la limitation de l'angle d'incidence à $\simeq 75°$ lors de la diffraction des rayons X. Pour une meilleure description quantitative de ces textures, une fonction de distribution d'orientations cristallines (FDOC) est alors calculée à partir d'un ensemble de figures de pôles (Bunge, 1969). Cette fonction, définie, dans l'espace à 3 dimensions des angles d'Euler avec $0 < \varphi_1, \phi, \varphi_2 < 90°$, représente la fraction volumique des cristallites ayant une orientation $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ donnée.

L'examen de la FDOC du Fe-α obtenue par Österle, Wever et Bunge (1983) suite aux travaux de Schläfer et Bunge (1974) montre le développement de la texture de laminage en fonction du taux de déformation pour une tôle initialement isotrope (Fig. 1.5). Pour une réduction de 90 % (Fig. 1.5(d)), cette texture est également interprétée en termes d'orientations idéales. Ces dernières sont résumées au tableau 1.1 et représentées à la figure 1.6 dans 2 sections particulières $\varphi_1 = 0°$ et $\varphi_2 = 30°$ de l'espace d'Euler. Pour ce graphique, les symboles sont identiques à ceux utilisés pour l'interprétation des figures de pôles (Fig. 1.4) et la notation est celle proposée par Van Houtte (1984). Dans cette représentation, la texture de laminage du Fe-α pour un taux de déformation de 90 % se compose principalement d'une fibre partielle $\{111\}\langle uvw\rangle$ décrite par E et F à laquelle s'ajoutent les 2 orientations $(0\ 0\ 1)[1\ \bar{1}\ 0]$ et $(1\ 1\ 2)[1\ \bar{1}\ 0]$ notées respectivement H et I (Fig. 1.6).

Afin de comprendre la formation de ces textures dues à la rotation des axes cristallographiques des grains vers certaines orientations préférentielles, de nombreuses études ont été réalisées sur le comportement plastique des monocristaux et sur leurs mécanismes de déformation.

1.2 DEFORMATION PLASTIQUE DE MONOCRISTAUX

1.2.1 Théorèmes généraux

Les différents modèles que nous allons présenter ci-après, supposent tous que la déformation est homogène et s'appliquent aussi bien au comportement de monocristaux de structure cubique à faces centrées que cubiques centrés. Ces modèles reposent sur une hypothèse de déformation plastique qui se produit par glissements cristallographiques sur des plans et dans des directions bien déterminées.

Orientations idéales (h k l)[u v w]	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$	Symboles	Notation
(1 1 1)[1 $\bar{1}$ 0]	(0°, 55°, 45°)	Δ	E
(1 1 1)[1 $\bar{2}$ 1]	(30°, 55°, 45°)	▲	F
(0 0 1)[1 $\bar{1}$ 0]	(0°, 0°, 45°)	□	H
(1 1 2)[1 $\bar{1}$ 0]	(0°, 35°, 45°)	X	I
(0 0 1)[3 $\bar{2}$ 0]	(0°, 0°, 34°)	O	K
(0 0 1)[2 $\bar{3}$ 0]	(0°, 0°, 56°)	O	K'

Tableau 1.1 Orientations idéales exprimées en indices de Miller et angles d'Euler pour l'interprétation des FDOC de texture de laminage.

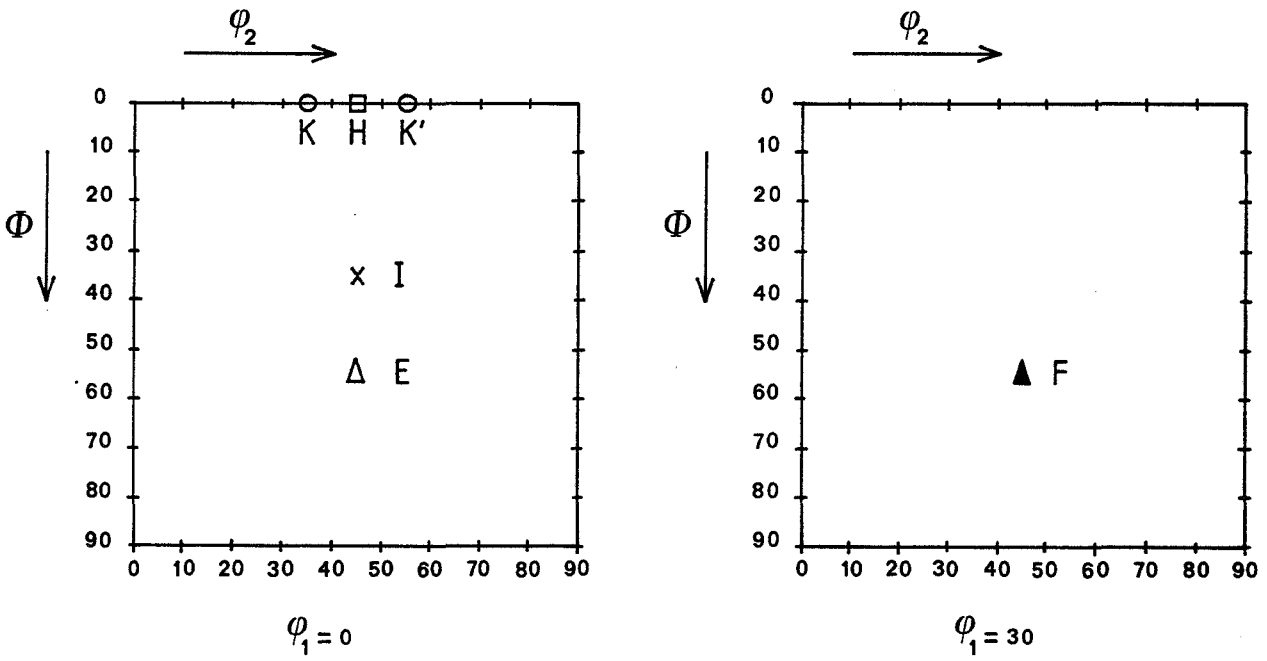


Figure 1.6 Représentation des orientations idéales du tableau 1.1 dans 2 sections φ_1 = 0° et φ_1 = 30° pour une FDOC de texture de laminage.

En général, le cristal est assimilé à un matériau rigide-plastique ne subissant aucune variation de volume. Comme critère d'écoulement plastique, on utilise principalement la loi de Schmid et Boas (1935), c'est-à-dire l'activation des systèmes de glissement à partir d'une valeur seuil de la cission résolue. De plus, on suppose également que la pression hydrostatique n'influence pas les propriétés d'écoulement du cristal.

Taylor en 1938 émet l'idée que l'état de déformation que subit chaque grain d'un polycristal est identique à celui qui est imposé à l'ensemble. De ce fait, les grains restent en contact lors de la déformation et aucune cavité ne se forme aux joints de grains. Taylor utilise les résultats de Von Mises (1928), selon lesquels seulement 5 systèmes de glissement indépendants sont nécéssaires pour accommoder un état de déformation complètement imposé au cristal. Il en conclut, en vertu du théorème du travail virtuel minimum, que les 5 systèmes de glissement actifs sont ceux pour lesquels les amplitudes des vitesses de glissement $\dot{\gamma}^{l}$ des systèmes accommodant la déformation sont telles que la somme

$$\sum_{l} \tau_c^{l} . \dot{\gamma}^{l} \quad \text{est minimale} \tag{1.1}$$

où τ_c^{l} est la cission résolue critique du système l.

Bishop et Hill en 1951-1953 améliorent le modèle de Taylor. En effet, ce dernier avait considéré tous les ensembles de 5 systèmes de glissement indépendants géométriquement possibles pour accommoder la déformation imposée sans se préoccuper du fait que l'état de contrainte correspondant pouvait entraîner une cission supérieure à la valeur critique sur d'autres systèmes. En conséquence, Bishop et Hill définissent, pour une déformation totalement imposée, l'ensemble de tous les états de contrainte respectant la loi de Schmid. C'est-à-dire, ils tabulent les sommets de la surface d'écoulement du cristal constituant une surface fermée, convexe à facettes. Afin de déterminer lequel de ces sommets est l'état de contrainte appliqué au cristal pour une déformation imposée, Bishop et Hill utilisent le théorème du travail maximum des contraintes.

Dans le cas de la surface d'écoulement pour le glissement sur {111} <110> pour les métaux cfc ou {110} <111> pour les métaux cc, chaque sommet est constitué d'au moins 5 systèmes de glissement (6 ou 8), 5 par 5 indépendants. Ainsi, bien que

l'état de contrainte soit connu, il y a indétermination sur les systèmes de glissement. En effet, 6 ou 8 systèmes sont activables alors que seulement 5 sont nécéssaires pour accommoder l'état de déformation imposé. Nous reviendrons dans la suite de ce travail sur ce problème ainsi que sur quelques solutions proposées pour lever cette indétermination sur les amplitudes de glissement.

Chin et Mammel en 1969 démontrent que dans le cas d'une déformation complètement imposée, la détermination des systèmes de glissement à l'état critique peut être réalisée indifféremment par le théorème du travail interne minimal (Taylor, 1938) ou par le principe du travail externe maximal (Bishop et Hill, 1951).

Renouard et Wintenberger en 1976 généralisent le modèle de Taylor-Bishop-Hill au cas où à la fois des contraintes et des déformations sont imposées au cristal. En conditions mixtes, la recherche des systèmes de glissement activables est réalisée, soit par minimisation du travail interne des glissements sous l'action des contraintes non-imposées, soit par maximisation du travail externe des contraintes non-imposées. L'équivalence de ces 2 méthodes a été présentée par Skalli (1984), d'après le travail de Wintenberger.

Ce modèle de Taylor-Bishop-Hill en déformation totalement ou partiellement imposée a été appliqué avec succès à la prévision du comportement plastique de tri - et de monocristaux d'aluminium (Driver et Skalli, 1982) et (Driver, Skalli et Wintenberger, 1984). Notre travail consiste notamment à étudier la validité de ce modèle dans le cas de monocristaux cubiques centrés en compression plane partiellement imposée.

Signalons cependant que des critères d'écoulement autre que la loi de Schmid existent, notamment, une loi d'évolution visco-plastique, reliant la vitesse de glissement sur un système à la cission qui lui est appliquée (Pierce, Asaro et Needelman, 1983).

$$\frac{\tau^k}{\tau_r^k} = \left(\frac{\dot{\gamma}^k}{\dot{\gamma}_r^k}\right)^m \qquad (1.2)$$

où $\dot{\gamma}_r^k$ et τ_r^k sont respectivement la vitesse de glissement et la cission résolue de référence du système k

où m est le paramètre caractérisant la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation.

L'introduction d'une sensibilité à la vitesse arrondit la "surface d'écoulement" du matériau et, en conséquence permet une évaluation directe sans indétermination des amplitudes de glissement sur les différents systèmes.

1.2.2 Résultats expérimentaux sur les monocristaux de métaux cubiques centrés

Le premier souci dès que l'on s'intéresse au comportement plastique en grandes déformations de monocristaux cubiques centrés est la détermination des systèmes de glissement. En effet, si la direction de glissement est bien connue comme étant celle de plus forte densité atomique, c'est-à-dire < 111 >, l'identification des plans de glissement est problèmatique en raison de l'ondulation plus ou moins forte des traces des lignes de glissement observées. Ceci donna lieu à différentes hypothèses.

Taylor et Elam (1926), suite à des expériences en traction et compression simple sur des monocristaux de fer-α suggèrent que le plan de glissement n'est pas nécéssairement un plan cristallographique, mais le plan de cission résolue maximale. De plus, afin d'expliquer l'aspect sinueux des lignes de glissement, il propose que le glissement ne soit plus assimilé à celui d'un jeu de cartes comme dans le cas des métaux cubiques à faces centrées, mais à celui d'un ensemble de crayons glissant individuellement ou en blocs. Cette hypothèse est appelée : glissement non-cristallographique ou "pencil-glide".

Lors d'autres expériences réalisées sur des monocristaux, les traces des lignes de glissement furent interprétées comme étant celles des plans cristallographiques {110} , {112} et parfois {123} pour des essais de torsion sur du Fe-α et du Fe-Si jusqu'à 4 % en Si (Barrett, Ansel et Mehl, 1937) et pour des essais de traction sur du Fe-3,3 % Si (Opinsky et Smoluchowski, 1951). Les travaux plus récents sur la traction et la compression de monocristaux de niobium (Bowen, Christian et Taylor, 1967), (Foxal, Duesbery et Hirsh, 1967) suggèrent que le glissement se produit uniquement sur les plans {110} et {112} par dissociation des dislocations vis sur ces plans (Vitek et Kroupa, 1966). Ceci est en accord avec l'étude réalisée par Van Der Walt (1969) sur le glissement dans les métaux cubiques centrés. Celle-ci montre que la géométrie du réseau est telle que les plans {110} et {112} sont les seuls plans de glissement possibles pour une direction <111>. Suite à des essais de durcissement latent sur des monocristaux de fer α déformés en traction, Franciosi (1983) confirme cette hypothèse. En effet, il interprète l'observation d'un glissement qui, macroscopiquement, suit des plans d'indices élevés {123} ou le plan de cisaillement maximum en termes d'un

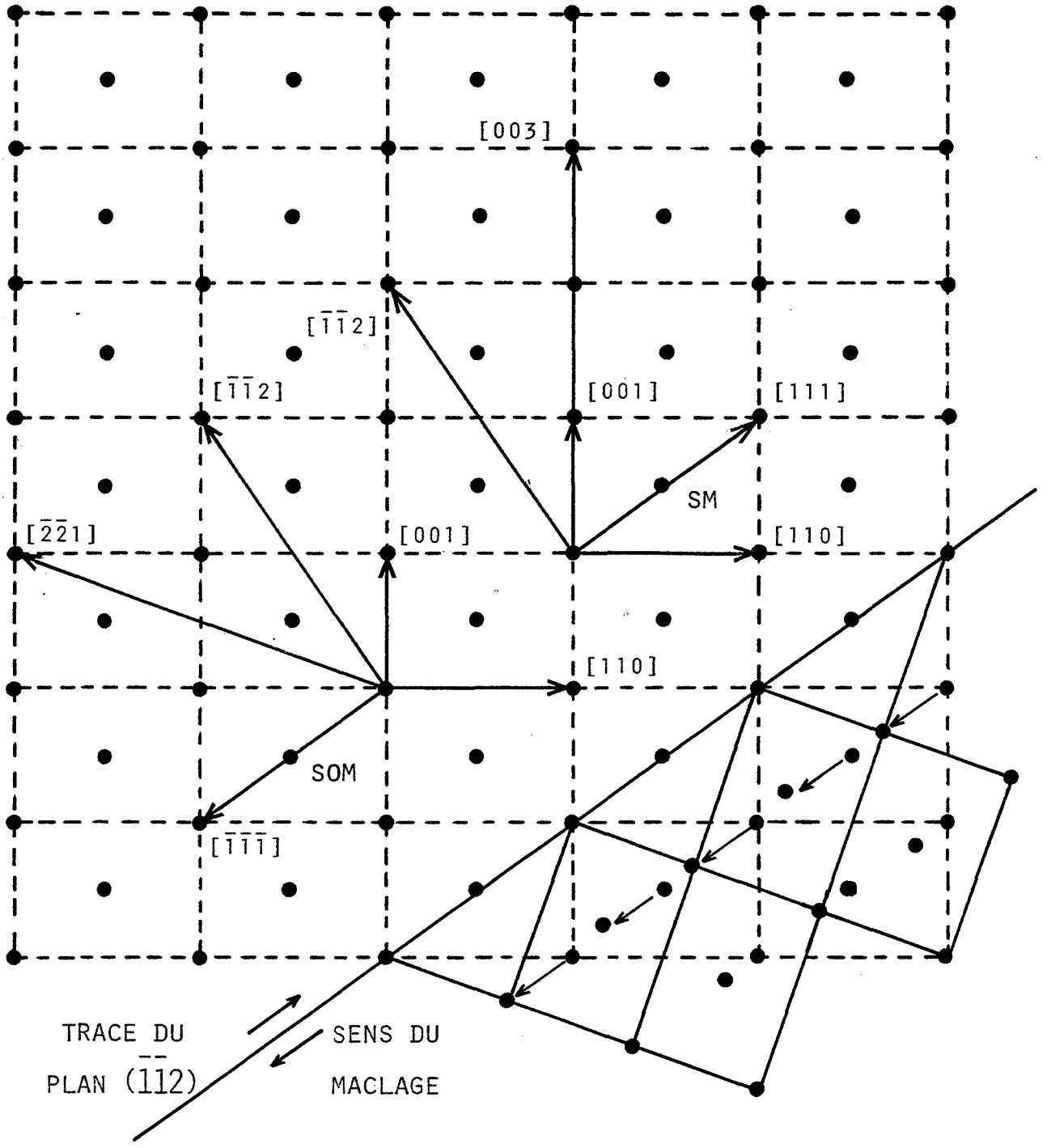


Figure 1.7 Représentation dans le plan (1 0 1) de la géométrie du maclage par rapport au plan ($\bar{1}$ $\bar{1}$ 2) et des 2 possibilités de glissement sur ce même plan : la direction [1 1 1] orientée dans le sens du maclage (SM) et la direction [$\bar{1}$ $\bar{1}$ $\bar{1}$] orientée dans le sens opposé (SOM).

glissement colinéaire sur une paire de plans voisins {110} - {112} par dissociation non planaire des dislocations vis.

Ayant identifié les principaux systèmes de glissement comme étant {110} <111> et {112} <111>, il convient de rappeler que les plans {112} présentent une asymétrie suivant le sens de la sollicitation (Fig. 1.7). Ce phénomène a été mis en évidence sur des monocristaux lors d'essais réalisés en traction pour le Fe-2,6 % Si (Taoka, Takeuchi et Furubayashi, 1964) (Fig. 1.8) et pour le Nb (Duesbery et Foxall, 1965), mais également en cisaillement pour Mo (Guiu, 1969). Il indique que le glissement est plus facile lorsque le plan {112} est sollicité dans le sens du maclage (SM) que dans le sens opposé (SOM).

Quant à la détermination de la cission résolue critique sur ces différents systèmes de glissement, nous limitons la présentation des résultats obtenus aux 2 métaux étudiés par la suite : l'alliage Fe-Si et le niobium. Les valeurs des rapports des cissions critiques τ_c {112} SM / τ_c {110} et τ_c {112} SOM / τ_c {110}, mesurées sur des monocristaux de Fe - Si présentent une forte dispersion. En effet, Taoka et al. (1964) obtiennent pour ces rapports des valeurs de 1,05 et 1,10 sur des cristaux de Fe-2,6 % Si déformés en traction (Fig. 1.8), alors que Roche (1976) mesure des rapports de 1,10 et 1,22 sur du Fe-3,4 % Si lors d'essais de cisaillements (Fig. 1.9). Les valeurs obtenues pour ces mêmes rapports de cissions critiques dans le cas de monocristaux de niobium sont beaucoup plus précises à savoir : 0,94 et 1,06 (Foxall et al., 1967) ou encore 0,96 et 1,04 (Bowen et al., 1967) pour des essais de traction.

Cependant, pour les monocristaux cubiques centrés, il convient de noter que les valeurs des cissions critiques obtenues en traction et en compression ne sont pas toujours rigoureusement identiques à température ambiante, et que cette différence s'accentue lorsque la température diminue (Christian, 1984). Ce phénomène laisse supposer une possible influence de la contrainte normale sur la valeur de la cission résolue critique, c'est-à-dire à une mise en défaut de la loi de Schmid. Mais, comme le montre l'étude de Duesbery (1984) sur les métaux c.c., l'effet de la pression hydrostatique sur la déformation à température ambiante a peu d'influence sur la valeur de la cission résolue critique (Spitzig, 1979).

Il faut cependant signaler que la plupart des expériences mentionnées ci-dessus sont réalisées sur des monocristaux soumis à des conditions de glissement simple (un seul système actif) ou colinéaire (2 plans ayant la même direction de glissement). Or, le

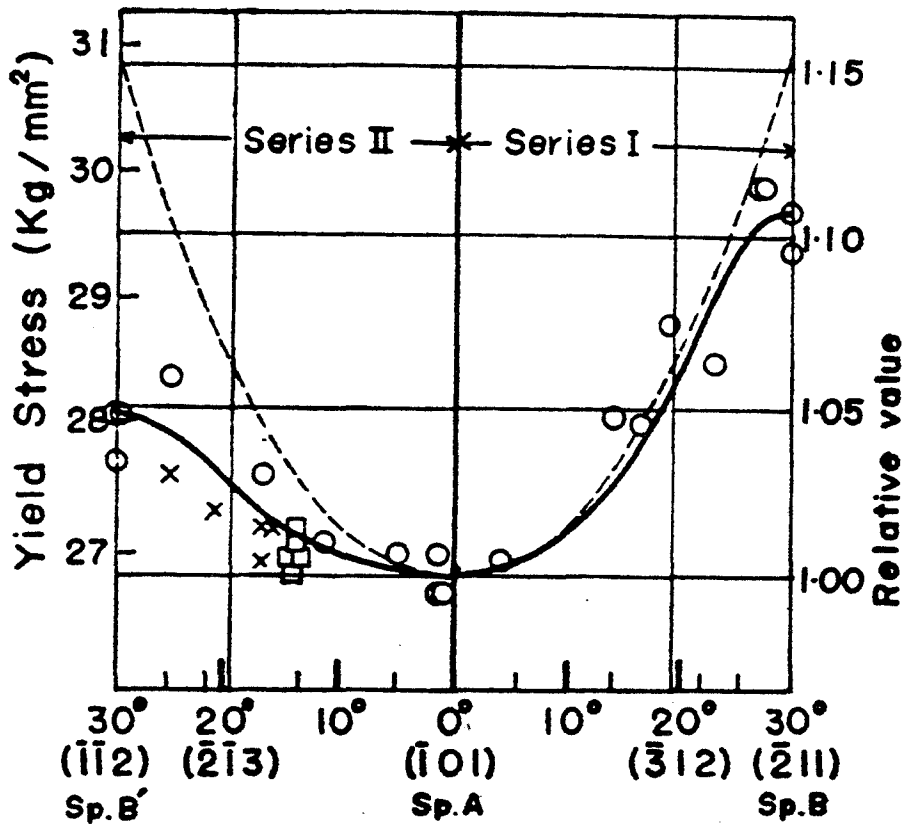


Figure 1.8 Variation de la contrainte d'écoulement en fonction de l'orientation du plan de cission résolue maximale pour la direction de glissement [1 1 1], lors d'essais de traction sur des monocristaux de Fe-2,6 % Si (Taoka et al., 1964) ; l'échantillon SpB' étant orienté dans le sens maclage et l'échantillon SpB étant orienté dans le sens opposé.

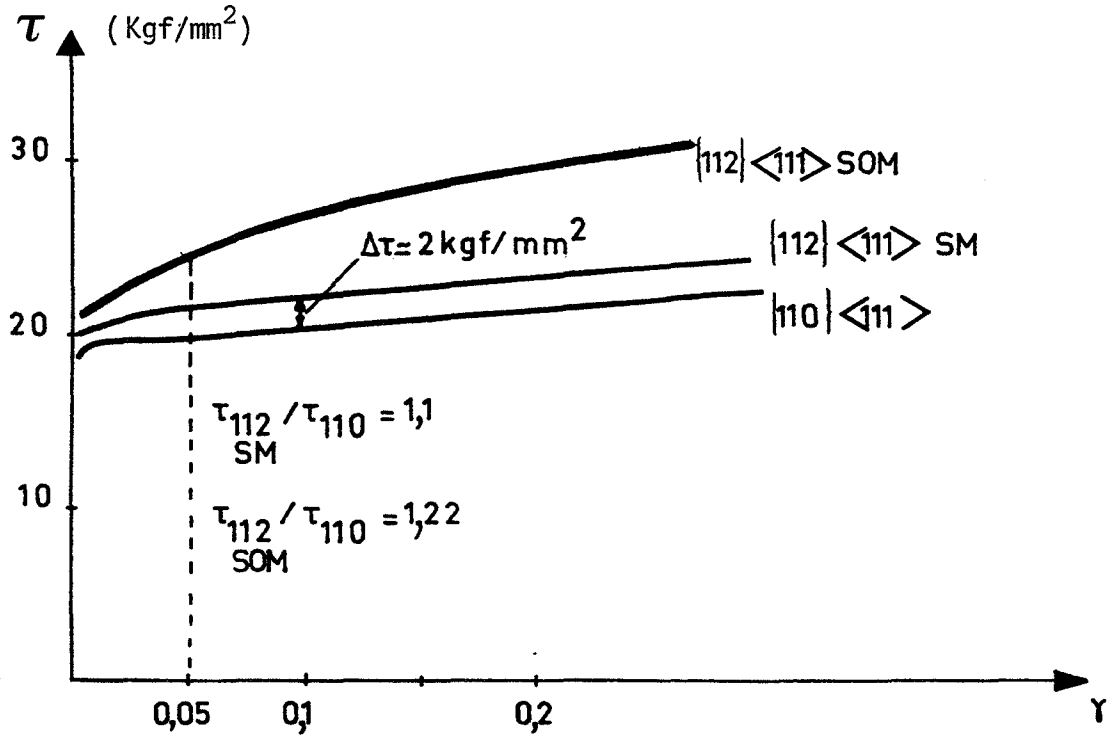


Figure 1.9 Valeurs de la cission résolue critique en fonction du taux de cisaillement sur 3 types de systèmes de glissement : {110}<111>, {112}<111> orienté dans le sens maclage et {112}<111> orienté dans le sens opposé (Roche, 1976).

comportement plastique des monocristaux cubiques centrés a également été étudié lors d'essais de déformation en glissement multiple, notamment par laminage (Dillamore et Roberts, 1965). Ces études ne sont plus réalisées dans le but de déterminer les systèmes de glissement et leurs cissions critiques, mais bien afin de caractériser les rotations cristallines se produisant lors de la déformation, ces dernières étant responsables de la formation d'une texture lors du laminage d'une tôle polycristalline.

En 1955, Koh et Dunn étudient le comportement plastique en laminage à froid d'une dizaine d'orientations monocristallines de Fe-Si. Après 70 % de réduction, ils en déduisent que les orientations initiales :

(i) ayant une direction de laminage [1 1 0] telles que celles situées entre (0 0 1)[1 1 0] et (1 $\bar{1}$ 1) [1 1 0] sont des orientations stables.

(ii) Ayant un plan (1 1 1) comme plan de laminage telle que (1 1 1)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 2] et (1 1 1) [1 $\bar{1}$ 0] sont des orientations stables.

(iii) Ayant un plan de laminage compris entre (0 0 1) et (1 1 1) avec une direction de laminage située à 90° de [1 1 0] se maintiennent ou tournent vers une des deux orientations stables finales (0 0 1)[1 1 0] ou (1 1 1)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 2], avec comme exception l'orientation (1 1 2)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1]. En effet, cette dernière développe des bandes de déformation en cours de laminage ce qui se traduit au niveau de la texture par la présence des 2 composantes (0 0 1)[1 1 0] + (1 1 1)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 2].

Quelques années après, Walter et Hibbard (1958), Aspden (1959) et Hsun Hu (1961) s'intéressent plus particulièrement aux textures de laminage de monocristaux de Fe-3 % Si se déformant de façon hétérogène. Ils étudient notamment l'orientation (1 1 0)[0 0 1] pour laquelle la texture après 70 % de réduction se compose des 2 orientations stables (1 1 1)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 2] et (1 1 1)[1 1 $\bar{2}$]. Ces dernières correspondant à une rotation de 35° de part et d'autre de l'orientation initale (1 1 0)[0 0 1] autour de la direction transverse [$\bar{1}$ 1 0]. Le cristal laminé présente alors une structure en bandes de déformation. De même, l'orientation (2 1 0)[0 0 1] présente une texture de laminage très similaire à celle du cristal (1 1 0)[0 0 1]. En effet, celle-ci se compose également, après 70 % de réduction, des 2 orientations symétriques (1 3 2)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 2] et (1 3 2)[1 1 $\bar{2}$]. Le comportement de l'orientation (1 0 0)[0 0 1], quant à lui, est très sensible aux conditions de laminage. En effet, lorsque ce cristal est laminé librement, il se déforme de façon homogène et présente une orientation finale (1 0 0)[0 1 1] unique et stable. Par contre, lorsque le cristal est placé dans un guide ou inséré dans un dispositif

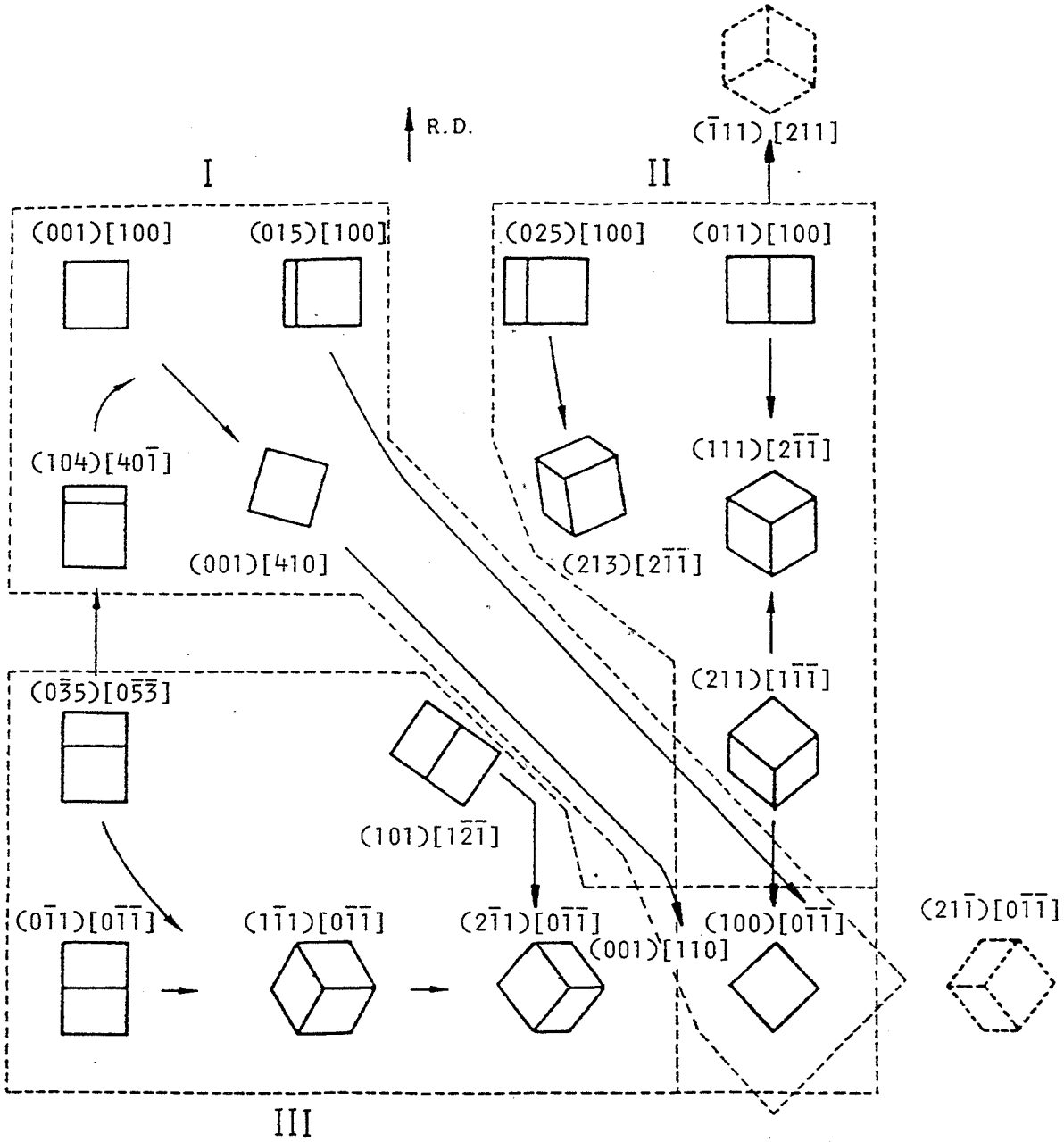


Figure 1.10 Schéma représentant les 3 groupes d'orientations monocristallines étudiées par Taoka et al. (1967) ainsi que l'évolution de chacun de ces cristaux de Fe-3 % Si en cours de laminage.

simulant les conditions de déformation dans un aggrégat, la texture de laminage de ce cristal (1 0 0)[0 0 1] comporte 2 composantes symétriques (1 0 0)[0 2 1] et (1 0 0)[0 1 2]. Ces dernières correspondent à une rotation de 15° de part et d'autre de l'orientation stable (1 0 0)[0 1 1] autour de la normale au plan de laminage. Dans ce cas, le cristal présente une structure de bandes de déformation allongées dans la direction de laminage.

En 1967, Taoka, Furubayashi et Takeuchi complètent l'analyse des textures de laminage des cristaux de Fe-3 % Si en étudiant de façon systématique 3 groupes d'orientations pour lesquelles ils obtiennent les résultats suivants, après 90 % de réduction (Fig. 1.10) :

(i) le premier groupe se compose des cristaux ayant le plan (0 0 1) comme plan de laminage : allant de (0 0 1)[1 0 0] à (0 0 1)[1 1 0] en passant par (0 0 1)[4 1 0] ; les cristaux (0 1 5)[1 0 0] et (1 0 4)[4 0 $\bar{1}$] inclus. Dans ce cas, tous les cristaux tournent vers 1 ou 2 composantes symétriques orientées entre {001} <100> et {001} < 110> et se dirigent vers l'orientation finale stable { 001 } < 110 > pour une déformation croissante. Lorsque 2 orientations se développent dans le cristal, la structure de laminage de celui-ci se compose de bandes de déformation allongées dans la direction de laminage.

(ii) le deuxième groupe comprend les cristaux ayant la direction [0 $\bar{1}$ 1] comme direction transverse de laminage : allant de (0 1 1)[1 0 0] à (1 0 0)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] en passant par (1 1 1)[2 $\bar{1}$ $\bar{1}$] et (2 1 1)[1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] ; le cristal (0 2 5)[1 0 0] inclus. Pour ce groupe, tous les cristaux orientés entre (0 1 1)[1 0 0] et (1 1 1)[2 $\bar{1}$ $\bar{1}$] tournent vers l'orientation stable (1 1 1)[2 $\bar{1}$ $\bar{1}$] autour de leur direction transverse [0 $\bar{1}$ 1] ; alors que les cristaux orientés entre (2 1 1)[1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] et (1 0 0)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] tournent de la même façon vers l'orientation stable (1 0 0)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$]. Cependant, les 2 orientations (0 1 1)[1 0 0] et (2 1 1)[1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] se divisent en 2 composantes dont chacune se dirige vers l'orientation stable voisine, à savoir vers ($\bar{1}$ 1 1)[2 1 1] et (1 1 1)[2 $\bar{1}$ $\bar{1}$] pour (0 1 1)[1 0 0] et vers (1 1 1)[2 $\bar{1}$ $\bar{1}$] et (1 0 0)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] pour (2 1 1)[1 $\bar{1}$ $\bar{1}$]. Pour le cristal (0 2 5)[1 0 0], une décomposition en 2 orientations symétriques (2 1 3)[2 $\bar{1}$ $\bar{1}$] et (2 1 3)[$\bar{2}$ 1 1] est également observée.

(iii) la dernière série se compose des cristaux ayant la direction [0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] comme direction de laminage : allant de (1 0 0)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] à (0 $\bar{1}$ 1)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] en passant par (1 $\bar{1}$ 1)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] et (2 $\bar{1}$ 1)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] ; les cristaux (0 $\bar{3}$ 5)[0 $\bar{5}$ $\bar{3}$] et (1 0 1)[1 $\bar{2}$ $\bar{1}$] inclus. Pour celle-ci, les orientations telles que (2 $\bar{1}$ 1)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] et (1 0 0)[0 $\bar{1}$ $\bar{1}$] sont stables.

Par contre, les cristaux situés entre $(0\ \bar{1}\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$ et $(2\ \bar{1}\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$ ont tendance à se diriger vers l'orientation stable $(2\ \bar{1}\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$. De même, le cristal $(1\ 0\ 1)[1\ \bar{2}\ \bar{1}]$ situé entre 2 orientations symétriques $\{211\}\langle 011\rangle$ présente une texture comportant ces 2 composantes stables suite à une rotation de part et d'autre de l'axe transverse $[\bar{1}\ \bar{1}\ 1]$. Quant au cristal $(0\ \bar{1}\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$ bien que conservant son orientation initiale, il présente également une faible composante $(2\ \bar{1}\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$. En ce qui concerne le cristal $(0\ \bar{3}\ 5)\ [0\ \bar{5}\ \bar{3}]$, il se scinde dès le début du laminage en une composante proche de $(0\ \bar{1}\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$ et une voisine de $(0\ 0\ 1)[0\ \bar{1}\ 0]$.

Ces constatations sont en très bon accord avec les observations faites auparavant quant à la stabilité ou à la décomposition de certaines orientations. La seule exception est l'orientation $(1\ \bar{1}\ 1)[0\ \bar{1}\ \bar{1}]$ considérée comme stable par Koh et Dunn (1958) et évoluant vers $(2\ \bar{1}\ 1)\ [0\ \bar{1}\ \bar{1}]$ pour Taoka et al. (1967).

Cette étude du comportement plastique de monocristaux en laminage fut suivie des premiers essais de compression plane sur des métaux cubiques centrés. Tout d'abord, Crutchley, Reid et Webster (1970) déforment des monocristaux de Cr, Nb, Mo et V d'orientations : $(1\ 1\ 0)[\bar{1}\ 1\ 0]$ et $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$. En cours de compression, ils constatent que, quelque soit le métal déformé, l'orientation $(1\ 1\ 0)[\bar{1}\ 1\ 0]$ présente une limite d'écoulement très élevée et reste pratiquement stable, alors que l'orientation $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$ pour laquelle la limite d'écoulement est beaucoup plus faible subit une forte réorientation. De plus , ils observent des lignes de glissement correspondant aux 2 types de systèmes $\{110\}\langle 111\rangle$ et $\{112\}\langle 111\rangle$ et ce, sans différence significative d'un matériau à l'autre. Dans le but de comparer l'anisotropie des contraintes d'écoulement de ces différents métaux, ils convertissent les courbes contrainte-déformation en courbes cission critique-amplitude totale de glissement en utilisant le facteur M de la théorie de Taylor - Bishop - Hill. Mais, niant l'évidence expérimentale de la rotation cristalline d'une des 2 orientations ainsi que du glissement sur les systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$, ils utilisent comme valeur du facteur de Taylor, celle calculée à partir de l'orientation initiale dans l'hypothèse d'un glissement limité aux seuls systèmes $\{110\}\langle 111\rangle$. Ceci les conduit à conclure à la non-validité de la théorie de Taylor-Bishop-Hill de par la divergence des courbes $\tau_c(\gamma)$.

Quelques années plus tard, Carpay, Chin, Mahajan et Rubin (1975) et Carpay, Mahajan, Chin et Rubin (1977) approfondissent cette étude du comportement plastique des monocristaux en compression plane, mais cette fois uniquement sur des cristaux de Mo d'orientations : $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$, $(1\ 1\ 0)[1\ \bar{1}\ 0]$, $(1\ 0\ 0)[0\ 1\ 1]$ et $(1\ 0\ 0)[0\ 1\ 0]$. Afin de

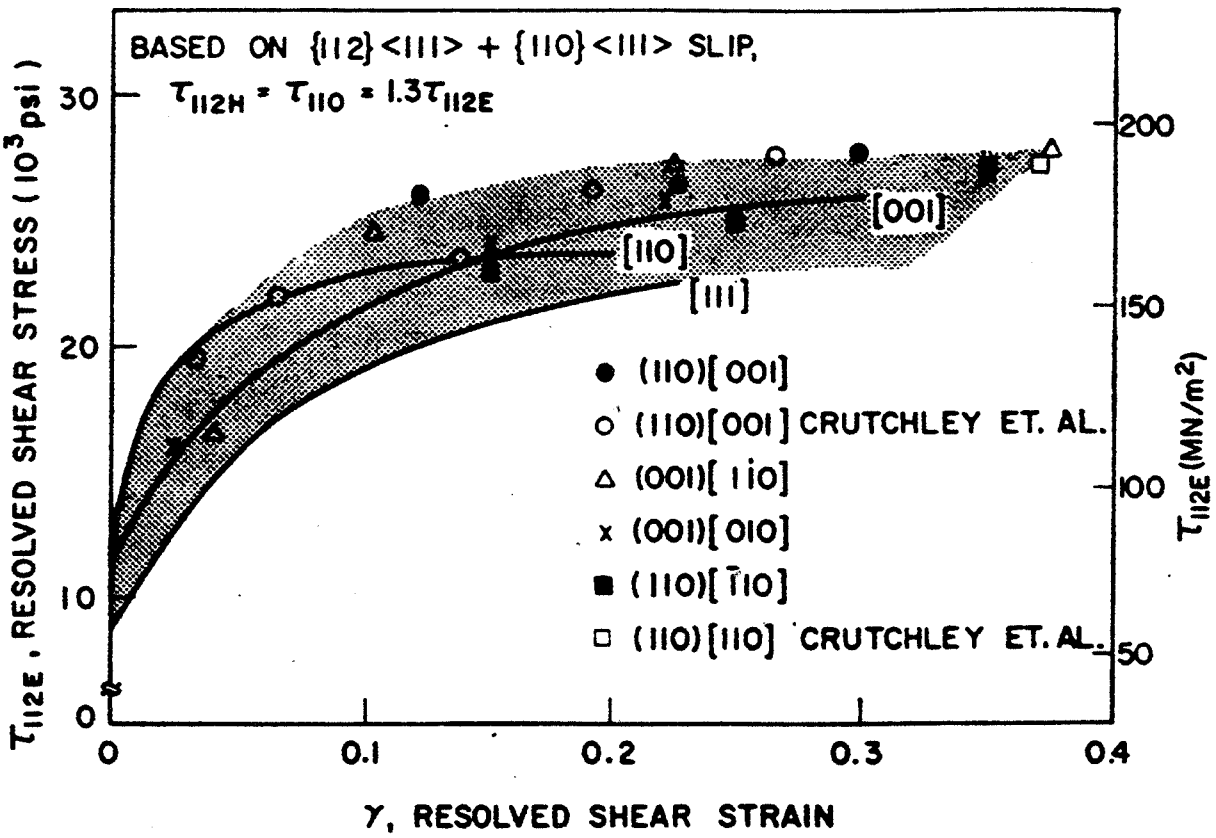


Figure 1.11 Courbes cission critique-amplitude totale de glissement pour 4 cristaux de haute symétrie en Mo déformés en compression plane (Crutchley et al., 1970), (Carpay et al., 1975). Ces courbes sont calculées dans l'hypothèse d'un glissement mixte sur {110}<111>+ {112}<111> avec comme valeurs de cission critique :

$\tau_{c\{112\}\,SOM} = \tau_{c\{110\}} = 1{,}3\,\tau_{c\{112\}\,SM}$. (Carpay et al., 1975).

calculer, pour chaque cristal, le facteur de Taylor en tenant compte de l'orientation et des systèmes actifs en cours de déformation, ces auteurs mesurent les rotations cristallines, observent les traces des plans de glissement et examinent les microstructures de déformation. Du fait que les cristaux orientés (1 0 0)[0 1 1] et (1 0 0)[0 1 0] sont stables et que l'orientation (1 1 0)[1 $\bar{1}$ 0] se déforme de façon complexe, ils utilisent comme valeur pour le facteur M lors de la conversion des courbes $\sigma(\varepsilon)$ en $\tau_c(\gamma)$, celle correspondant à l'orientation initiale de ces cristaux. Par contre, le cristal (1 1 0)[0 0 1] se décompose autour de son axe transverse en régions alternées pour lesquelles la direction de glissement est soit [1 1 1] ou [$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1]. De ce fait, le calcul de la rotation cristalline de chaque zone et du facteur de Taylor associé se fait dans l'hypothèse d'un glissement simple sur ($\bar{1}$ $\bar{1}$ 2)[1 1 1] ou sur (1 1 2)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1]. De plus, le facteur M de chaque orientation se calcule pour 5 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ imposés, dans différentes hypothèses sur la géométrie de la déformation. Celles-ci vont du glissement restreint aux seuls systèmes {110} <111> ou {112} <111> au glissement mixte asymétrique {112}<111> + {110} <111>. Comme le montre la figure 1.11, le meilleur regroupement des courbes $\tau_c(\gamma)$ dans une bande étroite est obtenu dans l'hypothèse d'un glissement mixte avec comme valeurs pour les cissions critiques :

$$\tau_c^{\{112\}\,SOM} = \tau_c^{\{110\}} = 1{,}3\,\tau_c^{\{112\}SM} \qquad (1.3)$$

L'hypothèse d'un glissement plus facile (SM) ou aussi facile (SOM) sur les systèmes {112}<111> que sur les {110}<111> rend compte du comportement plastique ainsi que des traces des systèmes de glisssement observées pour ces 4 cristaux de haute symétrie en Mo déformés en compression plane. Cette constatation est en contradiction avec les mesures de cissions critiques faites précédemment en glissement simple ou colinéaire sur les monocristaux cubiques centrés (Taoka et al., 1964), (Bowen et al., 1967) et (Franciosi, 1983).

1.3 PASSAGE DU MONOCRISTAL AU POLYCRISTAL

Afin d'expliquer les textures de laminage observées expérimentalement, de nombreux auteurs ont essayé de déduire le comportement plastique des polycristaux à partir de celui du monocristal, ce qui donna lieu à 2 types de modèles :

- les modèles dits de "Taylor" ou "Taylor relachés", ces derniers libérant certaines composantes de la déformation du grain,
- les modèles dits "auto-cohérents" qui considèrent les contraintes de réaction dues à la déformation du grain, celui-ci étant assimilé à une inclusion dans une matrice représentant le reste de l'aggrégat.

1.3.1 Modèles dits "auto-cohérents"

En 1961, Kroner propose un modèle auto-cohérent afin de calculer l'état de contrainte d'un grain subissant une déformation plastique différente de celle macroscopique appliquée au polycristal. Pour cela, il considère le grain comme une inclusion plastique sphérique se déformant dans une matrice élasto-plastique homogène. Dans ce modèle, les incompatibilités de déformation entre le grain et la matrice sont accommodées de façon purement élastique par la matrice, ce qui donne lieu à l'équation suivante :

$$\sigma_{ij} = \Sigma_{ij} + 2\mu\ (1-\beta)\ (E^p_{ij} - \varepsilon^p_{ij}) \qquad (1.4)$$

où σ_{ij} et ε^p_{ij} sont les tenseurs contrainte et déformation plastique du grain, Σ_{ij} et E^p_{ij} sont les tenseurs contrainte et déformation plastique de la matrice de module de cisaillement μ,
β est fonction du coefficient de Poisson.

Budiansky et Wu (1962) ont montré qu'en raison d'un module élastique élevé pour les métaux, de faibles incompatibilités grain-matrice engendrent de très fortes contraintes de réaction qui activent des systèmes de glissement supplémentaires. De ce fait, les accommodations du grain restent faibles et 5 systèmes de glissement indépendants sont actifs, comme dans le modèle FC de Taylor.

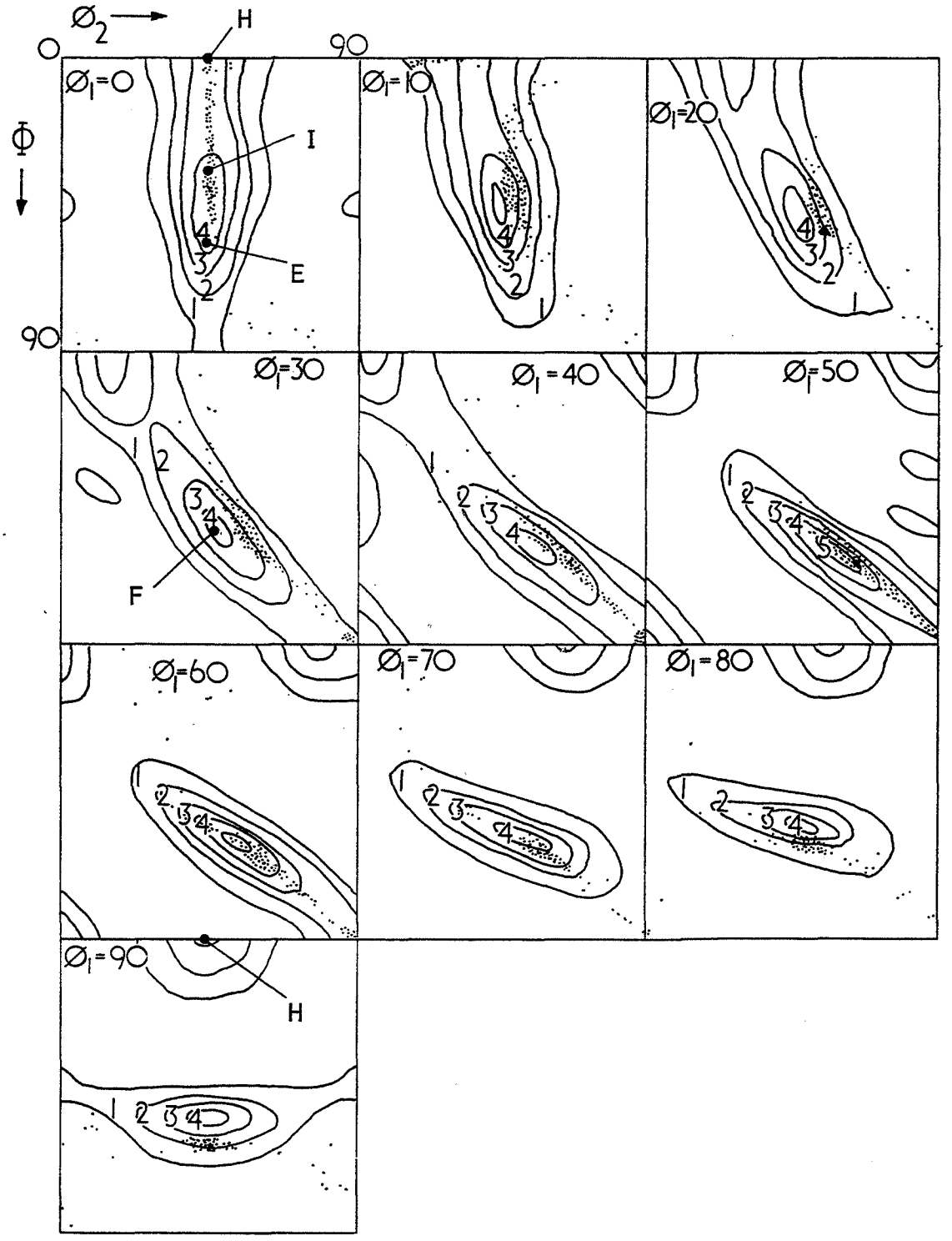


Figure 1.12 FDOC expérimentales (courbes) et calculées (points) par le modèle de Taylor dans l'hypothèse d'un glissement en "pencil glide" pour le fer-α après 70 % de réduction en laminage à froid (Dillamore et Katoh, 1974).

Berveiller et Zaoui (1979) propose une accommodation élasto-plastique par la matrice des icompatibilités de déformation grain-matrice ce qui donne lieu à l'équation suivante :

$$\sigma_{ij} = \Sigma_{ij} + \alpha\mu \ (E^p_{ij} - \varepsilon^p_{ij}) \tag{1.5}$$

où σ_{ij}, ε^p_{ij}, Σ_{ij}, E^p_{ij} représentent les mêmes tenseurs que dans l'équation 1.4, α est le paramètre d'accommodation plastique. Ce coefficient α, dégressif en fonction de la déformation, permet de réduire les contraintes de réaction et donc le nombre de systèmes de glissement actifs.

Il faut cependant souligner que quelque soit le modèle de déformation du grain, il est nécessaire de connaître les τ_c à tout instant car ceux-ci contrôlent la valeur de σ_{ij}. Or, le manque d'information sur les systèmes de glissement activables en grandes déformations et glissement multiple, ainsi que sur leurs cissions critiques initiales et leurs écrouissages explique, en partie, les difficultés d'utilisation de ces différents modèles à prévoir les textures de laminage des métaux cubiques centrés.

1.3.2 Modèles de "Taylor" et de "Taylor relaché"

1.3.2.1 Modèles de Taylor

Dans un premier temps, le modèle de Taylor (1938) pour lequel chaque grain est soumis au même état de déformation que l'aggrégat, fut appliqué tel quel à la détermination des textures de laminage. Le problème est alors de sélectionner les systèmes de glissement activables dans le cas des métaux cubiques centrés.

En 1974, Dillamore et Katoh calculent la texture de laminage à partir du modèle de Taylor dans l'hypothèse d'un glissement en "pencil glide". En effet, la géométrie de glissement caractéristique du "pencil glide" (Taylor et Elam, 1926) permet une analyse de la déformation telle qu'il n'y a pas d'indétermination sur les amplitudes de glissement (Gilormini, Bacroix et Jonas, 1988). Ces résultats comparés avec la texture de laminage observée pour le Fe-α à 70 % de réduction sont présentés à la figure 1.12.

En 1978, Van Houtte applique le modèle de Taylor à la prévision des textures de

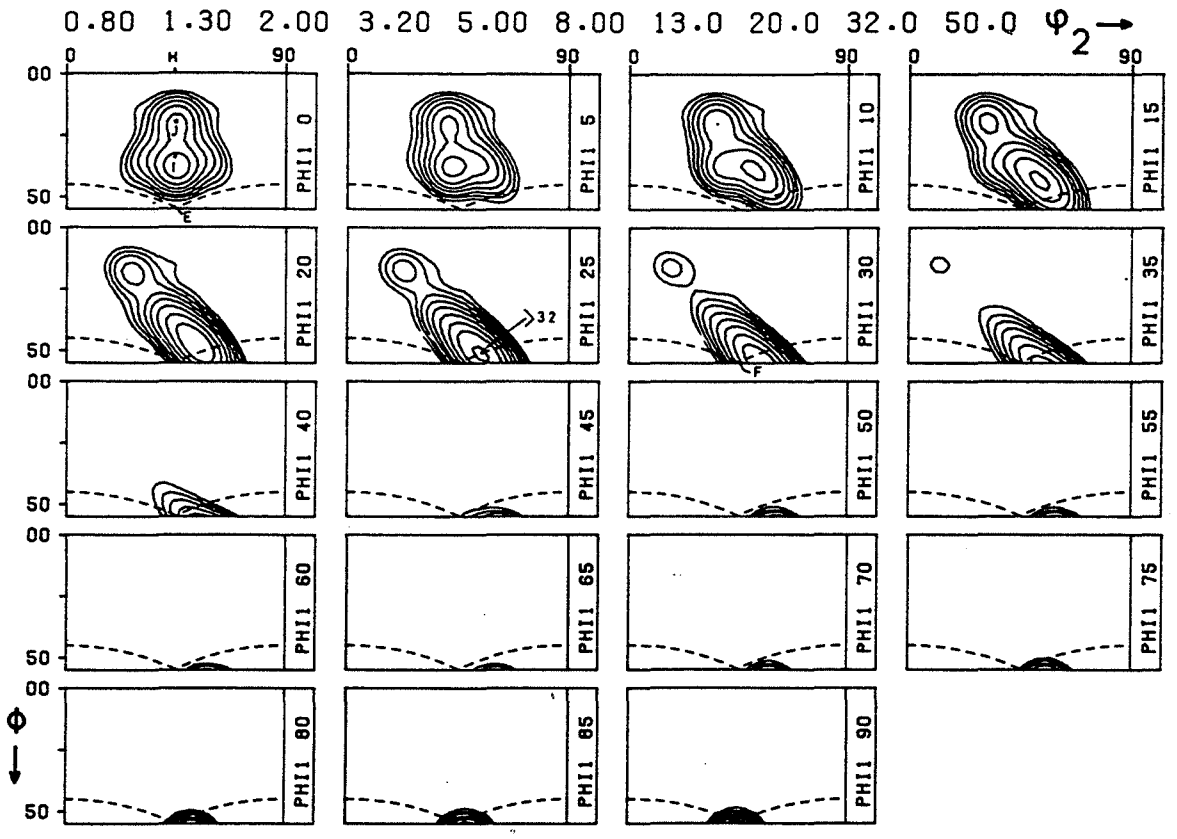


Figure 1.13 FDOC de la texture de laminage calculée par le modèle de Taylor pour un glissement équiprobable sur les systèmes {110}<111>+{112}<111> (Van Houtte, 1984).

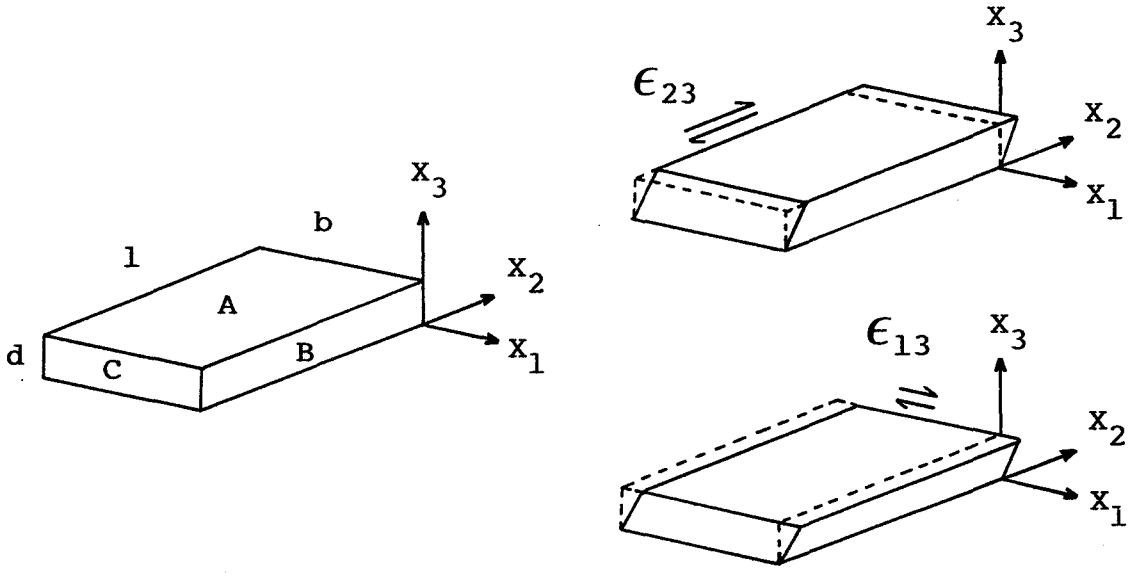


Figure 1.14 Représentation des cisaillements relachés ε_{23} et ε_{13} dans le cas d'un grain plat : X_3 étant le plan et X_2 la direction de laminage.

laminage des métaux cubiques centrés en considérant que le glissement est restreint aux seuls systèmes {110}<111> + {112}<111>. Pour ce calcul, il suppose que les 2 types de systèmes sont équiprobables, c'est-à-dire que la cission résolue critique est identique sur tous les systèmes. Cette texture présentée à la figure 1.13 est voisine de celle obtenue dans le cas du "pencil glide" (Fig. 1.12), à savoir : une fibre {111} < u v w >: E + F étroite et décalée vers {11 11 8}< 4 4 11>, une composante {112}<110>: I à laquelle se superpose une composante {114}<110>:J uniquement pour le calcul de Van Houtte, et pas de composante {001}<110>: H (Van Houtte, 1978) ou très faible (Dillamore et Katoh, 1974).

1.3.2.2 Modèles de Taylor relaché

Honneff et Mecking (1978) proposent une variante du modèle auto-cohérent de Kroner (1961) afin de calculer les contraintes de réaction d'un grain dans une matrice polycristalline. Dans ce modèle, équivalent à celui de Taylor lorsque 5 systèmes sont actifs, ils relachent, dans le cas de grains plats, les 2 composantes de la déformation correspondant aux cisaillements simples ; l'activation de 3 au lieu de 5 systèmes de glissement indépendants permettant une meilleure description des textures de laminage pour cette forme de grain. En effet, comme le montre la figure 1.14, dans le cas de grains plats, les défauts d'accommodation aux limites B et C provoqués par le relachement des cisaillements $\dot{\varepsilon}_{23}$ et $\dot{\varepsilon}_{13}$ représentent une petite partie du volume et, à la limite, peuvent être considérés comme négligeables. Ceci donne lieu aux modèles dits de Taylor relachés (RC : Relaxed Constraints) par opposition au modèle de Taylor proprement dit (FC : Full Constraints).

C'est en 1981 que Van Houtte applique le raisonnement de Honneff et Mecking et propose 2 types de modèles RC :

- le modèle "lath" où 4 composantes du tenseur vitesse de déformation sont imposées ($\dot{\varepsilon}_{23}$ libre) correspondant à des grains plats plus longs que larges,
- le modèle "pancake" où 3 composantes du tenseur vitesse de déformation sont imposées ($\dot{\varepsilon}_{23}$ et $\dot{\varepsilon}_{13}$ libres) ce qui correspond à des grains plats aussi longs que larges (équiaxes).

Ces 2 modèles RC sont appliqués à la prévision des textures de laminage des métaux c.c. pour un glissement équiprobable sur les systèmes {110}<111>+ {112}<111>

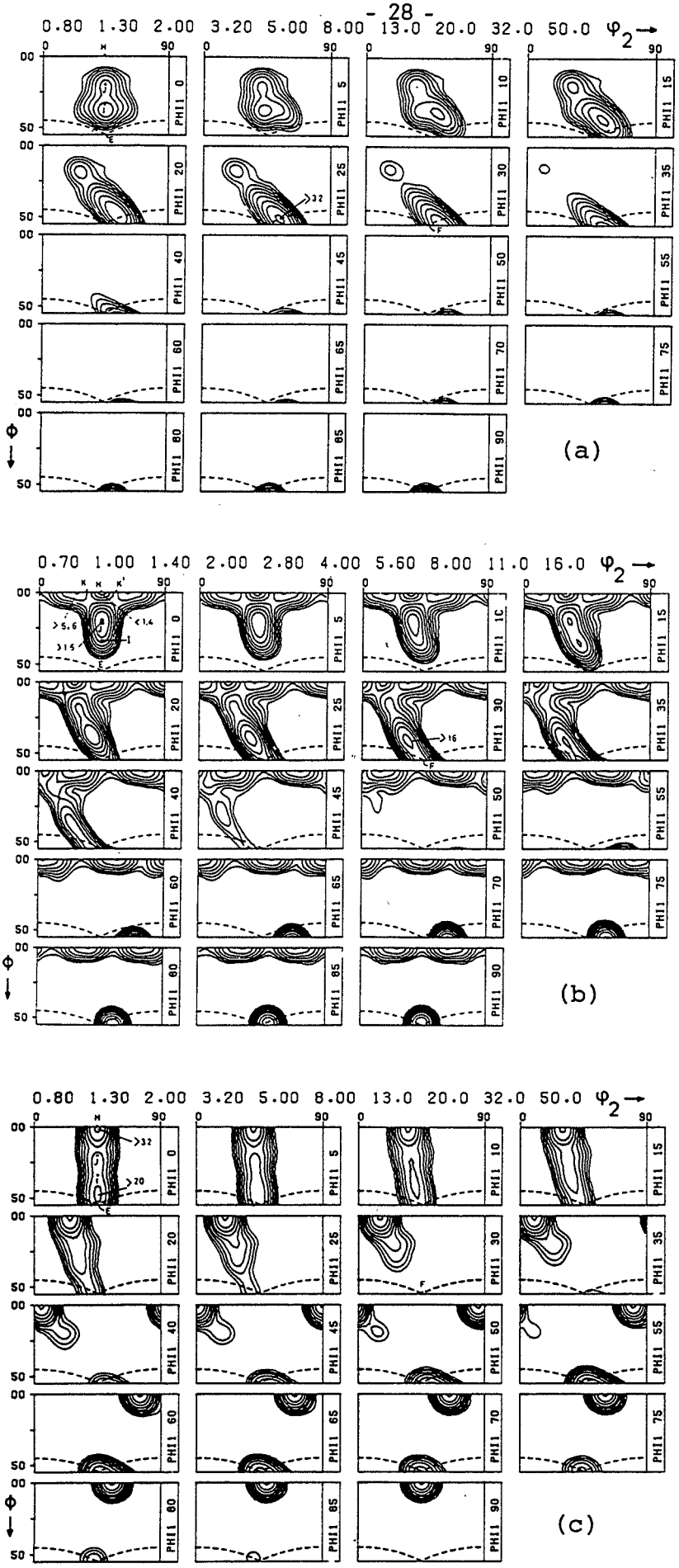


Figure 1.15 FDOC des textures de laminage obtenues par les modèles de Taylor : FC (a) et de Taylor relaché : RC lath (b) et pancake (c) dans l'hypothèse d'un glissement équiprobable sur {110}<111> + {112}<111> (Van Houtte, 1985).

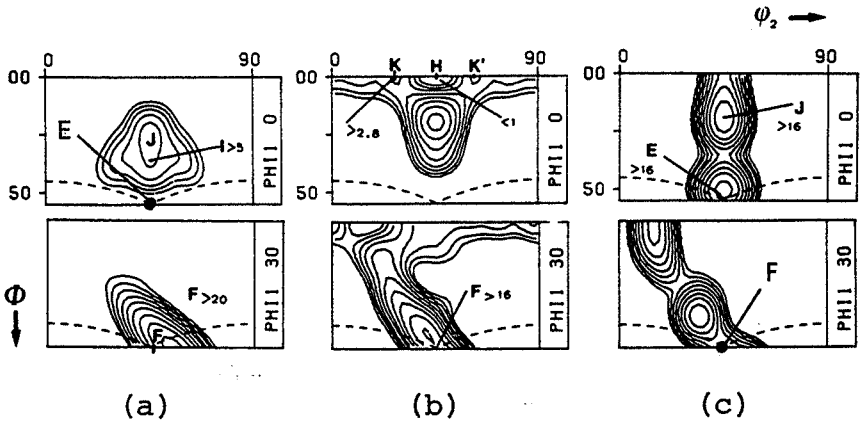


Figure 1.16 Sections φ_1 = 0° et φ_1 = 30° des FDOC des textures de laminage pour les 3 modèles FC (a), RC : lath (b) et pancake (c), lorsque le glissement se produit sur les seuls systèmes {110}<111> (Raphanel et Van Houtte, 1985).

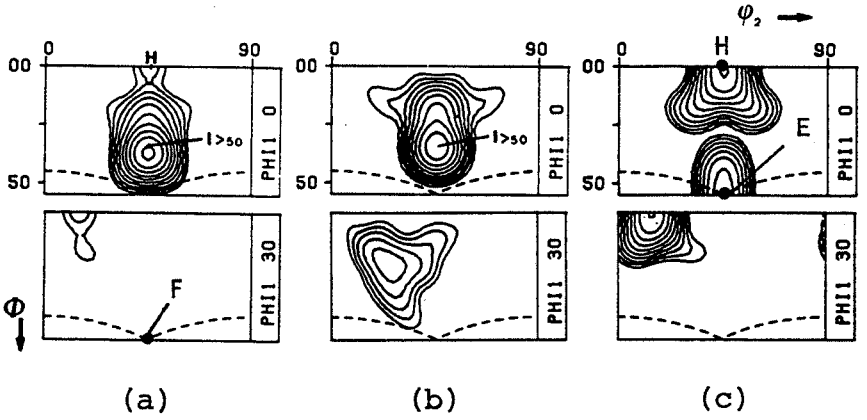


Figure 1.17 Section φ_1 = 0° et φ_1 = 30° des FDOC des textures de laminage pour les 3 modèles FC (a), RC : lath (b) et pancake (c), lorsque le glissement se produit sur les seuls systèmes {112}<111> (Raphanel et Van Houtte, 1985).

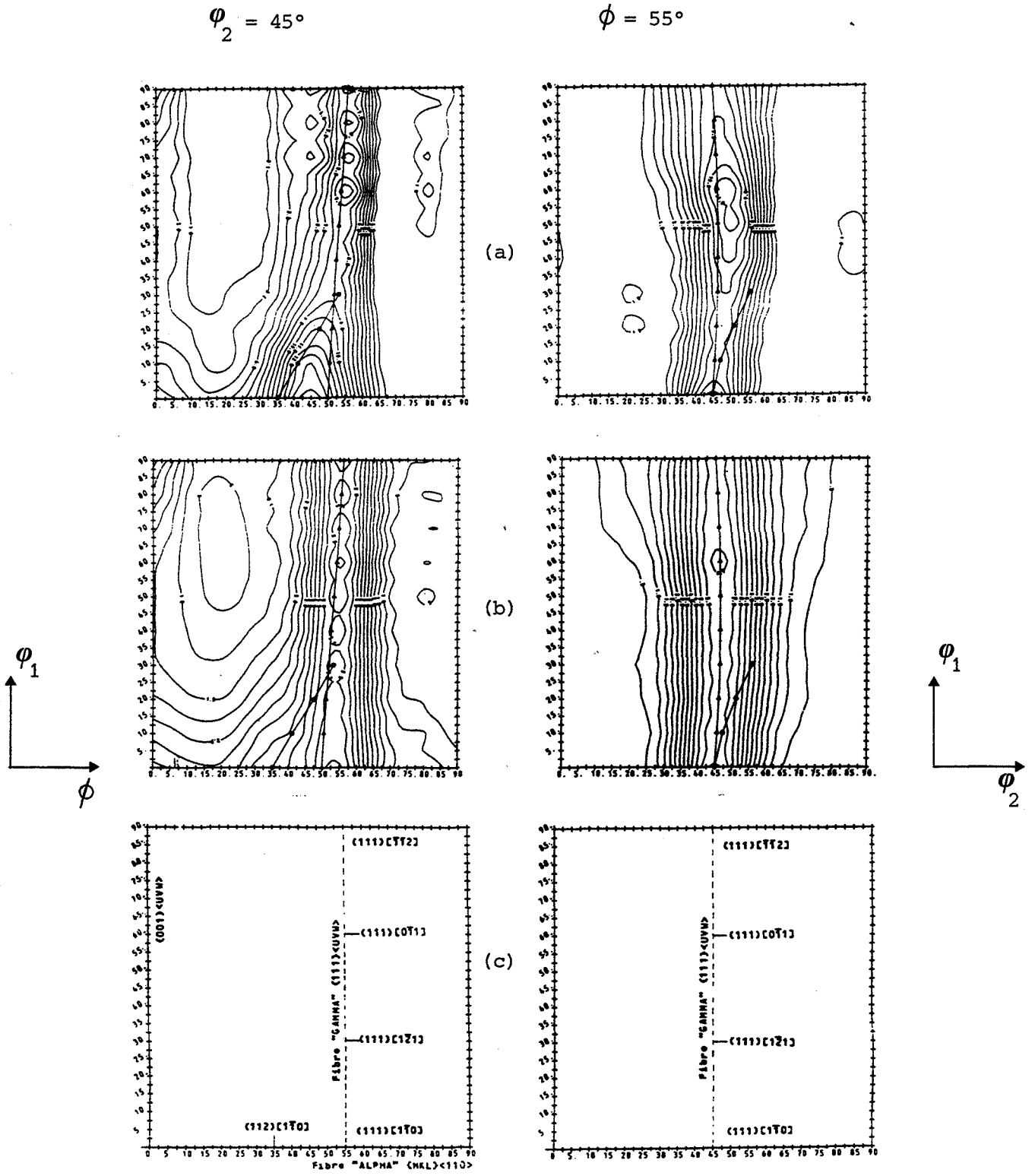


Figure 1.18 Sections φ_2 = 45° et ϕ = 55° des FDOC des textures d'un acier extra-doux laminé jusqu'à 70 % (Arminjon,1987) : (a) simulations, (b) mesures expérimentales, (c) interprétation à partir des orientations idéales : {111}<110> (E), {111}<112> (F) et {112}<110> (I).

(Fig. 1.15) (Van Houtte, 1984 et 1985) et également pour 2 cas extrêmes de cissions résolues critiques, c'est-à-dire, un glissement restreint aux seuls sytèmes {110}<111> (Fig. 1.16) ou {112}<111> (Fig. 1.17) (Raphanel et Van Houtte, 1985). Ces résultats permettent d'étudier en fonction du choix des systèmes de glissement, la contribution des différents modèles de glissement (FC, RC : lath ou pancake) sur la composition des textures. Nous constatons que :

- le glissement sur les systèmes {110}<111> favorise la formation de la fibre {111}<u v w>(E-F) qui est plus forte et moins décalée lorsqu'on passe du modèle FC (Fig. 1.16(a)) au RC : "pancake" (Fig. 1.16(c)),
- la composante {112}<110> (I) est due principalement au glissement sur les systèmes {112}<111> et est plus forte en FC (Fig. 1.17(a)) qu'en RC : "pancake" (Fig. 1.17(c)),
- la composante {100}<110>(H) est liée à la fois au relachement des 2 cisaillements et à la possibilité d'un glissement sur les systèmes {112}<111> (Fig. 1.15(c) et 1.17 (c)).

En conclusion, un modèle FC, RC : "lath" ou "pancake" ne peut simuler, à lui seul, les textures observées expérimentalement, et ce quels que soient les systèmes de glissement activables.

Plus récemment, Arminjon (1987), sans recourir à des justifications liées à la forme des grains, autorise des écarts de toutes les composantes du tenseur de déformation par rapport à la valeur macroscopique, tout en restant dans un voisinage. Ce domaine de variation, défini à partir des textures de laminage d'acier extra-doux, dépend du matériau, mais non du mode de sollicitation. Pour un acier extra-doux laminé à froid jusqu'à 70 %, les résultats obtenus par ce modèle pour un glissement en "pencil glide" (Fig. 1.18(a)) sont comparés aux mesures expérimentales (Fig. 1.18(b)) et analysés en termes d'orientations idéales (Fig. 1.18(c)) :

- une fibre α (ensemble des orientations {hkl}<110>) comprenant les composantes {112}<110> : I et {111}<110>: E,
- une fibre proche de la fibre γ (ensemble des orientations {111}<u v w>) comprenant les composantes {111}<110>: E et {111}<112>: F.

L'avantage de ce modèle par rapport aux modèles FC de Taylor et RC de Van Houtte, est qu'il prévoit simultanément toutes les composantes de la texture observées lors du laminage et ce, avec les fractions volumiques correctes. Pour obtenir ces mêmes composantes à partir des modèles FC, RC, il faut non seulement les combiner

de façon pondérée, mais avec des coefficients qui varient en fonction des systèmes de glissement activables et de leurs cissions critiques.

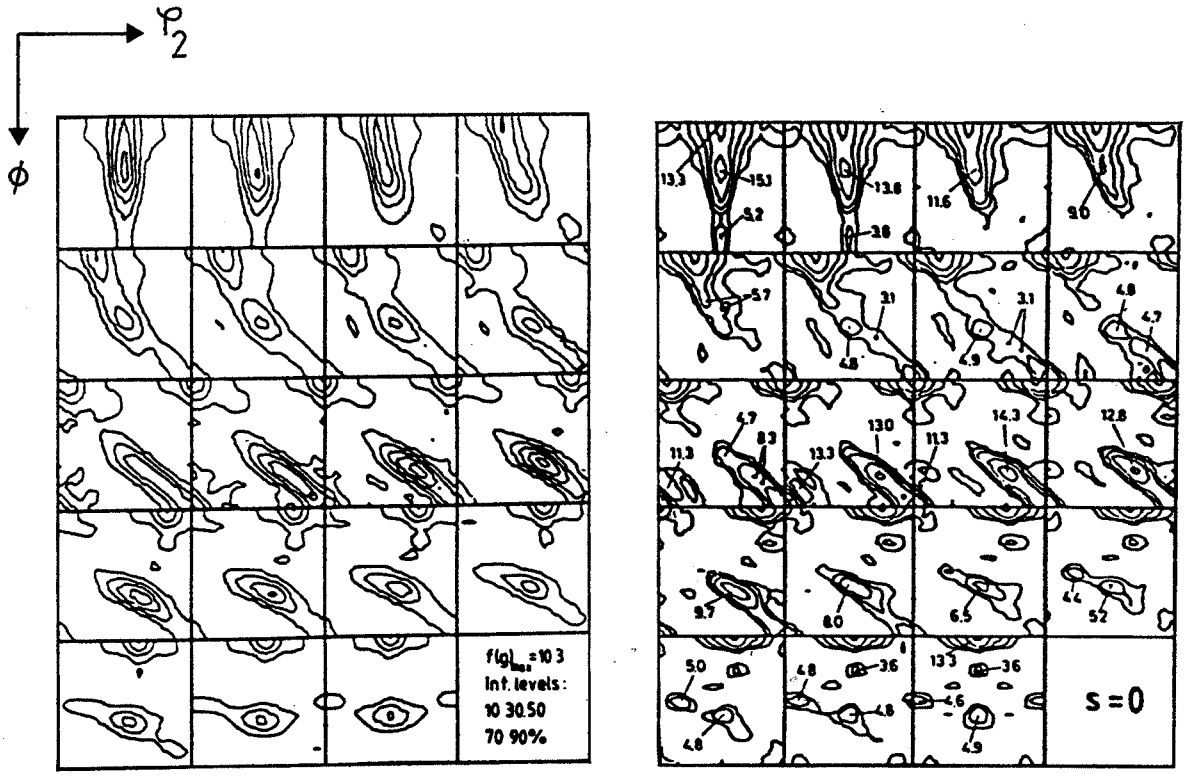
Un autre modèle, issu de celui de Taylor, proposé par Fortunier et Driver (1987) tient compte de l'évolution de la forme et de l'orientation du grain en cours de déformation. Ce modèle appelé CC : "Continuous Constraints" permet une transition continue du mode FC au mode RC, tout en considérant l'écrouissage des systèmes de glissement du grain et l'évolution des contraintes qui lui sont appliquées par la matrice qui l'entoure. Ce modèle développé dans le cadre des métaux cubiques à faces centrées, n'a pas encore été appliqué aux cubiques centrés.

1.4 CONCLUSIONS ET OBJECTIFS

Lorsque l'on examine les travaux réalisés sur la modélisation des textures de laminage, dans le cas des métaux cubiques centrés, on s'aperçoit qu'il y a un amalgame d'hypothèses concernant :

- le modèle représentant la déformation du grain dans le polycristal,
- la loi d'écoulement plastique du matériau,
- les valeurs des cissions résolues critiques sur les systèmes de glissement et leur évolution en cours de déformation,
- le critère permettant de lever l'indétermination sur les amplitudes de glissement.

Afin de nous affranchir des hypothèses concernant le passage du monocristal au polycristal, nous nous sommes limités au comportement plastique en grandes déformations de monocristaux cubiques centrés en compression plane. Cet essai permet d'imposer de grandes déformations au cristal dans des conditions de glissement multiple qui sont voisines de celles du laminage. Le but de cette étude est de caractériser non seulement les rotations cristallines responsables de la formation d'une texture lors du laminage d'une tôle polycristalline, mais également les relations contrainte - déformation, les changements de forme et les systèmes actifs en fonction de l'orientation et du matériau. Nous essayerons également à travers ces résultats d'atteindre les valeurs des cissions critiques sur les différents systèmes de glissement à partir d'un modèle de déformation ayant fait ses preuves dans le cas de la compression plane de monocristaux cubiques à faces centrées.



(a) (b)

Figure 1.19 FDOC des textures du laminage à froid : (a) pour le Fe- α après 84 % de réduction, (b) pour le Fe-3 % Si après 70 % de réduction, (Lucke, Darmann et Hirsch, 1985).

Les 2 métaux cubiques centrés utilisés pour ce travail sont l'alliage Fe-3 % Si et le niobium. Cet alliage a été choisi parce qu'il présente des textures de laminage voisines de celles du Fe-α (Lucke, Darmann et Hirsh, 1985) comme le montre la figure 1.19. De plus, le Fe-Si présente également l'avantage de permettre l'élaboration de barreaux monocristallins de grandes dimensions. Le niobium a été utilisé afin de tester la reproductibilité des résultats en fonction de la nature du matériau ; ces 2 métaux présentant de très grandes différences en ce qui concerne le niveau des contraintes d'écoulement, mais également la mobilité des dislocations. En effet, il existe un domaine de température dit de transition, fonction du matériau, en deça duquel la mobilité des dislocations vis est beaucoup plus faible que celle des dislocations coins (domaine basse température) et au-delà duquel la différence de mobilité entre dislocations coins et vis est sensiblement nulle (domaine haute température). A température ambiante, et pour les vitesses de déformation utilisées ($\simeq 10^{-3} s^{-1}$), le Fe-3 % Si se situe dans le domaine basse température alors que le Nb appartient au domaine haute température.

* *
*

CHAPITRE 2

SURFACES D'ECOULEMENT PLASTIQUE DE MONOCRISTAUX CUBIQUES CENTRES

(Cas du glissement sur les systèmes {110} <111> et {112} <111>)

Comme nous l'avons rappelé dans le chapitre précédent, les phénomènes de textures et d'anisotropie plastique des matériaux métalliques sont liés aux propriétés plastiques des grains qui les constituent. Ces propriétés dépendent essentiellement de la forme et la composition de la surface d'écoulement plastique du monocristal. De nombreuses études se sont attachées à caractériser de telles surfaces :

- celle des métaux c.f.c. dans le cas de τ_c identiques (Bishop et Hill, 1951),
- celle des métaux c.c. pour un glissement équiprobable sur {110} et {112} (Schmitt et Raphanel, 1986),
- celles des métaux h.c. en fonction du rapport des paramètres de maille c/a et également des cissions critiques (Tome et Kochs, 1985).

Il nous a donc semblé intéressant d'étudier la surface d'écoulement plastique de cristaux cubiques centrés pour le glissement sur les plans {110} et {112} comme une fonction du rapport des cissions résolues critiques de ces 2 systèmes. Un travail préliminaire a été réalisé par Chin (1972) afin d'établir les rapports des cissions résolues critiques pour les 3 types de comportement, à savoir : le glissement sur {110}<111>, le glissement mixte et le glissement sur {112}<111> uniquement. De plus, récemment, Schmitt et Raphanel (1986) ont décrit, à partir d'une approche en "pencil glide", cette surface d'écoulement pour une cission résolue critique identique sur les plans {110} et {112}.

Dans ce chapitre, nous caractérisons de façon plus complète cette surface pour le glissement mixte et nous étudions également sa validité en fonction des valeurs du rapport des cissions résolues critiques permettant le glissement à la fois sur les plans {110}et {112}.

2.1 NOTATION ET SYSTEMES DE GLISSEMENT

Il s'agit maintenant de définir l'espace des contraintes et des vitesses de déformation ainsi que la notation des systèmes de glissement que nous allons utiliser pour décrire cette surface d'écoulement.

Généralement, la contrainte σ est définie par un tenseur symétrique (3 x 3), mais comme nous supposons que la pression hydrostatique n'a pas d'influence sur la déformation plastique, nous utilisons le déviateur des contraintes S pour lequel seulement 5 composantes sont indépendantes. Nous avons adopté cette hypothèse pour la simplicité, bien que dans certains cas et, notamment à basse température, la pression hydrostatique peut avoir une influence sur les propriétés d'écoulement des cristaux cubiques centrés (Christian, 1970) à travers les effets de la contrainte normale sur la cission résolue critique. De même, le tenseur symétrique (3 x 3) des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$ se réduit à 5 composantes indépendantes, puisque le volume reste constant durant la déformation plastique dans le cas d'un cristal incompressible.

Pour caractériser les contraintes et les vitesses de déformation, une notation vectorielle à 5 dimensions, (Lequeu, Gilormini, Montheillet, Bacroix et Jonas, 1987) sera utilisée :

$$\vec{S} = \left(\frac{S_{22} - S_{11}}{\sqrt{2}},\ \sqrt{\frac{3}{2}}\, S_{33},\ \sqrt{2}\, S_{23},\ \sqrt{2}\, S_{31},\ \sqrt{2}\, S_{12}\right)$$

$$\vec{\dot{\varepsilon}} = \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{11}}{\sqrt{2}},\ \sqrt{\frac{3}{2}}\, \dot{\varepsilon}_{33},\ \sqrt{2}\, \dot{\varepsilon}_{23},\ \sqrt{2}\, \dot{\varepsilon}_{31},\ \sqrt{2}\, \dot{\varepsilon}_{12}\right) \tag{2.1}$$

De même, pour les facteurs généralisés de Schmid d'un système de glissement k, m_{ij}^{k}, généralement exprimés comme suit :

$$m_{ij}^{k} = 1/2\,(b_i^{k}\, n_j^{k} + b_j^{k}\, n_i^{k}) \tag{2.2}$$

Direction de glissement $\vec{b}$	$[1\ 1\ \bar{1}]$			$[1\ \bar{1}\ \bar{1}]$			$[1\ \bar{1}\ 1]$			$[1\ 1\ 1]$		
Plan de glissement $\vec{n}$	$(0\ 1\ 1)$	$(1\ 0\ 1)$	$(1\ \bar{1}\ 0)$	$(0\ 1\ \bar{1})$	$(1\ 0\ 1)$	$(1\ 1\ 0)$	$(0\ 1\ 1)$	$(1\ 0\ \bar{1})$	$(1\ 1\ 0)$	$(0\ 1\ \bar{1})$	$(1\ 0\ \bar{1})$	$(1\ \bar{1}\ 0)$
n^{os} $(\vec{b})$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n^{os} $(-\vec{b})$	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Plan de glissement $\vec{n}'$	$(2\ \bar{1}\ 1)$	$(\bar{1}\ 2\ 1)$	$(\bar{1}\ \bar{1}\ \bar{2})$	$(2\ 1\ 1)$	$(\bar{1}\ \bar{2}\ 1)$	$(\bar{1}\ 1\ \bar{2})$	$(2\ 1\ \bar{1})$	$(\bar{1}\ \bar{2}\ \bar{1})$	$(\bar{1}\ 1\ 2)$	$(2\ \bar{1}\ \bar{1})$	$(\bar{1}\ 2\ \bar{1})$	$(\bar{1}\ \bar{1}\ 2)$
n^{os} $(\vec{b})$	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'	10'	11'	12'
n^{os} $(-\vec{b})$	13'	14'	15'	16'	17'	18'	19'	20'	21'	22'	23'	24'

Tableau 2.1 Notation pour les systèmes de glissement {110}<111> et {112}<111>.

où $\vec{n}^k$ et $\vec{b}^k$ sont les vecteurs unitaires normal au plan de glissement et parallèle à la direction de glissement du système k,

la notation vectorielle à 5 composantes est adaptée.

$$\vec{m}^k = \left(\frac{m^k_{22} - m^k_{11}}{\sqrt{2}}, \sqrt{\frac{3}{2}}\, m^k_{33}, \sqrt{2}\, m^k_{23}, \sqrt{2}\, m^k_{31}, \sqrt{2}\, m^k_{12}\right) \tag{2.3}$$

Cette notation a l'avantage de présenter avec la notation tensorielle des expressions similaires pour le taux de travail plastique par unité de volume ($\dot{W}$), et pour la cission résolue sur le système k (τ^k).

$$\begin{aligned} \dot{W} &= \vec{S}\,\vec{\dot{\varepsilon}} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} S_{ij}\,\dot{\varepsilon}_{ij} \\ \tau^k &= \vec{m}^k\,\vec{S} = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} m^k_{ij}\,S_{ij} \end{aligned} \tag{2.4}$$

Les systèmes de glissement possibles {110}<111> et {112}< 111 > sont au nombre de 48, ce qui correspond à un glissement sur 3 plans {110} et 3 plans {112} le long de chacune des 8 directions <111> (c'est-à-dire 4 directions <111> plus leurs opposées). La classification adoptée pour les systèmes {110} est celle proposée par Kocks, Canova et Jonas (1983), les systèmes sont regroupés selon leur direction de glissement (Tableau 2.1) et numérotés de 1 à 24. La numérotation de 1' à 24' des systèmes { 112 } (Tableau 2.1) est en relation avec celle adoptée pour les systèmes {110} . En effet, pour chaque direction de glissement < 111 >, chacun des 3 plans {112} associé porte le numéro du plan {110} qui lui est perpendiculaire. Donc, pour chaque système ($\vec{b}$, $\vec{n}$) de glissement sur {110}, il y a un système ($\vec{b}$, $\vec{n}'$) de glissement sur {112} tel que :

$$\vec{n}' = \pm\,\vec{n} \times \vec{b} \tag{2.5}$$

Cette numérotation présentée au tableau 2.1 est réalisée de telle sorte que les systèmes {112}numérotés :

- de 1' à 12' sont orientés pour le glissement dans le sens maclage,
- de 13' et 24' dans le sens anti-maclage.

Comme nous l'avons déjà souligné, l'absence de symétrie des systèmes {112} <111> conduit à un comportement plastique asymétrique, à savoir que le glissement dans le sens maclage est parfois plus facile que dans le sens anti-maclage (Guiu, 1969). Pour la simplicité, cette asymétrie du glissement ne sera pas prise en compte lors de la construction de la surface d'écoulement, bien qu'en principe ces effets asymétriques peuvent y être incorporés.

2.2 DEFINITION D'UNE SURFACE D'ECOULEMENT PLASTIQUE

En conséquence, la surface d'écoulement est définie dans un espace des contraintes à 5 dimensions et comprend tous les états possibles de contrainte provoquant l'écoulement plastique. Cette déformation plastique se produit dans un cristal quand la cission résolue sur au moins un des systèmes de glissement atteint une valeur critique τ_c qu'elle ne peut dépasser (Schmid et Boas, 1935). Pour le système k, cette condition s'exprime comme suit :

$$\tau_c^k = \vec{m}^k \vec{S} \tag{2.6}$$

Cette équation définit, dans l'espace des contraintes à 5 dimensions, un hyperplan dont la normale porte le vecteur $\vec{m}^k$ et dont la distance à l'origine est $\sqrt{2}\ \tau_c^k$.

Pour une déformation complètement imposée, aucune des 5 composantes du déviateur n'est connue, et donc 5 systèmes de glissement indépendants sont nécessaires pour accommoder la déformation (Von Mises, 1928). Les différents états possibles de contrainte sont obtenus en considérant toutes les intersections d'hyperplans correspondant à 5 systèmes de glissement indépendants. Ceci définit un ensemble de points dans l'espace des contraintes à 5 dimensions. De plus, un état de contrainte réel doit être tel que la cission résolue sur chaque système est inférieure ou égale à sa valeur critique en vertu de la loi de Schmid. La surface d'écoulement se compose alors uniquement des points d'intersections ou sommets qui appartiennent à l'enveloppe intérieure des hyperplans. Ces sommets sont reliés les uns aux autres par des éléments géométriques, appelés arêtes qui sont d'ordre 1, 2, 3 ou 4. L'ordre attribué à une arête correspond au nombre de systèmes de glissement indépendants qui lui est associé. Les arêtes d'ordre 1 sont donc les facettes de cette surface d'écoulement, c'est-à-dire les hyperplans correspondant à un système. Les arêtes d'ordre 2, 3 et 4 représentent respectivement des volumes (3D), des plans (2D) et des droites (1D) dans cet espace des

N° Pos	N° Neg	Coordonnées des sommets (en unités τ_c) S1	S2	S3	S4	S5	$\lVert \vec{S} \rVert$ (en unités τ_c)	Systèmes de glissement associés	Groupe de base [nombre de quintuplets de systèmes indépendants]
1	29	$-\sqrt{3}$	-1	0	0	0		2 3 5 6 8 9 11 12	A
2	30	$\sqrt{3}$	-1	0	0	0	2	1 10 15 16 18 19 21 24	[32]
3	31	0	2	0	0	0		4 7 13 14 17 20 22 23	
4	32	0	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$		1 2 7 9 17 18	
5	33	0	0	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$		1 7 11 12 15 20	B
6	34	0	0	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	3	2 3 4 10 17 24	[6]
7	35	0	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$		8 9 16 18 22 23	
8	36	0	0	$2\sqrt{3}$	0	0		2 3 8 9 17 18 23 24	C
9	37	0	0	0	$2\sqrt{3}$	0	$2\sqrt{3}$	1 7 9 12 15 16 18 22	[32]
10	38	0	0	0	0	$2\sqrt{3}$		1 2 4 7 10 11 17 20	
11	39	$-\sqrt{3}/2$	-1/2	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$		1 2 7 9 11 12	
12	40	$-\sqrt{3}/2$	-1/2	0	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$		3 5 6 8 13 19	
13	41	$-\sqrt{3}/2$	-1/2	0	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$		5 8 9 12 16 22	
14	42	$-\sqrt{3}/2$	-1/2	0	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$		2 3 4 6 10 11	
15	43	$\sqrt{3}/2$	-1/2	$\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$		1 2 10 17 18 24	
16	44	$\sqrt{3}/2$	-1/2	$-\sqrt{3}$	0	$-\sqrt{3}$		5 14 15 16 19 21	D
17	45	$\sqrt{3}/2$	-1/2	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{7}$	1 10 11 15 20 21	[4]
18	46	$\sqrt{3}/2$	-1/2	$\sqrt{3}$	0	$-\sqrt{3}$		8 16 18 19 23 24	
19	47	0	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	0		7 9 17 18 22 23	
20	48	0	1	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	0		4 6 13 14 20 21	
21	49	0	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	0		3 4 13 17 23 24	
22	50	0	1	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	0		7 12 14 15 20 22	
23	51	$\sqrt{3}/2$	-3/2	$\sqrt{3}$	0	0		1 2 8 10 16 18 19 24	
24	52	$\sqrt{3}/2$	-3/2	$-\sqrt{3}$	0	0		1 5 10 11 15 16 19 21	
25	53	$\sqrt{3}/2$	3/2	0	$\sqrt{3}$	0		7 14 15 17 18 20 22 23	E
26	54	$\sqrt{3}/2$	3/2	0	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{6}$	4 13 14 17 20 21 23 24	[36]
27	55	$-\sqrt{3}$	0	0	0	$\sqrt{3}$		2 3 4 6 7 9 11 12	
28	56	$-\sqrt{3}$	0	0	0	$-\sqrt{3}$		3 5 6 8 9 12 13 22	

Tableau 2.2 Sommets de la surface d'écoulement pour le glissement sur les systèmes {110}<111> : polyèdre critique P.

contraintes à 5 dimensions où chacun de ces éléments géométriques est défini par les sommets environnants.

En raison de sa structure géométrique, cette surface d'écoulement plastique est également appelée "polyèdre critique". Par la suite, les polyèdres décrivant les surfaces d'écoulement pour le glissement sur un seul type de systèmes seront appelés :

- P pour les 24 systèmes {110}<111> de cission résolue critique τ_c,
- P' pour les 24 systèmes {112}<111> de cission résolue critique τ'_c.

Le terme "polyèdre mixte" P_m quant à lui désignera la surface d'écoulement pour laquelle les 2 types de glissement sont possibles.

2.3 TABULATION DES POLYEDRES CRITIQUES CORRESPONDANT A UN MODE DE GLISSEMENT UNIQUE

Depuis le travail de Bishop et Hill (1951, 1953), la surface d'écoulement plastique pour les monocristaux cubiques à faces centrées est bien connue pour le glissement sur les systèmes {111}<110>. Par dualité, elle est identique à la surface d'écoulement plastique des monocristaux cubiques centrés glissant sur {110}<111>. Ce polyèdre critique P se compose de 56 sommets répartis par les opérations de symétrie cubique en 5 groupes irréductibles. Parmi ces groupes, 3 comprennent les sommets à 8 systèmes activables et les 2 autres ceux à 6 (Tableau 2.2). Les caractéristiques de cette surface d'écoulement ont été tabulées par Bishop (1953) et plus récemment par Kocks et al. (1983) de façon plus complète.

La surface d'écoulement pour le glissement restreint aux seuls systèmes {112}<111> a été calculée par Hosford et Chin (1969). Ce polyèdre est défini dans notre notation au tableau 2.3, il comporte 90 sommets répartis en 5 groupes irréductibles dont 2 se composent des sommets à 8 systèmes activables et 3 à 5 systèmes.

Les sommets de ces 2 polyèdres critiques P et P' sont présentés, respectivement, aux tableaux 2.2 et 2.3, et sont caractérisés par :

N° Pos	N° Neg	Coordonnées des sommets (en unités τ_c) S1	S2	S3	S4	S5	$\|\vec{S}\|$ (en unités τ_c)	Systèmes de glissement associés	Groupe de base [nombre de quintuplets de systèmes indépendants]
1'	46'	2	0	0	0	0		2' 5' 8' 11' 13' 16' 19' 22'	
2'	47'	1	$\sqrt{3}$	0	0	0	2	3' 6' 9' 12' 13' 16' 19' 22'	A' [56]
3'	48'	1	$-\sqrt{3}$	0	0	0		2' 5' 8' 11' 15' 18' 21' 24'	
4'	49'	5/4	$5/4\sqrt{3}$	-1/2	1	1		2' 9' 13' 16' 19'	
5'	50'	5/4	$5/4\sqrt{3}$	1/2	-1	1		6' 11' 16' 19' 22'	
6'	51'	5/4	$5/4\sqrt{3}$	1/2	1	-1		5' 12' 13' 16' 22'	
7'	52'	5/4	$5/4\sqrt{3}$	-1/2	-1	-1		3' 8' 13' 19' 22'	
8'	53'	-5/4	$5/4\sqrt{3}$	-1	1/2	1		9' 10' 17' 20' 23'	
9'	54'	-5/4	$5/4\sqrt{3}$	1	-1/2	1	$\sqrt{13/3}$	1' 6' 14' 17' 20'	B' [1]
10'	55'	-5/4	$5/4\sqrt{3}$	1	1/2	-1		7' 12' 14' 20' 23'	
11'	56'	-5/4	$5/4\sqrt{3}$	-1	-1/2	-1		3' 4' 14' 17' 23'	
12'	57'	0	$-5/2\sqrt{3}$	-1	1	1/2		2' 10' 15' 18' 24'	
13'	58'	0	$-5/2\sqrt{3}$	1	-1	1/2		1' 11' 15' 21' 24'	
14'	59'	0	$-5/2\sqrt{3}$	1	1	-1/2		5' 7' 15' 18' 21'	
15'	60'	0	$-5/2\sqrt{3}$	-1	-1	-1/2		4' 8' 18' 21' 24'	
16'	61'	-1/4	$-1/4\sqrt{3}$	-1/2	2	2		2' 9' 10' 15' 20'	
17'	62'	-1/4	$-1/4\sqrt{3}$	1/2	-2	2		1' 6' 11' 17' 24'	
18'	63'	-1/4	$-1/4\sqrt{3}$	1/2	2	-2		5' 7' 12' 18' 23'	
19'	64'	-1/4	$-1/4\sqrt{3}$	-1/2	-2	-2		3' 4' 8' 14' 21'	
20'	65'	1/4	$-1/4\sqrt{3}$	-2	1/2	2		2' 9' 10' 19' 24'	
21'	66'	1/4	$-1/4\sqrt{3}$	2	-1/2	2		1' 6' 11' 15' 16'	
22'	67'	1/4	$-1/4\sqrt{3}$	2	1/2	-2	$\sqrt{25/3}$	5' 7' 12' 21' 22'	C' [1]
23'	68'	1/4	$-1/4\sqrt{3}$	-2	-1/2	-2		3' 4' 8' 13' 18'	
24'	69'	0	$1/2\sqrt{3}$	-2	2	1/2		2' 9' 10' 13' 23'	
25'	70'	0	$1/2\sqrt{3}$	2	-2	1/2		1' 6' 11' 14' 22'	
26'	71'	0	$1/2\sqrt{3}$	2	2	-1/2		5' 7' 12' 16' 20'	
27'	72'	0	$1/2\sqrt{3}$	-2	-2	-1/2		3' 4' 8' 17' 19'	
28'	73'	1/4	$1/4\sqrt{3}$	-5/2	1	1		2' 9' 10' 13' 19'	
29'	74'	1/4	$1/4\sqrt{3}$	5/2	-1	1		1' 6' 11' 16' 22'	
30'	75'	1/4	$1/4\sqrt{3}$	5/2	1	-1		5' 7' 12' 16' 22'	
31'	76'	1/4	$1/4\sqrt{3}$	-5/2	-1	-1		3' 4' 8' 13' 19'	
32'	77'	-1/4	$1/4\sqrt{3}$	-1	5/2	1		2' 9' 10' 20' 23'	
33'	78'	-1/4	$1/4\sqrt{3}$	1	-5/2	1	$\sqrt{25/3}$	1' 6' 11' 14' 17'	D' [1]
34'	79'	-1/4	$1/4\sqrt{3}$	1	5/2	-1		5' 7' 12' 20' 23'	
35'	80'	-1/4	$1/4\sqrt{3}$	-1	-5/2	-1		3' 4' 8' 14' 17'	
36'	81'	0	$-1/2\sqrt{3}$	-1	1	5/2		2' 9' 10' 15' 24'	
37'	82'	0	$-1/2\sqrt{3}$	1	-1	5/2		1' 6' 11' 15' 24'	
38'	83'	0	$-1/2\sqrt{3}$	1	1	-5/2		5' 7' 12' 18' 21'	
39'	84'	0	$-1/2\sqrt{3}$	-1	-1	-5/2		3' 4' 8' 18' 21'	
40'	85'	1/2	$-\sqrt{3}/2$	3	0	0		1' 5' 7' 11' 15' 16' 21' 22'	
41'	86'	1/2	$-\sqrt{3}/2$	-3	0	0		2' 4' 8' 10' 13' 18' 19' 24'	
42'	87'	1/2	$\sqrt{3}/2$	0	3	0	$\sqrt{10}$	2' 5' 9' 12' 13' 16' 20' 23'	E' [56]
43'	88'	1/2	$\sqrt{3}/2$	0	-3	0		3' 6' 8' 11' 14' 17' 19' 22'	
44'	89'	1	0	0	0	3		2' 6' 9' 11' 15' 16' 19' 24'	
45'	90'	1	0	0	0	-3		3' 5' 8' 12' 13' 18' 21' 22'	

Tableau 2.3 Sommets de la surface d'écoulement pour le glissement sur les systèmes {112}<111>: polyèdre critique P'.

- leurs coordonnées S_i dans l'espace des contraintes utilisé,
- par leur norme $\|\vec{S}\|$,
- les systèmes de glissement qui leur sont associés.

Ces tableaux précisent également le nombre de quintuplets de systèmes de glissement indépendants pour chaque groupe irréductible, comme cela avait été déterminé précédemment par Bacroix, Jonas, Montheillet et Skalli (1986) pour le polyèdre P.

2.4 CONSTRUCTION DU POLYEDRE MIXTE

2.4.1 Détermination de l'intervalle d'existence du polyèdre mixte en fonction du rapport des cissions critiques ξ

Nous normalisons le vecteur contrainte $\vec{S}$ par la cission résolue critique τ_c des systèmes {110}<111>. De ce fait, la cission résolue critique des systèmes de glissement est égale à

$$\begin{array}{ll} 1 & \text{sur } \{110\}\langle 111\rangle \\ \tau_c'/\tau_c = \xi & \text{sur } \{112\}\langle 111\rangle \end{array} \qquad (2.7)$$

Ce paramètre ξ est appelé rapport des cissions résolues critiques pour le mode de glissement {110}+{112}.

Nous allons maintenant déterminer pour quelle gamme de valeurs du rapport ξ , le polyèdre mixte P_m existe. En effet, lorsque le paramètre ξ augmente, la cission résolue critique du mode {112} devient supérieure à celle du glissement sur {110} et pour une limite supérieure de ξ, le glissement {112} devient impossible. Géométriquement, augmenter ξ revient à dilater le polyèdre P' ; la limite supérieure de ξ est atteinte lorsque le polyèdre P' englobe totalement le polyèdre P. A ce moment, le glissement se produit sur les systèmes constituant l'enveloppe intérieure des hyperplans, c'est-à-dire uniquement sur {110}<111>. Inversement, diminuer ξ revient à contracter le polyèdre P', la limite inférieure de ξ est atteinte lorsque le polyèdre P' est totalement inscrit dans le polyèdre P, le glissement a alors lieu uniquement sur les systèmes {112}<111>.

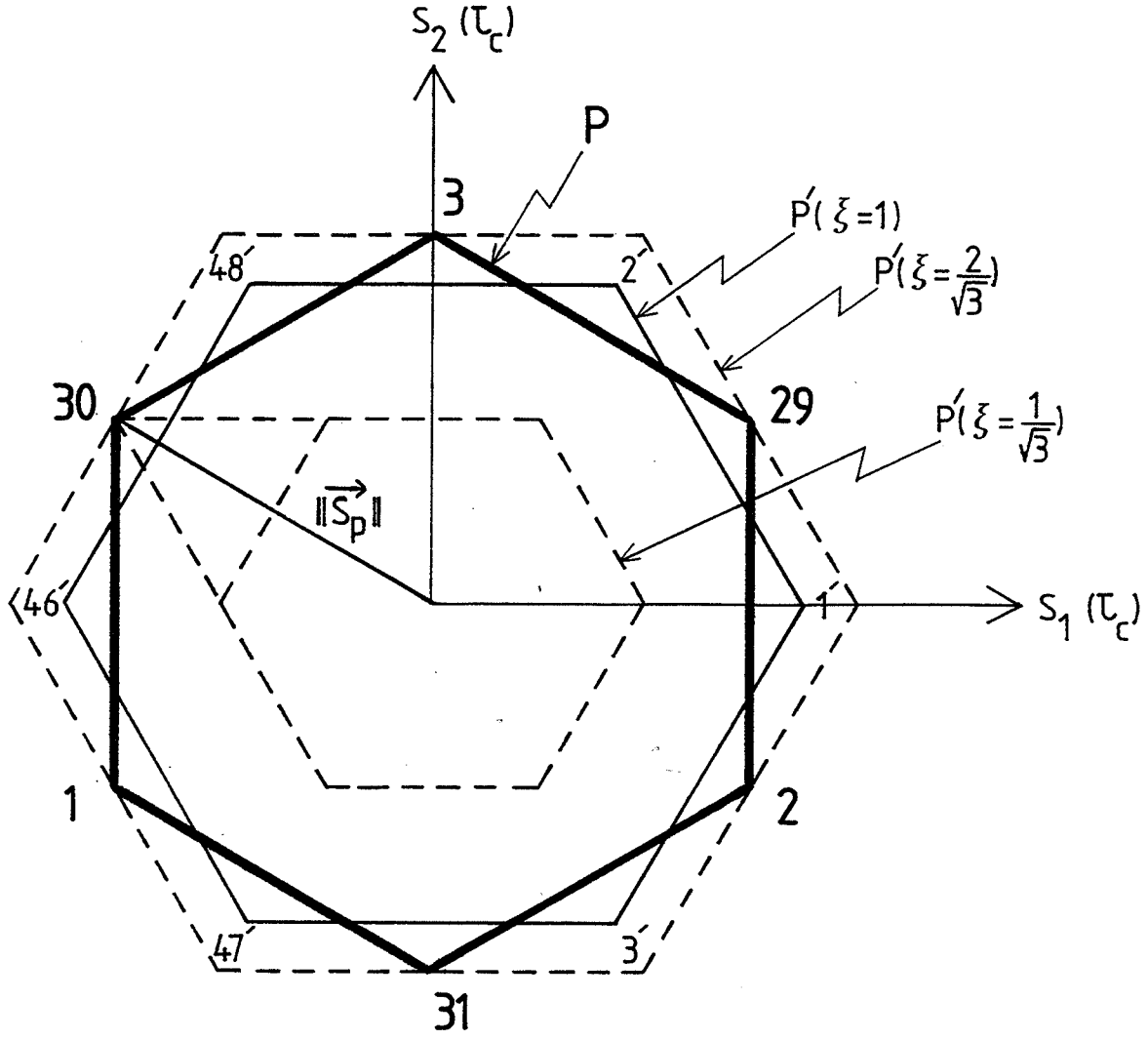


Figure 2.1 Dans le plan II :(S_1, S_2), la section du polyèdre P est un hexagone régulier (traits gras) défini par les sommets du type A : **1 - 2 - 3 - 29 - 30 - 31.** La section dans ce même plan du polyèdre P' est également un hexagone régulier (traits fins), mais tourné de 30° et défini par les sommets du type A' : **1' - 2' - 3' - 46' - 47' - 48'.** En faisant varier ξ , on constate que les 2 seules valeurs de ξ pour lesquelles un sommet de P (**30,** par exemple) se situe sur une facette de P' sont $1/\sqrt{3}$ et $2/\sqrt{3}$ (traits fins discontinus). Mais seule la valeur $2/\sqrt{3}$ de ξ représente le cas où le sommet du groupe A appartient à l'enveloppe intérieure de P' et constitue donc la borne supérieure.

Pour déterminer numériquement la borne supérieure du rapport des cissions résolues critiques ξ , nous considérons le cas limite où un sommet du polyèdre de Bishop et Hill appartient à une facette du polyèdre P'. Comme chaque polyèdre est constitué de 5 groupes irréductibles de sommets et de 24 hyperplans, le problème se réduit à calculer, pour un sommet de chaque groupe, la valeur de ξ pour laquelle ce sommet de P appartient à une facette de P' (Fig. 2.1). Cette condition s'exprime comme suit :

$$\vec{m}_{p'} \cdot \vec{S}_p(\tau_c) = \tau'_c \tag{2.8}$$

ou $\vec{m}_{p'} \cdot \vec{S}_p(\frac{1}{\xi}) = 1$ en termes de ξ .

La distance de ce sommet est ensuite exprimée en fonction de ξ , et parmi les différentes valeurs de ξ trouvées de cette façon, seule celle correspondant à la plus petite distance de ce sommet de P sur une des facettes de P' est retenue. Dans le cas présent, cette valeur de ξ est $2/\sqrt{3}$ qui donc définit la borne supérieure pour le premier groupe de sommets examiné. Ayant répété ce calcul, pour les 4 autres groupes irréductibles, la même valeur $\xi = 2/\sqrt{3}$ pour la borne supérieure est obtenue pour chaque groupe. Cela signifie que tous les sommets de Bishop et Hill pénètrent **simultanément** dans le polyèdre P' pour cette limite supérieure du rapport ξ .

La même démarche est utilisée pour déterminer la borne inférieure du rapport ξ et la condition d'appartenance d'un sommet de P' à une des facettes du polyèdre de Bishop et Hill s'exprime de la façon suivante :

$$\vec{m}_p \cdot \vec{S}_{p'}(\tau'_c) = \tau_c \tag{2.9}$$

ou $\vec{m}_p \cdot \vec{S}_{p'}(\xi) = 1$ en terme de ξ .

Dans ce cas, la plus petite distance de ce sommet à l'origine correspond à la borne inférieure du rapport ξ qui est $\sqrt{3}/2$ quelque soit le groupe irréductible considéré. Nous pouvons à nouveau en conclure que tous les sommets du polyèdre P' pénètrent **simultanément** dans le polyèdre de Bishop et Hill.

Ces limites supérieure et inférieure du rapport ξ sont identiques à celles obtenues par Chin (1972).

2.4.2 Caractérisation des sommets du polyèdre mixte pour des cissions critiques identiques sur $\{110\}$ et $\{112\}$: $\xi = 1$

Ayant l'intervalle de variation du paramètre ξ $(\sqrt{3}/2,\ 2\sqrt{3})$ pour lequel à la fois des systèmes de glissement du type $\{110\}\langle 111\rangle$ et $\{112\}\langle 111\rangle$ sont activables, il nous reste à caractériser ce polyèdre mixte et à déterminer s'il est unique ou si plusieurs configurations de celui-ci existent dans cet intervalle.

La première étape consiste à définir les sommets de cette surface d'écoulement pour une valeur particulière de ξ et ensuite, il s'agit de tester la validité de ce polyèdre mixte pour tout l'intervalle d'existence du rapport ξ.

La valeur particulière avec laquelle nous avons choisi de travailler est $\xi = 1$. Ce rapport des cissions résolues critiques ($\tau'_c = \tau_c$) correspond au cas où le glissement est équiprobable sur les 2 types de systèmes $\{110\}\langle 111\rangle$ et $\{112\}\langle 111\rangle$. Ce polyèdre pour $\xi = 1$ a été décrit de façon assez succincte par Schmitt et Raphanel (1986) à partir d'une méthode numérique basée sur le principe du "pencil glide"

La position des sommets du polyèdre mixte dans l'espace des contraintes à 5 dimensions est obtenue en résolvant le problème linéaire suivant :

$$\vec{S}.\vec{m}^k = 1 \qquad \text{sur 5 systèmes de glissement indépendants (a)}$$

$$\forall\ k = 1, \ldots, 24' \qquad (2.10)$$

$$\vec{S}.\vec{m}^k \leqslant 1 \qquad \text{sur les autres systèmes (b)}$$

Cette résolution consiste à considérer toutes les combinaisons de 5 systèmes de glissement parmi les 48 systèmes possibles. Si le déterminant des équations 2.10 (a) est non-nul, alors les systèmes de glissement sont indépendants et l'état de contrainte $\vec{S}$ nécessaire pour activer ceux-ci est un sommet possible. Mais, pour que ce sommet représente un état de contrainte réel, c'est-à-dire faisant partie de l'enveloppe intérieure du polyèdre mixte, il faut vérifier que sa cission résolue sur tous les autres systèmes n'excède pas la valeur critique égale à 1, comme nous le montre l'équation 2.10 (b).

Après avoir effectué ce calcul numériquement sur ordinateur, nous obtenons 216

Nombre de systèmes de glissement (nombre de sommets équivalents)	Type des systèmes de glissement	$\|\vec{S}\|$ pour $\xi = 1$		Caractéristiques du sommet représentant le groupe: Systèmes de glissement associés	Coordonnées (en unités τ_c) S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	Nombre de quintuplets de systèmes indépendants	Notation
5 (168)	* 3 {110} + 2 {112} (72)	2.619	(24)	1,7,11,10',15'	$-3\xi+3\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}\xi+3/2$	$3\xi-2\sqrt{3}$	$3\xi-\sqrt{3}$	$-3\xi+3\sqrt{3}$	$1 = C_5^5$	DX
		2.674	(24)	1,7,11,9',10'	$3\xi/2-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}\xi/2-1$	$-6\xi+3\sqrt{3}$	$3\xi-\sqrt{3}$	$-3\xi+3\sqrt{3}$		BX
		2.753	(24)	1,7,11,9',15'	$3\xi/2-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}\xi/2-1$	$3\xi-2\sqrt{3}$	$-6\xi+4\sqrt{3}$	$6\xi-2\sqrt{3}$		CX
	2 {110} + 3 {112} (96)	1.743	(12)	1,11,15',18',24'	0	$-3\sqrt{3}\xi/2+1$	$3\xi-2\sqrt{3}$	$-3\xi+2\sqrt{3}$	$-3\xi/2+\sqrt{3}$		AB'
		1.976	(24)	1,11,10',15',18'	$-3\xi+3\sqrt{3}/2$	$-\sqrt{3}\xi/2-1/2$	$3\xi-2\sqrt{3}$	$3\xi-\sqrt{3}$	$-3\xi/2+\sqrt{3}$		EB'
		2.134	(12)	1,11,2',10',18'	0	$\sqrt{3}\xi/2-2$	$-3\xi+\sqrt{3}$	$3\xi-\sqrt{3}$	$-3\xi/2+\sqrt{3}$		DB'
		2.532	(12)	1,7,10',15',20'	$-9\xi/4+\sqrt{3}$	$-3\sqrt{3}\xi/4+1$	$3\xi/2-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$		DC'
			(12)	1,7,2',9',10'	$3\xi/4-\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}\xi/4-1/2$	$-9\xi/2+2\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$		BC'D'(1)
		2.663	(12)	1,11,2',9',10'	0	$\sqrt{3}\xi/2-1$	$-3\xi+\sqrt{3}$	$3\xi-\sqrt{3}$	$-3\xi/2+2\sqrt{3}$		BC'D'(2)
		2.848	(12)	1,11,9',15',24'	0	$\sqrt{3}\xi/2-1$	$3\xi-2\sqrt{3}$	$-3\xi+2\sqrt{3}$	$9\xi/2-\sqrt{3}$		CD'
6 (24)	3 {110} + 3 {112} (24)	2.505	(24)	1,9,12,10',15',20'	$-3\xi/2+\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}\xi/2-3/2$	0	$-3\xi+3\sqrt{3}$	$6\xi-3\sqrt{3}$	$5\ (< C_6^5)$	DE'
8 (24)	4 {110} + 4 {112} (24)	1.793	(6)	1,10,16,19,2',5',8',11'	$3\xi-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}\xi-3$	0	0	0	$44\ (< C_8^5)$	AA'
		1.909	(6)	1,10,16,19,5',11',15',21'	$\sqrt{3}/2$	$-3/2$	$6\xi-3\sqrt{3}$	0	0		EA'
		2.536	(6)	1,9,12,16,7',10',15',18'	$-3\xi/2+\sqrt{3}/2$	$-3\sqrt{3}\xi/2+3/2$	0	$-3\xi+3\sqrt{3}$	0	$52\ (< C_8^5)$	EE'
		3.036	(6)	1,9,12,16,2',5',20',23'	$3\xi/2-\sqrt{3}$	$3\sqrt{3}\xi/2-3$	0	3ξ	0		CE'

Tableau 2.4 Sommets de la surface d'écoulement pour le glissement mixte sur les systèmes {110}<111> + {112}<111> : polyèdre P_m pour $\sqrt{3}/2 < \xi < 2/\sqrt{3}$

* Sommets du polyèdre mixte valables uniquement pour $5/3\sqrt{3} < \xi < 2/\sqrt{3}$.

états de contrainte possibles (plus leurs opposés) auxquels sont associés 5, 6 ou 8 systèmes de glissement. Ces sommets peuvent être classés en 3 catégories (Tableau 2.4).

- 168 sommets à 5 systèmes : 72 d'entre-eux sont constitués de 3 sytèmes {110}<111> et 2 {112}<111> et les 96 autres sont composés de 2 sytèmes {110}<111> et 3 {112}<111>.
- 24 sommets à 6 sytèmes dont 3 sont du type {110}<111> et 3 du type {112}<111>.
- 24 sommets à 8 systèmes dont 4 sont du type {110}<111> et 4 du type {112}<111>.

A ces catégories de sommets, il convient d'appliquer les opérations de symétrie cubique afin de déterminer les états de contrainte cristallographiquement équivalents. Dans la notation de Lequeu et al. (1986), les coordonnées des états de contrainte cristallographiquement équivalents à un sommets $\vec{S}$: $(S_1, S_2, S_3, S_4, S_5,)$ sont les suivantes :

H1	$(S_1, S_2, S_3, S_4, S_5)$	H5	$(S'_1, S'_2, S_3, S_5, S_4)$	H7	$(S''_1, S''_2, S_4, S_5, S_3)$
H2	$(S_1, S_2, S_3, -S_4, -S_5)$		$(S'_1, S'_2, S_3, -S_5, -S_4)$		$(S''_1, S''_2, S_4, -S_5, -S_3)$
	$(S_1, S_2, -S_3, S_4, -S_5)$		$(S'_1, S'_2, -S_3, S_5, -S_4)$		$(S''_1, S''_2, -S_4, S_5, -S_3)$
H3	$(S_1, S_2, -S_3, -S_4, S_5)$		$(S'_1, S'_2, -S_3, -S_5, S_4)$		$(S''_1, S''_2, -S_4, -S_5, S_3)$
H4	$(-S_1, S_2, S_4, S_3, S_5)$	H6	$(-S'_1, S'_2, S_5, S_3, S_4)$	H8	$(-S''_1, S''_2, S_5, S_4, S_3)$
	$(-S_1, S_2, S_4, -S_3, -S_5)$		$(-S'_1, S'_2, S_5, -S_3, -S_4)$		$(-S''_1, S''_2, S_5, -S_4, -S_3)$
	$(-S_1, S_2, -S_4, S_3, -S_5)$		$(-S'_1, S'_2, -S_5, S_3, -S_4)$		$(-S''_1, S''_2, -S_5, S_4, -S_3)$
	$(-S_1, S_2, -S_4, -S_3, S_5)$		$(-S'_1, S'_2, -S_5, -S_3, S_4)$		$(-S''_1, S''_2, -S_5, -S_4, S_3)$

$$\text{avec } S'_1 = \frac{S_{33} - S_{11}}{\sqrt{2}} = \frac{S_1}{2} + \frac{\sqrt{3}\, S_2}{2} \qquad S''_1 = \frac{S_{33} - S_{22}}{\sqrt{2}} = \frac{-S_1}{2} - \frac{\sqrt{3}\, S_2}{2}$$

$$S'_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}\, S_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2} S_1 - \frac{S_2}{2} \qquad S''_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}\, S_{11} = \frac{-\sqrt{3}}{2} S_1 - \frac{S_2}{2} \tag{2.11}$$

Ces 24 états (plus leurs opposés) sont obtenus en appliquant les opérations H de symétrie cubique sur le tenseur du déviateur des contraintes S_{ij}.

$$S'_{ij} = H\, S_{ij}\, H^T \tag{2.12}$$

où H est la matrice correspondant à une symétrie par rapport à un plan particulier.

Dans notre notation, H1, H2 et H3 correspondent à un plan de symétrie{100} avec

$$H1=\begin{pmatrix} \bar{1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad H2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad H3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{1} \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

et H4, H5, H6, H7 et H8 correspondent à un plan de symétrie {110} avec :

$$H4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} H5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} H6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} H7 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} H8 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

Les 15 groupes irréductibles ainsi obtenus sont caractérisés au tableau 2.4 par la norme du vecteur contrainte et par le nombre des sommets appartenant à ces différents groupes.

Finalement, les sytèmes de glissement associés à chaque sommet étant connus, les coordonnées de ces sommets peuvent être calculées de façon analytique en fonction de ξ par inversion du systèmes d'équation suivant :

$$\begin{aligned} \tau_c^{\,h} &= \vec{m}^h \vec{S} \\ \tau_c^{\,i} &= \vec{m}^i \vec{S} \\ \tau_c^{\,j} &= \vec{m}^j \vec{S} \\ \tau_c^{\,k} &= \vec{m}^k \vec{S} \\ \tau_c^{\,l} &= \vec{m}^l \vec{S} \end{aligned} \tag{2.15}$$

avec les 5 composantes du vecteur contrainte $\vec{S}$ comme inconnues,
où h, i, j, k, l sont 5 systèmes de glissement indépendants associés à ce sommet.

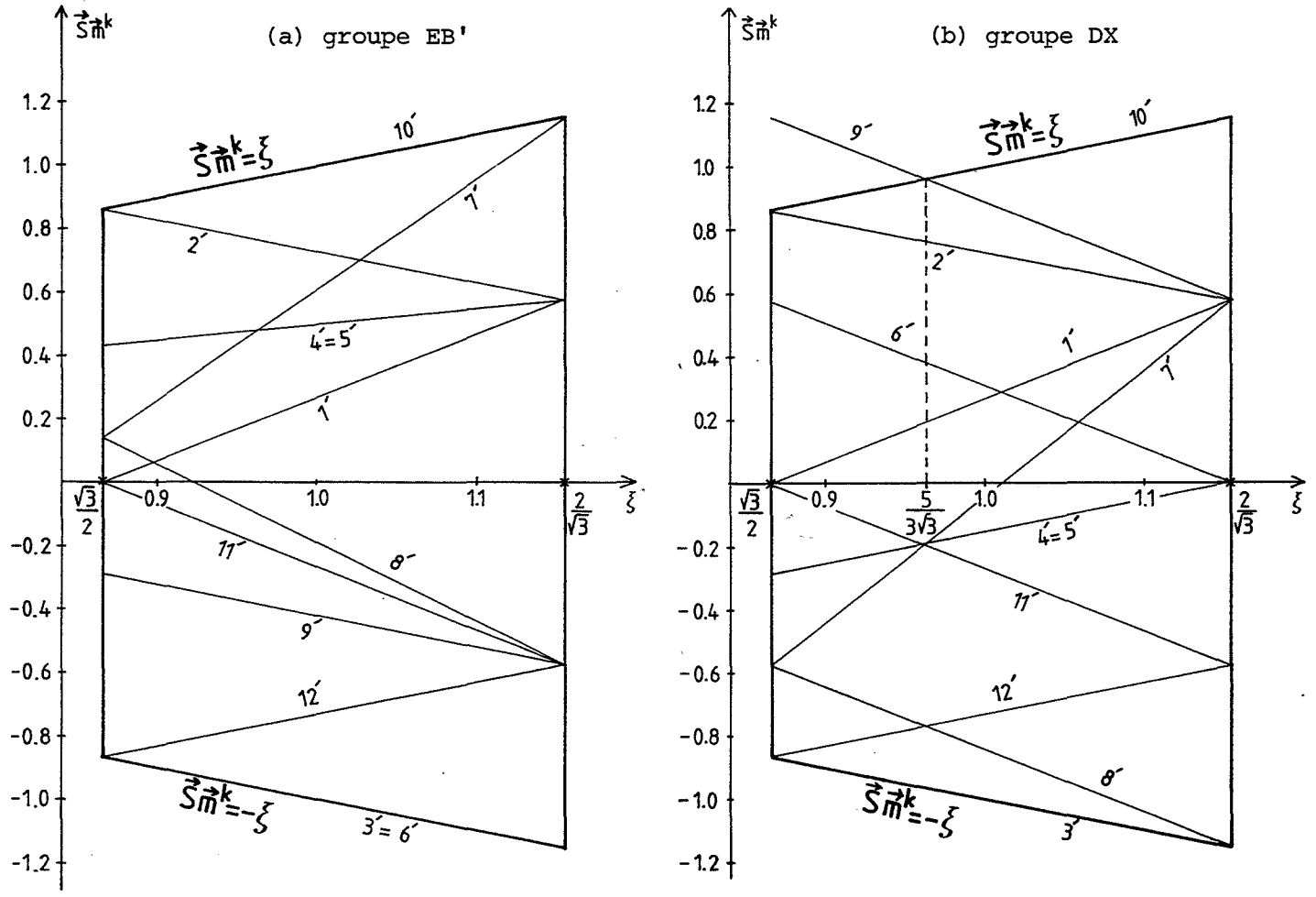


Figure 2.2 Représentation graphique des cissions résolues sur le systèmes {112}<111> (équations 2.16) pour les groupes EB'(a) et DX(b).

Ces coordonnées analytiques S_i sont explicitées au tableau 2.4 pour un sommet quelconque représentant chacun des 15 groupes irréductibles ; cet état de contrainte étant identifié par les systèmes de glissement qui lui sont associés. Dans ce tableau, nous présentons également le nombre de quintuplets de systèmes de glissement indépendants pour chaque groupe irréductible ainsi qu'une notation. Cette dernière est basée sur les notations adoptées pour les polyèdres P et P' et elle sera expliquée plus en détails par la suite.

2.5 CONFIGURATIONS DE LA SURFACE D'ECOULEMENT POUR TOUT L'INTERVALLE D'EXISTENCE DU GLISSEMENT MIXTE

2.5.1 Validité de la configuration du polyèdre critique pour $\xi = 1$

La validité des coordonnées des vecteurs de contrainte obtenues pour le rapport $\xi = 1$ doit être testée sur tout l'intervalle d'existence du glissement mixte ($\sqrt{3}/2 < \xi < 2/\sqrt{3}$). Pour cela, il suffit d'examiner les cissions résolues de ces états de contrainte sur les systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$ en fonction de ξ . En effet, il faut rappeler que les vecteurs de contrainte sont normalisés par rapport à τ_c et donc, que leurs cissions résolues sur les systèmes $\{110\}\langle 111\rangle$ sont indépendantes de ξ . La condition de base de la validité des sommets tabulés au tableau 2.4 est que leur cission résolue sur les systèmes de glissement $\{112\}\langle 111\rangle$ n'excède pas ξ . Mathématiquement, cette condition s'exprime comme suit :

$$-\xi \leqslant \vec{S}.\vec{m}^k \leqslant \xi \qquad k = 1', 12' \qquad (2.16)$$

Ces relations peuvent être représentées graphiquement, en traçant les cissions résolues de chaque sommet irréductible du tableau 2.4 sur tous les systèmes de glissement du type $\{112\}$ en fonction du rapport ξ . Deux exemples sont présentés aux figures 2.2(a) et (b), respectivement pour les groupes EB' et DX. Cette résolution graphique a été appliquée systématiquement pour les 15 groupes, ce qui nous a permis de constater que l'expression (2.16) était satisfaite par tous les états de contrainte, excepté ceux des groupes DX, BX et CX. En effet, comme nous le montre la figure 2.2(b) pour le groupe DX, la relation (2.16) est mise en défaut sur le système 9' pour toute valeur de $\xi < 5/3\sqrt{3}$. En fait, pour ces 3 groupes constitués des sommets à 5 sytèmes (3 du type $\{110\}$ et 2 du type $\{112\}$), la cission résolue devient supérieure

à ξ sur un des sytèmes $\{112\}\langle 111\rangle$ pour toute valeur de $\xi < 5/3\sqrt{3}$. L'élimination des sommets de ce type, c'est-à-dire constitués en majorité par des sytèmes $\{110\}\langle 111\rangle$ est prévisible puisque pour ces petites valeurs de ξ ($< 5/3\sqrt{3}$) le glissement sur les plans $\{112\}$ est favorisé.

En résumé, l'analyse systématique des cissions résolues sur les systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$ en fonction du paramètre ξ nous révèle que :

- pour $5/3\sqrt{3} < \xi < 2/\sqrt{3}$, la surface d'écoulement pour le glissement mixte sur $\{110\}\langle 111\rangle$ et $\{112\}\langle 111\rangle$ est correctement définie par les coordonnées des vecteurs de contrainte tabulés au tableau 2.4,
- pour $\sqrt{3}/2 < \xi < 5/3\sqrt{3}$, la configuration de la surface d'écoulement obtenue pour $\xi = 1$ doit être modifiée pour les régions de l'espace des contraintes correspondant aux 3 premiers groupes du tableau 2.4.

2.5.2 Configuration du polyèdre mixte pour l'intervalle : $\sqrt{3}/2 < \xi < 5/3\sqrt{3}$

Il s'agit maintenant de déterminer les nouveaux états de contrainte applicables au cristal pour les valeurs de $\xi < 5/3\sqrt{3}$. Ce calcul pourrait être effectué de façon numérique par programmation sur ordinateur, comme cela a été fait pour la configuration du polyèdre pour $\xi = 1$. Mais, étant donné que la majorité des sommets de cette configuration restent valables dans tout l'intervalle d'existence du glissement mixte ($\sqrt{3}/2$, $2/\sqrt{3}$), seule une petite région de l'espace des contraintes nous intéresse. Dès lors, nous avons préféré une résolution géométrique, voisine de celle employée par Tome et Kocks (1985) pour la détermination des surfaces d'écoulement plastique des métaux hexagonaux. Celle-ci est basée sur une connaissance très détaillée du polyèdre critique de Bishop et Hill.

En effet, suite aux travaux de Kocks et al. (1983), toutes les arêtes de la surface d'écoulement $\{110\}\langle 111\rangle$ sont classées en différents groupes cristallographiques en fonction du type de sommets auxquels elles sont connectées. Suivant cette notation, les sommets de P sont répertoriés en 5 groupes irréductibles notés de A à E (Tableau 2.2) et les différents types d'arêtes de ce polyèdre P sont désignés de la façon suivante :

$\vec{S}_P.\vec{m}^{k'}$ $(\frac{1}{\sqrt{3}})$	1'(13')	2'(14')	3'(15')	4'(16')	5'(17')	6'(18')	7'(19')	8'(20')	9'(21')	10'(22')	11'(23')	12'(24')
1 (29)	2	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2	- 1	- 1
2 (30)	- 1	2	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2	- 1
3 (31)	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2
4 (32)	1	1	- 2	- 2	1	1	1	- 2	1	0	0	0
5 (33)	- 1	2	- 1	0	0	0	- 1	- 1	2	2	- 1	- 1
6 (34)	2	- 1	- 1	- 1	- 1	2	0	0	0	- 1	2	- 1
7 (35)	0	0	0	- 1	2	- 1	2	- 1	- 1	- 1	- 1	2
8 (36)	2	- 1	- 1	- 2	1	1	2	- 1	- 1	- 2	1	1
9 (37)	- 1	2	- 1	- 1	2	- 1	1	- 2	1	1	- 2	1
10 (38)	1	1	- 2	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2	1	1	- 2
11 (39)	1	1	- 2	0	0	0	1	- 2	1	2	- 1	- 1
12 (40)	1	- 2	1	2	- 1	- 1	1	1	- 2	0	0	0
13 (41)	0	0	0	1	1	- 2	2	- 1	- 1	1	- 2	1
14 (42)	2	- 1	- 1	1	- 2	1	0	0	0	1	1	- 2
15 (43)	1	1	- 2	- 2	1	1	0	0	0	- 1	2	- 1
16 (44)	- 2	1	1	1	1	- 2	- 1	2	- 1	0	0	0
17 (45)	- 1	2	- 1	0	0	0	- 2	1	1	1	1	- 2
18 (46)	0	0	0	- 1	2	- 1	1	1	- 2	- 2	1	1
19 (47)	0	0	0	- 2	1	1	1	- 2	1	- 1	- 1	2
20 (48)	- 1	- 1	2	1	- 2	1	- 2	1	1	0	0	0
21 (49)	1	- 2	1	- 1	- 1	2	0	0	0	- 2	1	1
22 (50)	- 2	1	1	0	0	0	- 1	- 1	2	1	- 2	1
23 (51)	1	1	- 2	- 1	2	- 1	1	1	- 2	- 1	2	- 1
24 (52)	- 1	2	- 1	1	1	- 2	- 1	2	- 1	1	1	- 2
25 (53)	- 2	1	1	- 2	1	1	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2
26 (54)	- 1	- 1	2	- 1	- 1	2	- 2	1	1	- 2	1	1
27 (55)	2	- 1	- 1	1	- 2	1	1	- 2	1	2	- 1	- 1
28 (56)	1	- 2	1	2	- 1	- 1	2	- 1	- 1	1	- 2	1

Tableau 2.5 Projections des vecteurs contraintes du polyèdre P : $\vec{S}_P$ sur les systèmes de glissement {112}<111> : $\vec{m}^{k'}$.

- pour les arêtes d'ordre 4 : 4A à 4H (8 groupes, 108 arêtes)
- pour les arêtes d'ordre 3 : 3A à 3G (7 groupes, 135 arêtes)
- pour les arêtes d'ordre 2 : 2A à 2E (5 groupes, 66 arêtes)

A partir de cette description détaillée du polyèdre P dans l'espace des contraintes à 5 dimensions, il nous faut à présent introduire les hyperplans correspondant aux systèmes de glissement $\{112\}\langle 111\rangle$ et étudier leurs interactions avec la surface d'écoulement de Bishop et Hill. Nous avons donc, d'une part, étudié la projection sur tous les systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$ de chaque vecteur de contrainte $\vec{S}_P$ du polyèdre P (Tableau 2.5). D'autre part, nous savons que la cission résolue d'un état de contrainte réel $\vec{S}$ ne peut dépasser ξ sur les systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$ (équation 2.17(a)) et que le rapport ξ est au maximum égal à $2/\sqrt{3}$ (équation 2.17(b))

$$\vec{S}_P \cdot \vec{m}^{k'} \leqslant \xi \qquad k' = 1', 24' \qquad \text{(a)}$$

(2.17)

$$\sqrt{3}/2 < \xi < 2/\sqrt{3} \qquad \text{(b)}$$

Cela nous a permis de déterminer que chacun des sommets du polyèdre P était éliminé par au moins 3 systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$; ceux pour lesquels la projection $\vec{S}_P \cdot \vec{m}^{k'}$ vaut $2/\sqrt{3}$ (Tableau 2.5), ce qui est supérieure à la valeur permise ξ .

Ayant ces renseignements sur les sommets de la surface d'écoulement de Bishop et Hill, il est alors facile de déterminer pour les arêtes des différents types si celles-ci sont complètement ou partiellement éliminées par l'introduction des systèmes de glissement $\{112\}\langle 111\rangle$. En effet, l'élimination totale d'une arête aura lieu, si chacun des sommets la définissant est coupé par un même hyperplan correspondant à un système $\{112\}\langle 111\rangle$.

De plus, en raison des opérations de symétrie, il suffit d'examiner une seule arête pour chaque groupe (4A... 4H, 3A... 3G et 2A... 2E) ; en effet, si cette arête est éliminée par un des systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$, il en sera automatiquement de même pour toutes les autres arêtes constituant ce groupe.

Par cette méthode, nous avons constaté en examinant le tableau 2.5 qu'aucune des arêtes du polyèdre P du type 4A, 4B, 4C, 4D, 4E, 4F, 4H, 3A, 3C, 3D, 3F, 2A n'appartient au polyèdre mixte. Seules les arêtes du type 4G, 3B, 3E, 3G, 2B, 2C, 2D, 2E sont partiellement coupées par les hyperplans correspondant aux systèmes de

glissement {112}<111>. Les points d'intersection de ces hyperplans sur les arêtes peuvent être localisés, soit sur les facettes du polyèdre P (où seulement un système {110} <111> est activable), soit sur les arêtes de ce même polyèdre (où 2 à 6 systèmes {110} <111> sont activables).

Les coordonnées S_i de ces états de contrainte possibles seront obtenues en résolvant le sytème d'équation suivant :

$$\vec{S} = \alpha_i \vec{S}_{v(i)}$$

$$\alpha_i \geqslant 0 \qquad i = 1, n$$

$$\sum_i \alpha_i = 1 \tag{2.18}$$

où $S_{v(i)}$, n sont respectivement les vecteurs de contrainte et le nombre de sommets du polyèdre de Bishop et Hill qui définissent l'arête étudiée.

En outre, pour que les états de contrainte ainsi trouvés constituent des sommets du polyèdre mixte, il faut qu'ils soient constitués d'au moins 5 systèmes de glissement indépendants et que leurs cissions résolues ne dépassent pas la valeur critique ξ sur chacun des système {112}<111>, en particulier sur ceux provoquant l'élimination des anciens sommets de l'arête étudiée.

$$\vec{m}^{k'(i)} \vec{S} \leqslant \xi \tag{2.19}$$

où i et k'(i) sont respectivement le nombre et le numéro des systèmes de glissement {112}<111> dont les hyperplans coupent cette arête particulière.

Cette méthode présente l'avantage suivant : lorsqu'un sommet du polyèdre mixte P_m est trouvé sur une arête d'un type donné, les sommets de P_m associés aux autres arêtes du même type peuvent être définis en appliquant les 24 opérations de symétrie cubique sur ce premier sommet (cf. au paragraphe 2.4.2).

Par ce raisonnement, on peut donc reconstruire le polyèdre mixte en déterminant les intersections des hyperplans {112}<111> sur une arête de chaque type partiellement conservée du polyèdre P. Or, dans notre cas, la configuration de la surface d'écoulement est déjà en grande partie connue. Ainsi, nous limiterons notre résolution

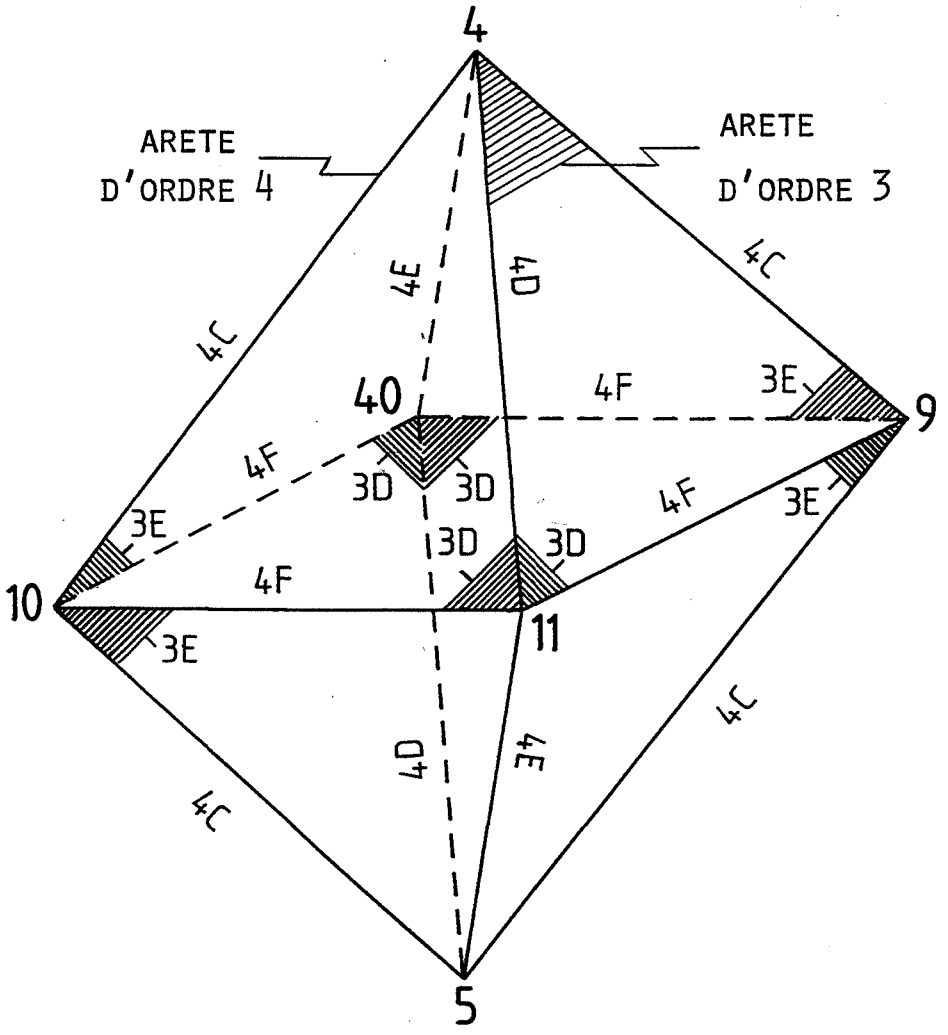


Figure 2.3 Arête 2B activant les systèmes de glissement 1,7 délimitée par les sommets **4 - 5 - 9 - 10 - 11 - 40.**

géométrique aux seules régions de l'espace des contraintes correspondant aux 3 groupes de sommets du tableau 2.4 qui évoluent pour la valeur particulière $5/3\sqrt{3}$ du rapport ξ. Il s'agit maintenant de déterminer de quel type d'arête du polyèdre P proviennent ces 72 sommets qui disparaissent pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$.

Un examen systématique des 5 systèmes de glissement associés aux 24 sommets de chacun de ces 3 groupes révèle qu'ils ont 3 systèmes {110}<111> en commun, c'est-à-dire qu'ils sont issus d'un même type d'arête d'ordre 3 du polyèdre de Bishop et Hill. En effet, l'examen des représentants des 3 premiers groupes du tableau 2.4 révèle que ces sommets irréductibles ont bien en commun les 3 mêmes systèmes de glissement du type {110}<111> à savoir : les systèmes 1,7 et 11 qui constituent une arête du type 3E. De plus, cette arête 3E est commune à 3 arêtes d'ordre 2, à savoir : 2B, 2C et 2D définies respectivement par les systèmes de glissement : 1,7 ; 1,11 et 7,11.

Pour comprendre l'évolution de la configuration du polyèdre mixte pour $\xi \leqslant 5/3\sqrt{3}$, il suffit d'examiner les coupures dans les arêtes du type 3E, 2B, 2C et 2D réalisées par les 24 hyperplans {112}<111>. Ces points d'intersection constitueront les sommets $\vec{S}$ du polyèdre mixte s'ils vérifient les conditions suivantes :

- l'activation de 5 systèmes de glissement indépendants,
- le respect de la loi de Schmid sur tous les systèmes de glissement {112}<111>.

Ce calcul est traité en détails pour l'exemple particulier de l'arête 2B dans l'annexe 1. Nous ne présenterons ici que les principaux résultats ainsi que quelques figures explicatives.

Pour la résolution, nous considérons une arête particulière du type 2B. Celle-ci est délimitée par les 6 sommets suivants v(i) : **4, 5, 9, 10, 11** et **40** et active les systèmes de glissement 1 et 7. Par la suite, pour des raisons de simplicité d'écriture, une arête sera désignée, soit par les indices de ces sommets écrits en caractères gras séparés par un trait, soit par les systèmes de glissement activables notés entre parenthèses.

L'arête 2B ci-dessus s'exprime donc dans ce formalisme par **4 - 5 - 9 - 10 - 11 - 40** ou par (1,7) et représente dans l'espace des contraintes à 5 dimensions un volume visualisé à la figure 2.3. Sur ce graphique, les arêtes d'ordre 4 représentent les arêtes au sens commun du volume 2B et appartiennent aux groupes suivants : 4C, 4D, 4E et 4F ; quant aux arêtes d'ordre 3, elles constituent les facettes de cette arête 2B et sont du type

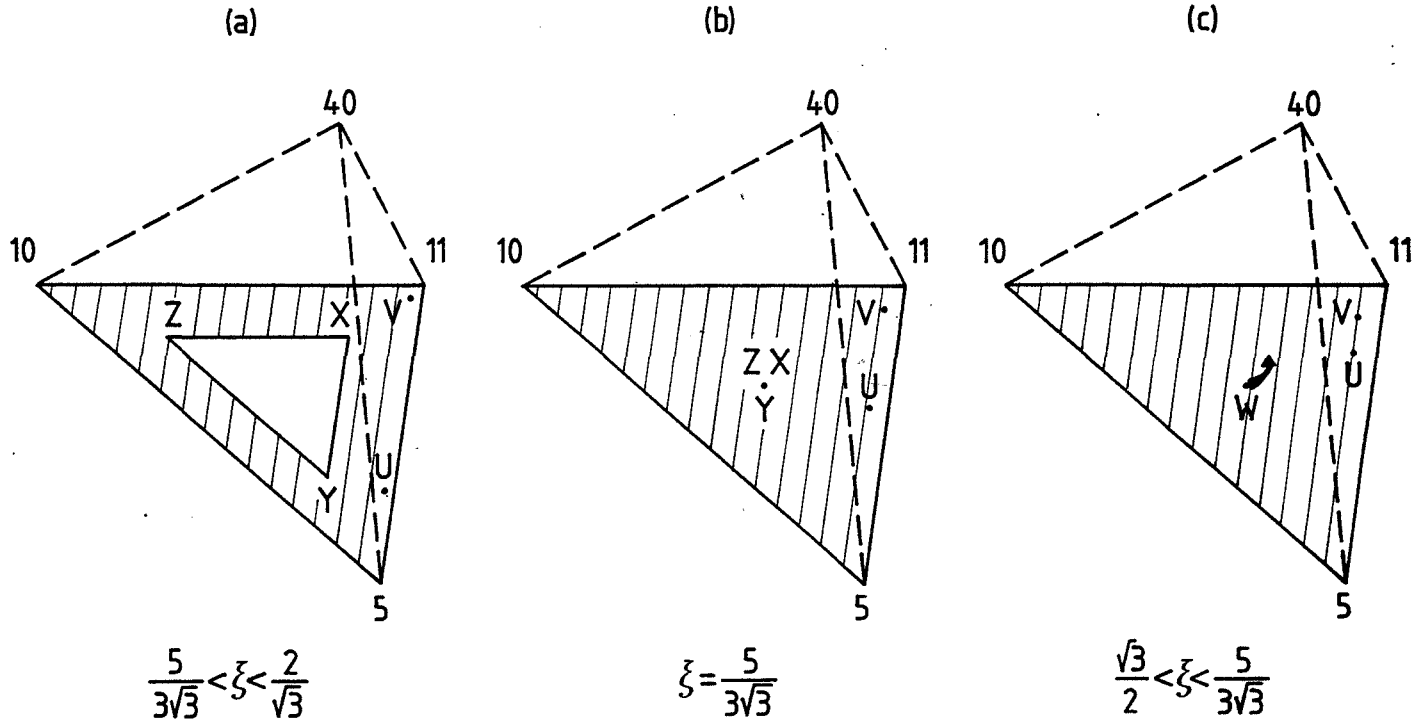


Figure 2.4 Positions des sommets du polyèdre mixte dans le sous-volume 5 - 10 - 11 - 40 de l'arête 2B de Bishop et Hill pour les valeurs suivantes de ξ : (a) $\xi > 5/3\sqrt{3}$, (b) $\xi = 5/3\sqrt{3}$, (c) $\xi < 5/3\sqrt{3}$.

3D et 3E.

Or, comme nous l'avons vu précédemment, les arêtes du type 4C, 4D, 4E, 4F et 3D sont complètement éliminées et seule une partie de chaque facette 3E est conservée. De ce fait, il est avantageux de diviser l'arête 2B en 4 sous-volumes définis respectivement par les sommets suivants : **4 - 9 - 11 - 40, 4 - 10 - 11 - 40, 5 - 9 - 11 - 40** et **5 - 10 - 11 - 40,** contenant chacun une facette 3E.

Dans un premier temps, nous examinons plus particulièrement le sous-volume **5 - 10 - 11 - 40** représenté à la figure 2.4.

Etant donné que 3 systèmes de glissement {110}<111> sont toujours critiques sur une facette 3E, celle-ci doit être coupée par au moins 2 hyperplans indépendants {112}<111> en un même point pour que cette intersection constitue un sommet. De plus, il faut également vérifier que cet état de contrainte n'engendre aucune cission résolue supérieure à la valeur critique ξ sur les autres systèmes de glissement {112}<111>. Cette recherche des sommets du polyèdre mixte sur la facette 3E, réalisée à partir des équations 2.18 et 2.19 est détaillée dans l'annexe 1 et donne les résultats suivants :

- chaque arête 3E est coupée par 2 hyperplans indépendants {112}<111> en 3 points notés X, Y, Z (Fig. 2.4 (a)) dont la position sur cette facette varie en fonction de ξ ,
- ces 3 sommets convergent en un seul point sur cette facette 3E pour $\xi = 5/3\sqrt{3}$ (Fig. 2.4 (b)).

En résumé, à raison de 3 sommets sur chacune des 24 arêtes 3E, nous obtenons un total de 72 sommets valables uniquement pour la gamme supérieure des valeurs de ξ $(5/3\sqrt{3} - 2/\sqrt{3})$; comme nous l'avions précédemment déterminé par le calcul numérique pour $\xi = 1$.

En outre, étant donné que 2 systèmes de glissement {110}<111> sont toujours critiques à l'intérieur du volume correspondant à l'arête 2B, celle-ci doit être coupée par au moins 3 hyperplans indépendants {112}<111> en un même point. Ces points d'intersection, calculés à partir des équations 2.18 et 2.19 (annexe 1) constituent les sommets du polyèdre mixte s'ils vérifient la loi de Schmid sur tous les systèmes {112}<111>.

Type des systèmes de glissement (nombre de sommets équivalents)	$\|\vec{S}\|$ pour $\xi = 0.9$	Caractèristiques du sommet représentant le groupe						Nombre de quintuplets de systèmes indépendants	Notation
		Systèmes de glissement associés	Coordonnées (en unités τ_c)						
			S_1	S_2	S_3	S_4	S_5		
2 {110} + 3 {112} (72)	2.524 (24)	1, 7, 2', 10', 20'	$-3\xi/4+\sqrt{3}/4$	$-\sqrt{3}\xi/4+1/4$	$-3\xi/2+\sqrt{3}/2$	$6\xi-2\sqrt{3}$	$-6\xi+4\sqrt{3}$	$1 = C_5^5$	XC'D' (1)
	2.548 (24)	1, 11, 9', 10', 15'	$-3\xi+3\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}\xi/2-1$	$3\xi-2\sqrt{3}$	$3\xi-\sqrt{3}$	$3\xi/2+\sqrt{3}/2$		XC'D' (2)
	2.623 (24)	1, 9, 5', 15', 20'	$9\xi/2-5\sqrt{3}/2$	$5\sqrt{3}\xi/2-9/2$	$12\xi-6\sqrt{3}$	$-3\xi+3\sqrt{3}$	$6\xi-3\sqrt{3}$		XE'

Tableau 2.6 Sommets uniquement valables pour $\sqrt{3}/2 < \xi < 5/3\sqrt{3}$ et constituant les 3 premiers groupes de la surface d'écoulement pour le glissement $\{110\}\langle 111\rangle + \{112\}\langle 111\rangle$ pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$.

Pour chacun des 4 sous-volumes de l'arête 2B, nous déterminons ainsi deux ($\xi > 5/3\sqrt{3}$) ou trois ($\xi < 5/3\sqrt{3}$) sommets. Ces derniers sont notés U, V et W dans le cas particulier du sous-volume **5 - 10 - 11 - 40** (Fig. 2.4 (c)). Les 2 états de contrainte U et V sont situés sur la partie inférieure du plan médian de l'arête 2B et sont donc communs au sous-volume adjacent **5 - 9 - 11 - 40.** Leur position sur ce plan varie en fonction de ξ dans tout l'intervalle d'existence du polyèdre mixte (Fig. 2.4 (a), (b) et (c)). Il s'agit en fait de 2 sommets déjà déterminés lors de la résolution numérique pour $\xi = 1$ et faisant partie des 96 sommets à 5 systèmes de glissement.

Quant au sommet W, il n'existe que pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$. Il se situe sur la facette 3E pour $\xi = 5/3\sqrt{3}$ et pénètre à l'intérieur du volume 2B lorsque ξ diminue (Fig. 2.4 (c)). Cet état de contrainte W représente le sommet en lequel se transforment les sommets X, Y, Z de l'arête 3E pour $\xi = 5/3\sqrt{3}$.

En résumé, les sommets du polyèdre mixte associés à chaque arête 2B peuvent être classés comme suit, après l'examen systèmatique des 4 sous-volumes.

- 4 sommets présents dans tout l'intervalle d'existence $\sqrt{3}/2 < \xi < 2/\sqrt{3}$ et situés sur le plan médian de l'arête 2B.
- 4 sommets additionnels présents uniquement pour l'intervalle $\sqrt{3}/2 < \xi < 5/3\sqrt{3}$: un dans chaque sous-volume.

Une analyse systèmatique similaire des autres types d'arêtes d'ordre 2 comprenant une facette 3E permet de déterminer les nouveaux sommets du polyèdre mixte pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$. Ils sont au nombre de 2 sur chaque arête 2C et de 1 par arête 2D.

A raison de 4 sommets sur chacune des 6 arêtes 2B, de 2 sommets sur chacune des 12 arêtes 2C et de 1 sommet sur chacune des 24 arêtes 2D, nous obtenons un total de 72 nouveaux états de contrainte. En appliquant les opérations de symétrie cubique, ces 72 sommets se répartissent en 3 groupes cristallographiques (Tableau 2.6) contenant un nombre égal de sommets constitués de 5 systèmes : 2 du type {110}<111> et 3 du type {112}<111>. Chaque groupe est représenté par un vecteur contrainte quelconque. Celui-ci est caractérisé par ses composantes exprimées analytiquement en fonction de ξ, par sa norme pour $\xi = 0.90$, par les 5 systèmes de glissement actifs ainsi que par une notation qui sera explicitée par la suite.

A présent, nous pouvons affirmer que la surface d'écoulement plastique pour le

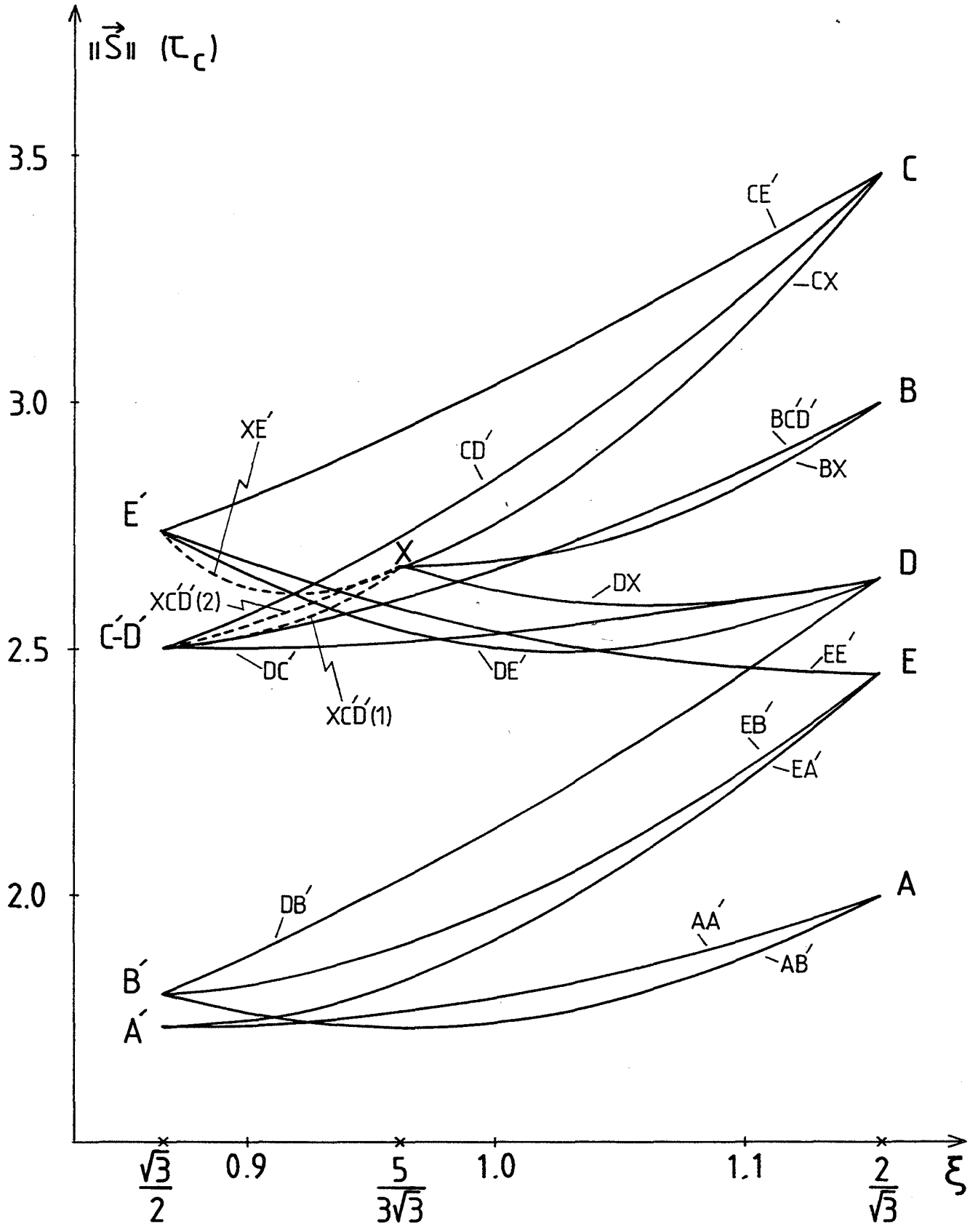


Figure 2.5 Evolution de la norme du vecteur contrainte en fonction du rapport des cissions résolues critiques ξ .

glissement mixte ({110}<111> + {112}<111>)possède seulement 2 configurations différentes, chacune correspondant à une gamme du rapport des cissions résolues crtitiques ξ bien définie :

- $5/3\sqrt{3} < \xi < 2/\sqrt{3}$: configuration du tableau 2.4
- $\sqrt{3}/2 < \xi < 5/3\sqrt{3}$: configuration du tableau 2.4 avec les 3 premiers groupes remplacés par les 3 groupes du tableau 2.6

2.6 DEPENDANCE DE LA NORME DES VECTEURS DE CONTRAINTE EN FONCTION DE ξ

Pour les 15 groupes cristallographiques de chacune des 2 configurations possibles pour la surface d'écoulement, nous avons étudié la dépendance de la norme du vecteur contrainte en fonction du rapport des cissions critiques dans tout le domaine d'existence du polyèdre mixte (Fig. 2.5). En examinant l'évolution de la norme, nous constatons que la valeur $5/3\sqrt{3}$ est particulière. En effet, lorsque ξ décroit vers cette valeur, les courbes associées aux 3 groupes DX, BX et CX convergent en un même point, noté X, pour diverger à nouveau en 3 courbes distinctes XC'D'(1), XC'D'(2) et XE' pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$.

Cette figure illustre également la notation employée pour les 15 groupes irréductibles des tableaux 2.4 et 2.6. Pour les bornes inférieure $\sqrt{3}/2$ et supérieure $2/\sqrt{3}$ du rapport ξ , les notations sont conservées :

- A, B, C, D et E pour le glissement sur {110}<111>(Kocks et al., 1983),
- A', B', C', D' et E' pour le glissement sur {112}<111>. Quant aux différents groupes du polyèdre mixte, ils sont repérés par les lettres associées aux groupes dont ils sont issus pour les valeurs particulières de ξ ($\sqrt{3}/2$, $5/3\sqrt{3}$, $2/\sqrt{3}$). De plus, les normes des vecteurs de contrainte pour le glissement mixte convergent vers les valeurs associées aux 5 groupes de base des polyèdres P et P' pour les valeurs limites de ξ , c'est-à-dire respectivement $2/\sqrt{3}$ et $\sqrt{3}/2$.

2.7 DISCUSSION ET CONCLUSION

Cette étude de l'influence du rapport des cissions résolues critiques ξ sur la surface d'écoulement des cristaux cubiques centrés nous a permis de montrer que seules 2 configurations de celle-ci existent pour le glissement mixte ($\sqrt{3}/2 < \xi < 2/\sqrt{3}$) et que

- d'une part, la majorité des sommets (144 sur 216) sont communs aux 2 configurations. La position dans l'espace des contraintes de ces 144 sommets varie en fonction de ξ , mais les systèmes de glissement associés à chacun de ces états de contrainte restent les mêmes quelle que soit la valeur de ξ ,
- d'autre part, lors d'un changement de configuration, seuls 72 sommets répartis en 3 groupes cristallographiques se transforment réciproquement, activant 5 systèmes de glissement :
  3 {110}<111>+ 2 {112}<111> pour $\xi > 5/3\sqrt{3}$ en 2 {110}<111>+ 3 {112}<111> pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$.

Nous constatons également que dans le cas du glissement mixte sur {110}<111>+{112}<111> , la proportion des états de contrainte pour lesquels il y a ambiguité sur les systèmes de glissement (plus de 5) est de 22 % alors qu'elle est de 100 % dans le cas du glissement sur les seuls systèmes {110}<111>. Le fait que le glissement se produise également sur les systèmes {112}<111> réduit fortement l'indétermination sur les amplitudes de glissement et permet de calculer avec moins d'incertitude les rotations cristallines et donc les textures de déformation.

De plus, les valeurs expérimentales du rapport des cissions critiques ξ pour de nombreux métaux cubiques centrés (chapitre 1.2.2) se situent dans la gamme $5/3\sqrt{3}$ - $2/\sqrt{3}$ correspondant à une configuration unique de la surface d'écoulement plastique. Ainsi, pour une orientation et une déformation données, le même sommet du polyèdre mixte est sélectionné, quelque soit le métal. Cet état de contrainte activant les mêmes systèmes, en raison de la faible ambiguité sur le glissement, produit des rotations cristallines identiques pour ces différents matériaux. De ce fait, on peut s'attendre à ce que les métaux cubiques centrés possèdent des textures de déformation voisines, ce qui est effectivement observé.

* *
*

CHAPITRE 3

COMPRESSION PLANE DE MONOCRISTAUX CUBIQUES CENTRES

Cette partie du travail consiste à étudier de façon expérimentale le comportement plastique de monocristaux cubiques centrés en grandes déformations. Pour cela, nous avons choisi l'essai de compression plane partiellement imposée qui est un mode de déformation voisin du laminage et pour lequel les conditions aux limites sont relativement bien déterminées. Afin de caractériser le comportement plastique de ces cristaux aussi complètement que possible, nous nous sommes intéressés aux aspects suivants de la déformation : les relations contrainte - déformation, les réorientations cristallines, les cisaillements finis et les systèmes de glissement actifs. En effet, jusqu'à présent, très peu d'expériences en glissement multiple ont été réalisées sur les métaux cubiques centrés ; si ce n'est deux études en compression plane partiellement imposée. L'une réalisée par Crutchley et al. (1970) sur 2 orientations de haute symétrie $(1\ 1\ 0)[\bar{1}\ 1\ 0]$ et $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$ pour Cr, Mo, V et Nb. L'autre réalisée par Carpay et al. (1975, 1977) sur des cristaux de Mo pour les 4 orientations suivantes : $(1\ 1\ 0)[1\ \bar{1}\ 0]$, $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$, $(1\ 0\ 0)[0\ 1\ 1]$ et $(1\ 0\ 0)[0\ 1\ 0]$. Mais aucune ne traite en détails des différents aspects de la déformation plastique pour des cristaux orientés de façon quelconque, comme nous nous en sommes fixés le but.

De plus, afin de prévoir les observations expérimentales, nous avons utilisé une généralisation de la théorie de Taylor - Bishop - Hill adaptée aux conditions mixtes de la compression plane (Renouard et Wintenberger, 1976). Dans ce modèle, nous avons également fait des hypothèses quant aux valeurs des cissions résolues critiques sur les différents systèmes de glissement afin de confronter les prévisions théoriques aux résultats expérimentaux.

Dans ce chapitre, nous présentons donc le dispositif et les techniques expérimentales ainsi que les méthodes de calcul utilisées.

* *
*

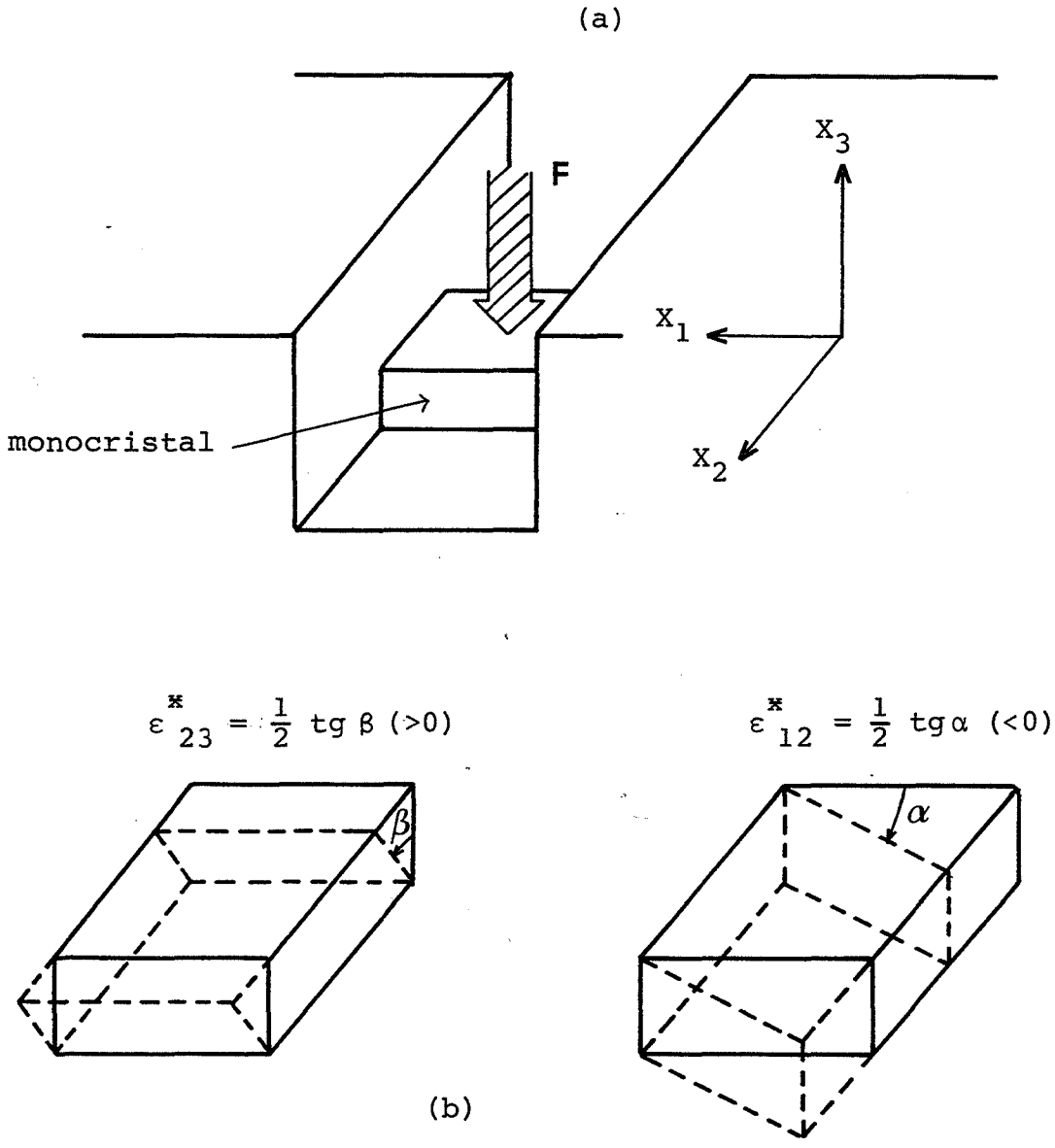


Figure 3.1 Représentation de l'essai de compression plane partiellement imposée d'un monocristal :

(a) schéma du dispositif,

(b) possibilités de cisaillement.

3.1 METHODES EXPERIMENTALES

3.1.1 Dispositif de compression plane

L'essai de compression plane consiste à imposer une déformation homogène de compression suivant l'axe X_3 à un échantillon qui s'allonge dans la direction X_2 en empêchant la déformation transverse (Fig. 3.1(a)). Le dispositif utilisé est celui proposé par Chin, Nesbitt et Williams (1966), il est constitué d'une matrice comportant un couloir dans lequel vient s'encastrer le poinçon. L'appareil en acier pratiquement indéformable (90 MCV8, trempé à l'huile à 800° C et revenu à 150° C) est fixé sur une machine de traction - compression INSTRON de 250 kN (Fig. 3.2).

Par cette technique, le monocristal peut cisailler librement le long du couloir de la matrice, l'amplitude de ces deux cisaillements étant fonction de l'orientation de l'échantillon et de la déformation imposée (Fig. 3.1(b)).

3.1.2 Elaboration des échantillons

Les deux métaux cubiques centrés choisis pour cette étude sont :

* un alliage fer-silicium dont des monocristaux orientés sont élaborés à partir de fer pur électrolytique et de silicium haute pureté par la méthode de solidification en nacelle horizontale (Roche, 1976), (Magnin, 1980). La composition de cet alliage est la suivante :

élément	C	N	Cu	Mo	Cr	Ni	Ti	Mn
teneur en ppm	50-60	30	5	20	50	100	70	60

La teneur en silicium variant de 2,7 à 3 % en poids suivant le barreau considéré, toutes les orientations ont été testées pour deux compositions en Si différentes afin d'éliminer toute influence possible de cet élément sur la déformation plastique.

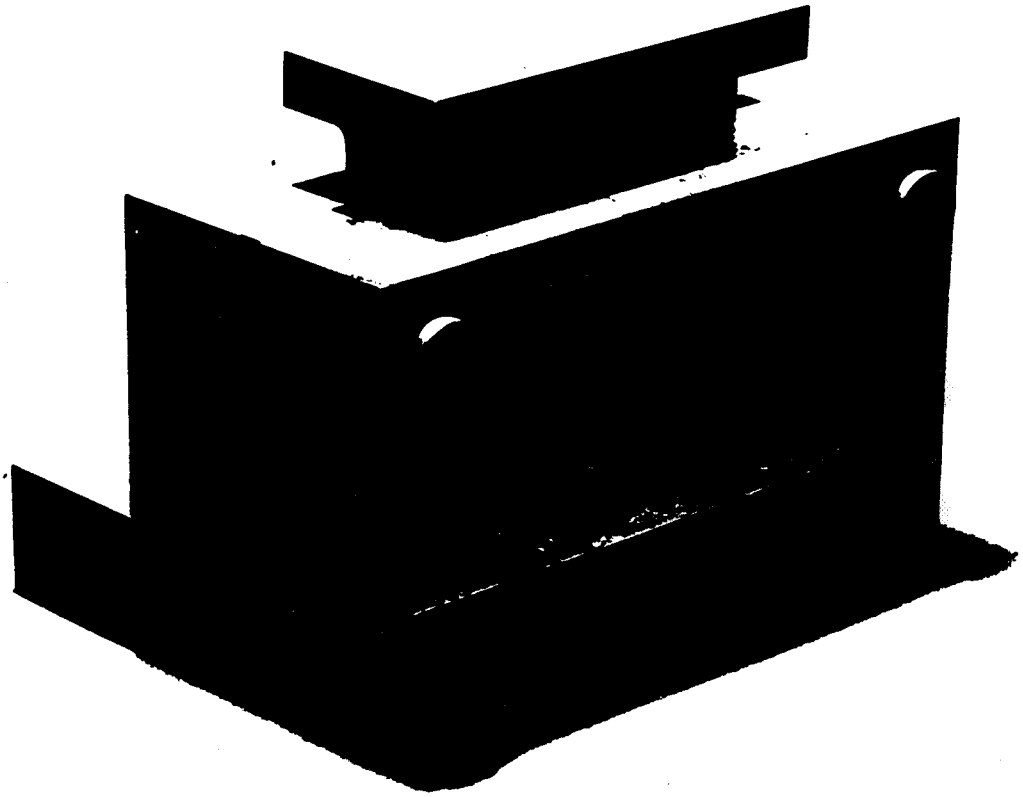


Figure 3.2 Dispositif de compression plane utilisé.

* des monocristaux de niobium de haute pureté (99,99 %) achetés à la société LEICO aux U.S.A.

Le découpage d'échantillons ayant une orientation bien déterminée dans ces barreaux monocristallins nécessite une grande précision et requiert un minimum de perte. Nous avons donc utilisé une tronçonneuse de précision du type Meyer et Burger munie d'une platine goniométrique. Toutes les chutes de métal sont récupérées pour être analysées. En effet, la teneur en éléments d'alliage varie parfois le long d'un monocristal. Aussi est-il nécessaire de vérifier que la teneur en Si est constante pour une série d'échantillons découpés dans un même barreau monocristallin.

Cependant, le tronçonnage provoque un écrouissage superficiel du matériau qui se traduit par un astérisme important des tâches de diffraction des rayons X. Cet écrouissage est éliminé par un recuit à 1 250° C pendant 8 heures pour le Fe - Si et par un recuit à 1 000° C pendant 6 heures pour le niobium. Ce traitement thermique est effectué sous une atmosphère d'argon de 150 torrs réalisée dans des ampoules en quartz, ce qui permet de restaurer la structure monocristalline.

Afin d'obtenir les dimensions finales des échantillons à savoir : épaisseur 4 mm, largeur 5 ± 0,01 mm et longueur 7 mm, nous avons réalisé un polissage mécanique au papier 1 000, suivi d'un polissage électrolytique effectué dans les conditions suivantes :

- Pour le Fe-Si :

bain : 680 ml d'acide acétique glacial,
160 ml d'acide perchlorique (70 %),
160 ml de butycellosolve ;

tension : 15 - 20 volts avec une cathode en acier inoxydable ;

température : 0 - 2° C avec une forte agitation ;

durée : 30 minutes pour enlever 0,05 mm ;

rinçage à l'alcool éthylique.

- Pour le Nb :

bain : 900 ml d'acide sulfurique (96 %),
100 ml d'acide fluorhydrique (40 %) ;

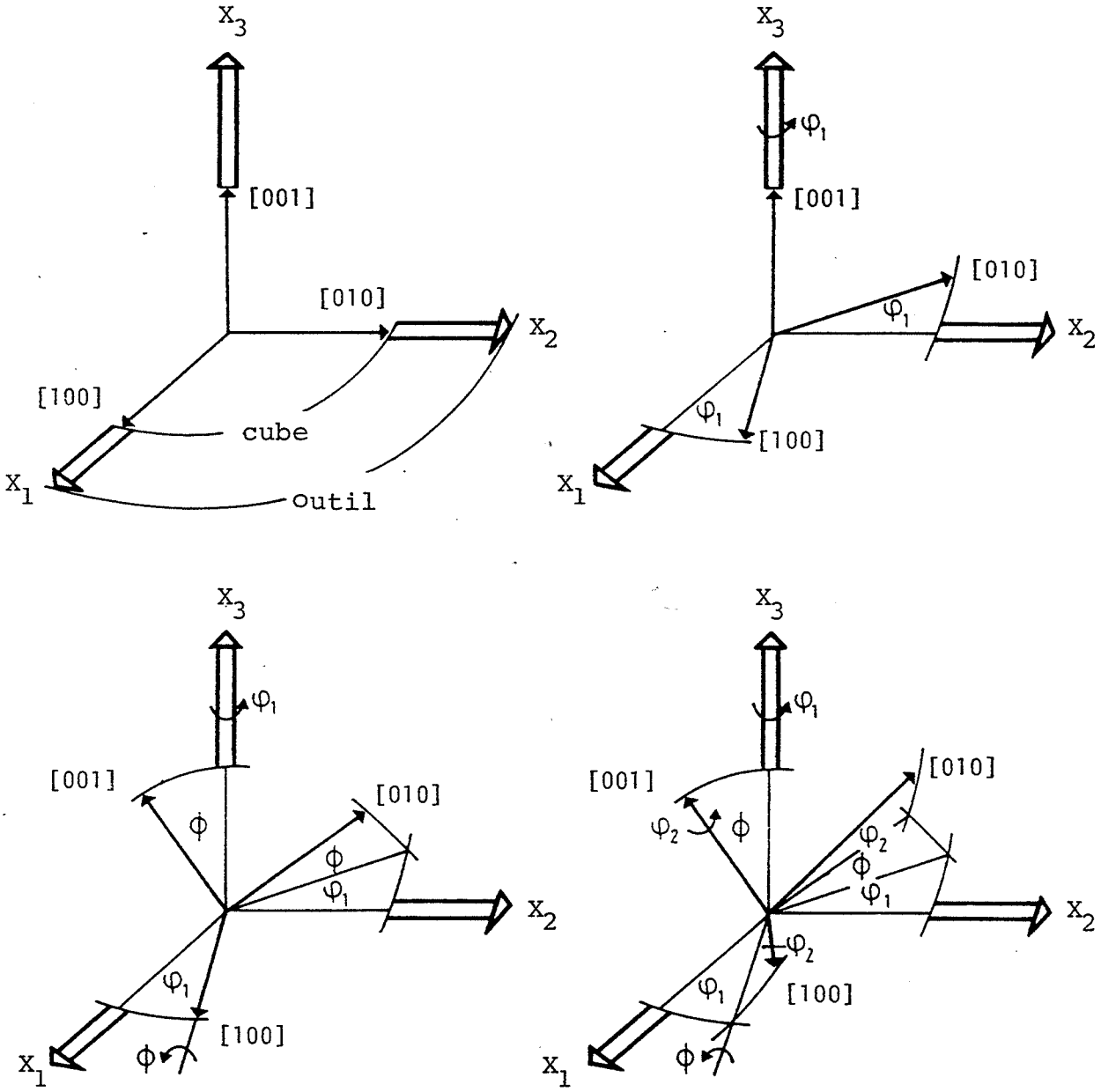


Figure 3.3 Représentation des 3 angles d'Euler ($\varphi_1, \phi, \varphi_2$) permettant de positionner le repère de l'outil par rapport au repère du cube et inversement (Bunge, 1969).

tension : 15 volts avec une cathode en platine ;

température : 35 - 40° C avec une faible agitation ;

durée : 1 minute sous tension suivie de 2 minutes avec la tension coupée pour dissoudre la couche visqueuse formée au cours du polissage pour enlever 0,1 mm ;

rinçage à l'eau et ensuite à l'alcool éthylique.

Ce polissage permet d'obtenir un état de surface miroir exempt de tout écrouissage.

Avant déformation, une grille est tracée parallèlement aux axes X_1, X_2 et X_3 sur une des faces de compression et transverses des échantillons. Cette grille dont l'espacement est de 1 mm est gravée à l'aide d'un micro-duromètre muni d'un diamant à rayures. Elle permet de mesurer les cisaillements ε^*_{12} et ε^*_{23} au cours de la déformation à l'aide des angles α et β (Fig. 3.1(b)) et de contrôler l'homogénéité de la déformation.

Les orientations cristallines sont déterminées, avant déformation, par diffraction des rayons X selon la méthode de Laue en retour (la précision est de l'ordre du degré). Chaque orientation est caractérisée par les angles d'Euler $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ (Fig. 3.3) et par la notation (h k l)[u v w] où h, k, l sont les cosinus directeurs de la normale au plan de compression X_3 et u, v, w ceux de la direction d'allongement X_2 dans le repère du cube.

3.1.3 Réalisation de l'essai de compression plane

Afin de réduire les frottements échantillon-matrice-poinçon, nous avons utilisé un film de teflon (0,05 mm d'épaisseur) afin de lubrifier les surfaces de contact. Cela permet d'éviter un cisaillement superficiel trop important. L'essai de compression plane est réalisé à température ambiante avec le dispositif décrit précédemment, la vitesse de déplacement de la traverse étant de 0,2 mm/min (c'est-à-dire $\dot{\varepsilon}_{33} = 8\ 10^{-4} s^{-1}$ au début de l'essai).

La déformation pour la compression plane sera définie conventionnellement par :

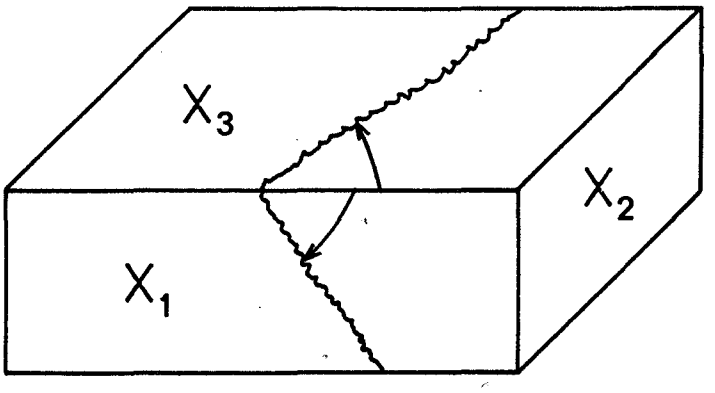


Figure 3.4 Traces d'un plan de glissement sur deux faces d'indices connus X_3 et X_1.

$$\varepsilon = \varepsilon_{22} = -\varepsilon_{33} = \ln \frac{e_0}{e} = \ln \frac{l}{l_0} \tag{3.1}$$

où e_0 et l_0 sont respectivement l'épaisseur et la longueur initiales de l'échantillon, et e et l, son épaisseur et sa longueur en cours de déformation.

Après chaque réduction de 10 %, l'essai est interrompu, les dimensions de l'échantillon sont mesurées avec précision afin de vérifier que les cristaux sont bien déformés en compression plane ($\dot{\varepsilon}_{11} < 0.01$), le teflon est renouvelé afin d'assurer une meilleure lubrification. Les courbes contrainte σ_{33} - déformation ε_{22} sont alors obtenues à partir de la force appliquée F et des dimensions du cristal par les relations :

$$\sigma_{33} = \frac{F}{S} \tag{3.2}$$

$$\varepsilon_{22} = \ln \frac{e_0}{e} \tag{3.3}$$

où S est la surface de la face de compression en cours d'essai.

Après des taux de déformation de 10, 30 et 50 %, les orientations cristallines sont déterminées à partir des figures de pôles {110} dont la précision est de ±1° à ± 5° selon la largeur des pics de diffraction. De plus, la mesure de l'orientation est effectuée en plusieurs points de l'échantillon (au centre de la face de compression et également sur chaque moitié, l'autre étant masquée) afin de s'assurer de l'homogénéité ou de l'hétérogénéité de la déformation.

Les distorsions des grilles sont également analysées après chaque arrêt de l'essai afin de mesurer les cisaillements libres en fonction de la déformation. De plus, les extrêmités cisaillées des cristaux sont éliminées par un polissage mécanique afin de rendre à l'échantillon sa forme rectangulaire. Cela est réalisé dans le but d'éviter de créer un état de contrainte et des vitesses de déformation hétérogènes dans les zones cisaillées.

Les lignes de glissement sont analysées par microscopie optique à contraste interférentiel en surface et dans le volume à partir des traces observées sur les faces transverse et de compression de l'échantillon (Fig. 3.4). Cette détermination ne s'avéra possible que dans le cas du Fe - Si. En effet, pour le niobium, malgré de nombreuses

tentatives sur les conditions de polissage, nous n'avons pas réussi à obtenir un état de surface suffisamment bon pour permettre l'observation des traces des lignes de glissement.

Pour le Fe - Si, l'observation de ces traces en surface a été réalisée comme suit. Après un taux de déformation donné, l'échantillon est repoli électrolytiquement dans les conditions citées auparavant. Il est à nouveau déformé de 5 % afin de mettre en évidence les systèmes de glissement intervenant pour ce taux de déformation donné. Pour l'observation des lignes de glissement à coeur, l'échantillon est poli mécaniquement, puis électrolytiquement dans la solution 16 % $HClO_4$, 16 % $C_6H_{16}O_2$ et 68 % $C_2H_4O_2$ comme précédemment et est immédiatement attaqué dans une solution à 10 % HNO_3 afin de révéler toute trace de glissement dans le volume de l'échantillon.

3.2 METHODES DE CALCULS

A présent, nous allons détailler la méthode de calcul utilisée pour simuler le comportement en grandes déformations plastiques de monocristaux cubiques centrés en compression plane partiellement imposée. Pour cela, nous utilisons une généralisation de la théorie de Taylor - Bishop - Hill aux conditions mixtes proposées par Renouard et Wintenberger (1976). Ce modèle déjà appliqué avec succès aux cas des métaux cubiques à faces centrées (Kocks et Chandra, 1982) est basé sur l'hypothèse d'une déformation homogène d'un monocristal rigide - plastique dont l'écoulement ne dépend pas de la pression hydrostatique.

Dans un premier temps, nous explicitons comment obtenir, à partir de ce modèle, l'état de contrainte, les systèmes à l'état critique, les amplitudes de glissement, les cisaillements finis ainsi que la rotation cristalline dans le cas de la compression plane. Ensuite, nous commentons les différentes hypothèses faites sur les valeurs des cissions résolues critiques pour les systèmes de glissement dans le cas des métaux cubiques centrés.

3.2.1 Application du modèle généralisé de Taylor - Bishop - Hill au cas de la compression plane

Nous avons vu que le dispositif utilisé (Fig. 3.1) empêche les déplacements dans la direction transverse X_1 et ne permet qu'un déplacement homogène dans la direction de compression X_3. De par cette géométrie, les composantes $\dot{d}_{ij}$ du gradient des vitesses de déplacement $\dot{u}_i$ dans la direction x_i d'un élément de surface parallèle à x_j sont telles que $\dot{d}_{11} = \dot{d}_{12} = \dot{d}_{13} = 0$, mais également $\dot{d}_{31} = \dot{d}_{32} = 0$.

Dans le repère outil, les tenseurs des gradients des vitesses de déplacement $\dot{\mathbf{d}}$ et des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$ s'écrivent donc dans la notation choisie (* pour inconnu et - pour imposé) de la façon suivante :

$$\dot{\mathbf{d}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dot{d}^*_{21} & -\overline{\dot{d}}_{33} & \dot{d}^*_{23} \\ 0 & 0 & \overline{\dot{d}}_{33} \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

$$\dot{\epsilon} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\varepsilon}^*_{12} & 0 \\ \dot{\varepsilon}^*_{12} & \overline{\dot{\varepsilon}} & \dot{\varepsilon}^*_{23} \\ 0 & \dot{\varepsilon}^*_{23} & -\overline{\dot{\varepsilon}} \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

étant donné que $\dot{\varepsilon}_{ij} = 1/2(\dot{d}_{ij} + \dot{d}_{ji})$.

De plus, la face de l'échantillon dans la direction d'allongement X_2 étant libre, les 3 composantes de la contrainte y sont nulles ($\sigma_{12} = \sigma_{22} = \sigma_{23} = 0$). De ce fait, le tenseur de contrainte $\boldsymbol{\sigma}$ se met sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma^*_{11} & 0 & \sigma^*_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ \sigma^*_{13} & 0 & \sigma^*_{33} \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

Au vu de ces tenseurs, nous constatons que nous sommes bien en conditions mixtes. Puisque, pour chaque paire d'indices ij, on impose soit la vitesse de déformation $\bar{\dot{\varepsilon}}_{ij}$ soit la contrainte $\bar{\sigma}_{ij} = 0$.

Il faut cependant signaler le paradoxe qui fut mis en évidence par Sue et Havner (1984) au niveau de la contrainte de cisaillement σ_{13}. En effet, la lubrification des surfaces de contact entre l'échantillon et la matrice par le téflon empêche toutes forces tangentielles d'être appliquées au cristal et notamment une composante σ_{13} ; aussi ces auteurs suggèrent une valeur nulle pour cette contrainte. Mais comme l'a montré Fortunier (1987) la condition $\sigma_{13} = 0$ pour un cristal d'orientation quelconque conduit à un cisaillement ε_{13} non nul, ce qui est incompatible avec les conditions aux limites de l'essai de compression plane. La seule solution admissible est donc que σ_{13} soit non nulle dans le volume et tende vers zéro à la surface de l'échantillon. Puisque seul le comportement volumique du cristal nous intéresse, nous pouvons donc considérer une valeur constante non nulle pour la contrainte σ_{13} lors de nos calculs.

Ayant caractérisé les tenseurs des contraintes et des vitesses de déformation, il s'agit maintenant de quantifier leurs composantes σ^*_{11}, σ^*_{13}, σ^*_{33}, et $\dot{\varepsilon}^*_{12}$, $\dot{\varepsilon}^*_{23}$ respectivement. Pour cela, nous avons effectué un calcul incrémental basé sur la connaissance des conditions aux limites ainsi que sur l'orientation et la forme de l'échantillon.

En ce qui concerne l'état de contrainte σ_{ij}, nous savons qu'il se distribue sur les systèmes de glissement sous forme de contraintes de cisaillement :

$$\tau^k = \sum_{ij} m^k_{ij}\, \sigma_{ij} \tag{3.7}$$

où m^k_{ij} sont les facteurs de Schmid généralisés qui caractérisent l'orientation du système de glissement k par rapport à la sollicitation σ_{ij}.

Et, conformément à la loi de Schmid et Boas, un système k est susceptible de glisser lorsque sa cission résolue atteint une valeur critique τ^k_c qu'elle ne peut pas dépasser

$$\sum_{ij} m^k_{ij}\sigma_{ij} \leqslant \tau^k_c \tag{3.8}$$

Afin de déterminer les 3 composantes inconnues de cet état de contrainte, nous

recherchons toutes les valeurs du triplet (σ^*_{11}, σ^*_{13}, σ^*_{33}) correspondant à l'activation simultanée de 3 systèmes de glissement indépendants et respectant la loi de Schmid sur les autres. Lors du glissement mixte sur les 48 systèmes {110}<111>+{112}<111>, les différents états de contrainte possibles peuvent à nouveau être représentés par les sommets d'un polyèdre critique dans un sous-espace σ^*_{11}, σ^*_{13}, σ^*_{33} de l'espace des contraintes à 5 dimensions. Pour chaque incrément de déformation $\Delta\varepsilon$, cette surface d'écoulement du cristal est obtenue en résolvant 3 par 3, les équations du glissement sur un système k :

$$\tau^k_c = m^k_{11}\,\sigma^*_{11} + 2\,m^k_{13}\,\sigma^*_{13} + m^k_{33}\sigma^*_{33} \tag{3.9}$$

et en ne conservant que les sommets appartenant à l'enveloppe intérieure des plans définis par les équations du type 3.9.

Parmi tous ces états de contrainte possibles, nous déterminons celui appliqué au cristal, soit par le théorème du travail interne minimal (Taylor, 1938), soit par celui du travail externe maximal (Bishop et Hill, 1951) adapté aux conditions mixtes (Renouard et Wintenberger, 1976). Dans notre cas, l'expression du travail des forces externes non-imposées lors d'un incrément de déformation $\Delta\varepsilon$ est très simple et se réduit à un seul terme :

$$\Delta W = \sum_{ij} \sigma^*_{ij} \quad \Delta\bar{\varepsilon}_{ij} = -\sigma^*_{33}\,\Delta\varepsilon \tag{3.10}$$

Maximiser cette expression équivaut donc à rechercher le sommet de la surface d'écoulement pour lequel $|\sigma^*_{33}|$ est maximal ($\sigma^*_{33}<0$). Les systèmes à l'état critique sont alors obtenus directement à partir des facettes du polyèdre qui constituent ce sommet d'énergie maximale.

Connaissant l'état de contrainte ainsi que les systèmes activables, il nous reste à déterminer les amplitudes de glissement sur ceux-ci. Pour cela, nous utilisons la relation existant entre les vitesses de déformations imposées et les facteurs de Schmid des systèmes à l'état critique :

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{ij} = \sum_{l=1}^{n} m^l_{ij}\,\dot{\gamma}^l \tag{3.11}$$

A ce niveau, nous rappelons que si le nombre des systèmes de glissement activables

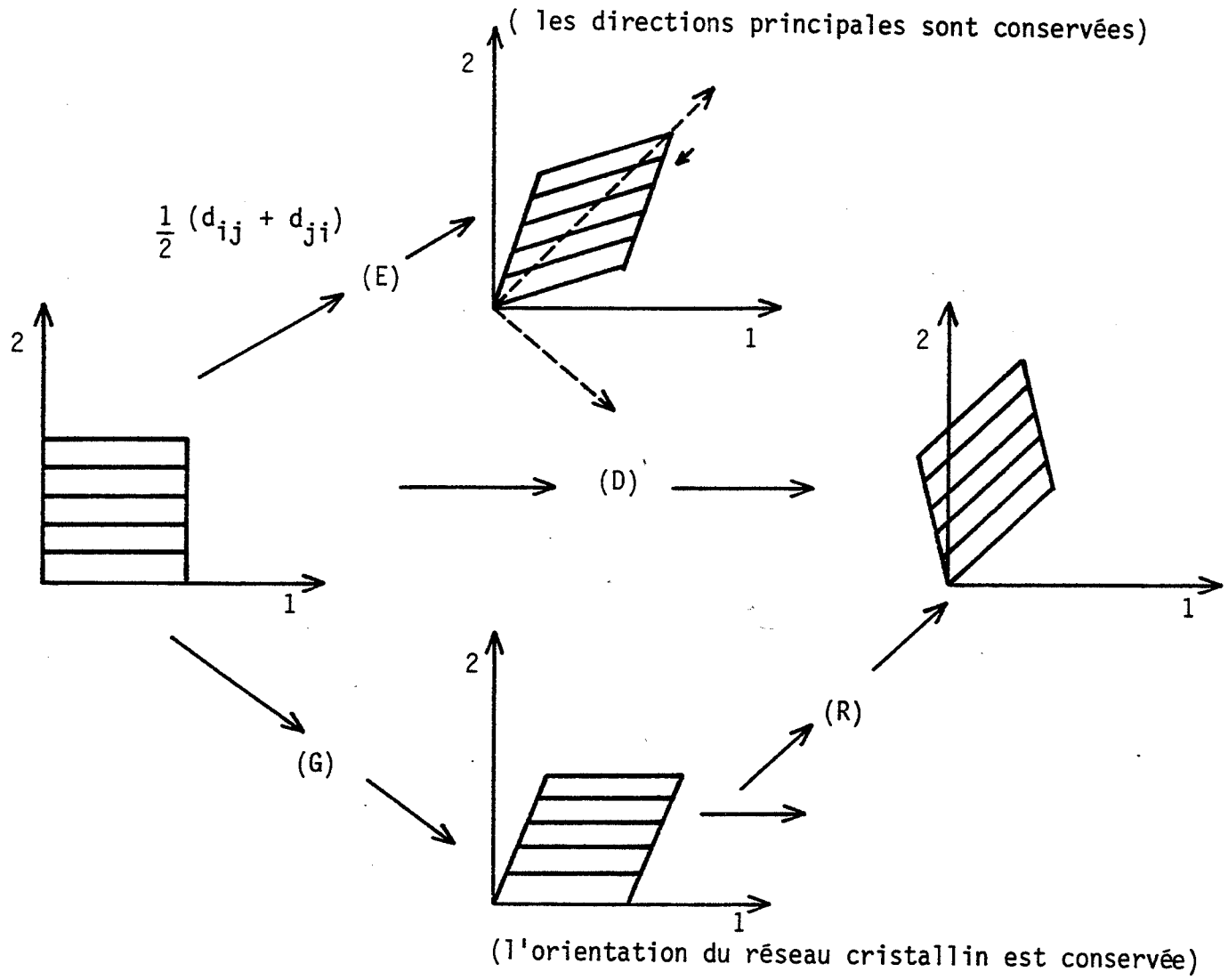


Figure 3.5 Schéma de l'accomodation des déformations imposées par les glissements et la rotation cristalline (Goux, 1975).

n est supérieur à 3 : nombre des composantes indépendantes imposées du tenseur des vitesses de déformation, il y a indétermination sur les amplitudes de glissement des différents systèmes. Ce problème, fréquemment rencontré dans le cas des métaux cubiques à faces centrées est résolu de différentes façons selon les auteurs. Van Houtte et Aernoudt (1975) prennent la moyenne sur l'ensemble des solutions possibles pour les $\dot{\gamma}^l$ alors que Kallend et Davies (1972) en sélectionnent une au hasard. Quant à Renouard et Wintenberger (1981), Havner (1981) et Franciosi (1984), ils proposent chacun un critère d'écrouissage minimum basé sur une étude au second ordre de l'écoulement plastique pour lever cette indétermination.

Heureusement, dans le cas de la déformation des métaux cubiques centrés, en raison du grand nombre des systèmes de glissement, cette indétermination est pratiquement inexistante comme nous l'avons mis en évidence lors de l'étude du polyèdre critique mixte (Orlans - Joliet, Bacroix, Montheillet, Driver et Jonas, 1988). De ce fait, pour les rares cas où ce problème se présentera lors de nos calculs, nous utiliserons la moyenne des valeurs obtenues pour les amplitudes de glissement sur les systèmes actifs.

A ce stade, nous sommes en mesure de calculer les vitesses des déformations libres $\dot{\varepsilon}^*_{12}$ et $\dot{\varepsilon}^*_{23}$ au moyen des expresssions suivantes :

$$\dot{\varepsilon}^*_{12} = \sum_{l=1}^{n} \dot{\gamma}^l \, m^l_{12} \qquad \text{(a)}$$

$$\dot{\varepsilon}^*_{23} = \sum_{l=1}^{n} \dot{\gamma}^l \, m^l_{23} \qquad \text{(b)}$$

(3.12)

ainsi que les valeurs de cisaillements finis ε^*_{12} et ε^*_{23} après une déformation ε donnée. Ces cisaillements, caractérisés par les angles α et β (Fig. 3.1(b)) sont recalculés, après chaque incrément de déformation, en tenant compte du fait que la largeur reste constante, mais que l'épaisseur varie en cours de déformation. On obtient donc les expressions suivantes après le n^e incrément de déformation $\Delta\varepsilon$.

$$\text{tg}\ \alpha = 2\ \varepsilon^*_{12} = 2(\varepsilon^*_{12}(n-1) + \Delta\varepsilon^*_{12}(n-1))\ \exp \Delta\varepsilon \qquad \text{(a)}$$

$$\text{tg}\ \beta = 2\ \varepsilon^*_{23} = 2(\varepsilon^*_{23}(n-1) + \Delta\varepsilon^*_{23}(n-1))\ \exp 2\Delta\varepsilon \qquad \text{(b)}$$

(3.13)

Pour terminer, il nous reste à déterminer la rotation du réseau cristallin en cours de déformation. En effet, l'accommodation des vitesses de déplacements $\dot{\mathbf{d}}$ que l'on impose au cristal se fait par glissements mais aussi par une rotation cristalline $\dot{\mathbf{r}}$ (Fig. 3.5),

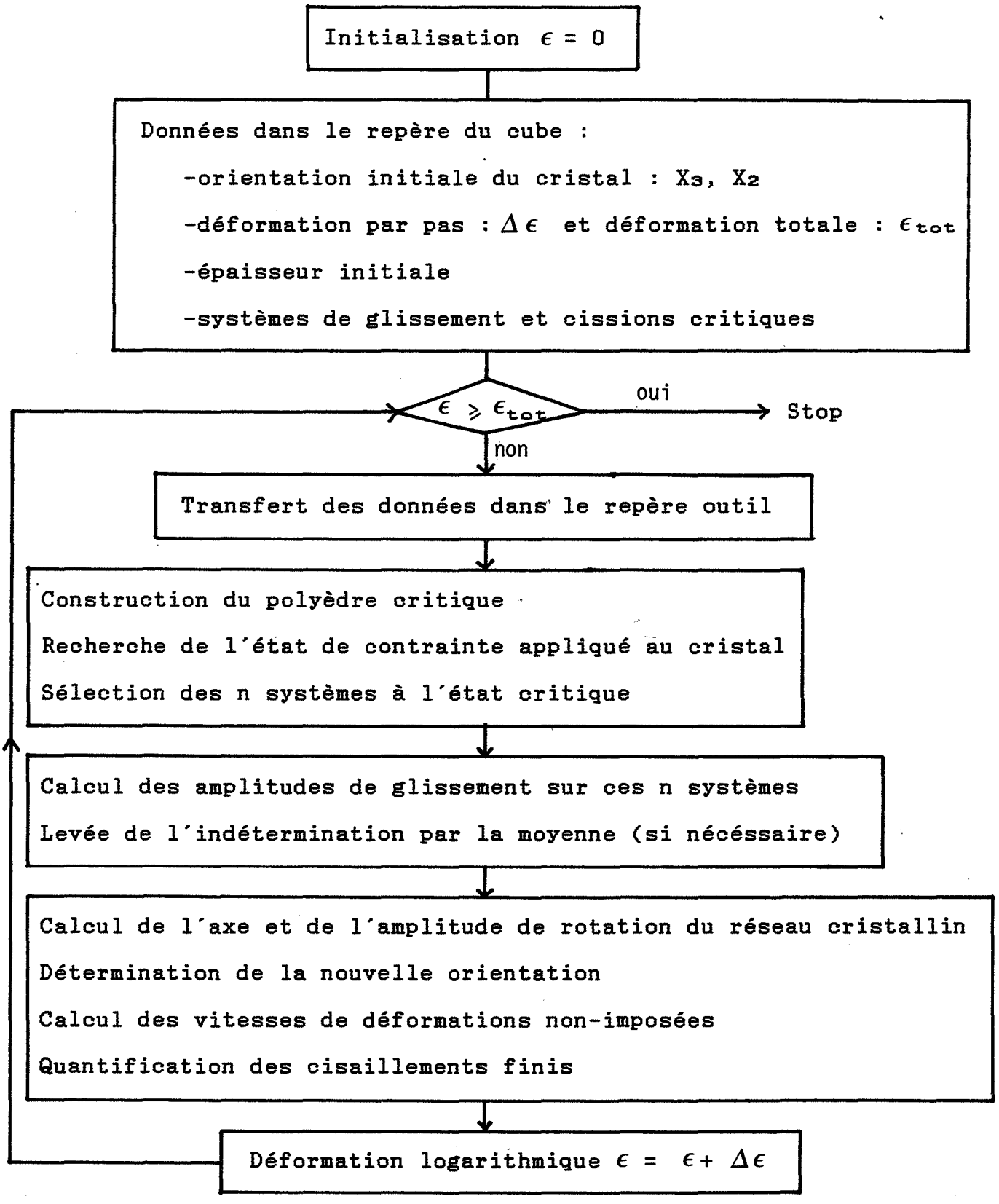


Figure 3.6 Organigramme du calcul.

définie comme suit :

$$\dot{r}_{ij} = \dot{d}_{ij} - \dot{g}_{ij} \tag{3.14}$$

$$\dot{r}_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & -\dot{r}_3 & \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 & 0 & -\dot{r}_1 \\ -\dot{r}_2 & \dot{r}_1 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

avec
$$\begin{aligned} \dot{\theta} R_1 &= \dot{r}_1 = \sum_{l=1}^{n} - b_3^l n_2^l \dot{\gamma}^l \\ \dot{\theta} R_2 &= \dot{r}_2 = \sum_{l=1}^{n} b_3^l n_1^l \dot{\gamma}^l \\ \dot{\theta} R_3 &= \dot{r}_3 = \sum_{l=1}^{n} b_1^l n_2^l \dot{\gamma}^l \end{aligned} \tag{3.16}$$

et $\dot{\theta} = \sqrt{\dot{r}_1^2 + \dot{r}_2^2 + \dot{r}_3^2}$ (3.17)

$\vec{R} = (R_1, R_2, R_3)$ et $\dot{\theta}$ sont respectivement l'axe et la vitesse de rotation du réseau cristallin dans le repère outil.

La nouvelle orientation du cristal après chaque incrément de déformation $\Delta\varepsilon$ se calcule à l'aide de la matrice de rotation finie R définie à partir du vecteur $\vec{R}$ et de l'angle $\Delta\theta$ de la façon suivante :

$$\begin{pmatrix} X'_1 \\ X'_2 \\ X'_3 \end{pmatrix} = (R) \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \tag{3.18}$$

où

$$(R) = \begin{pmatrix} R_1^2(1-\cos\Delta\theta)+\cos\Delta\theta & R_1R_2(1-\cos\Delta\theta)-R_3\sin\Delta\theta & R_1R_3(1-\cos\Delta\theta)+R_2\sin\Delta\theta \\ R_1R_2(1-\cos\Delta\theta)+R_3\sin\Delta\theta & R_2^2(1-\cos\Delta\theta)+\cos\Delta\theta & R_2R_3(1-\cos\Delta\theta)-R_1\sin\Delta\theta \\ R_1R_3(1-\cos\Delta\theta)-R_2\sin\Delta\theta & R_2R_3(1-\cos\Delta\theta)+R_1\sin\Delta\theta & R_3^2(1-\cos\Delta\theta)+\cos\Delta\theta \end{pmatrix}$$

(3.19)

Du fait que l'orientation du cristal change après chaque incrément de déformation $\Delta\varepsilon$, c'est-à-dire que sa surface d'écoulement se modifie, le calcul doit être réitéré à partir de la recherche de l'état de contrainte ; ceci afin de simuler l'évolution du comportement, de la forme et de l'orientation de l'échantillon jusqu'à la déformation voulue. Les différentes étapes de ce calcul incrémental sont résumées dans l'organigramme présenté à la figure 3.6.

3.2.2 Hypothèses sur les cissions résolues critiques des systèmes de glissement

La prévision du comportement plastique de monocristaux par le modèle généralisé de Taylor - Bishop - Hill nécessite un choix sur les systèmes de glissement ainsi que sur les valeurs de leurs cissions résolues critiques (CRC).

En ce qui concerne les métaux cubiques centrés, rappelons que la plupart des résultats montre que la déformation a lieu sur les systèmes {110}<111>+{112}<111>et que le glissement sur les plans {112} orientés dans le sens maclage (SM) est 5 à 10 % plus facile que dans le sens opposé au maclage (SOM). Mais les valeurs des cissions critiques sur ces systèmes de glissement restent toutefois très imprécises. C'est pourquoi, nous avons testé et comparé à l'expérience différentes hypothèses sur la géométrie du glissement ainsi que sur le rapport ξ des cissions critiques afin d'atteindre les valeurs effectives des τ_c sur les différents systèmes ; ces dernières correspondant au meilleur accord entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques. Les hypothèses issues pour la plupart de la littérature sont présentées au tableau 3.1 en fonction de ξ.

$$\text{où} \quad \xi = \frac{\text{CRC du système } \{hkl\}\langle 111\rangle \text{considéré}}{\text{CRC du système } \{110\}\langle 111\rangle}$$

quand le glissement sur {110}<111> est permis.

Les hypothèses 2 à 4 correspondent aux suppositions habituellement faites pour le glissement dans les métaux cubiques centrés, c'est-à-dire un glissement mixte sur les plans {110} et {112}, mais généralement plus facile sur {110} que sur {112}(n°2 et n°3) ou à la limite équiprobable (n°4).

L'hypothèse 5 représente le cas où la cission résolue critique sur {112} est voisine

Hypothèses	Plans de glissement possibles		Remarques	Notation
1	{110}	1		110
2	{110} {112} SM {112} SOM	1 1,10 1,22	Valeurs de ξ obtenues en cisaillement sur des monocristaux de Fe - 3 % Si par Roche (1976).	ROCHE
3	{110} {112} SM {112} SOM	1 1,05 1,10	Valeurs de ξ obtenues en traction sur des monocristaux de Fe - 3 % Si par Taoka et al. (1964).	GMF 110
4	{110} {112} SM {112} SOM	1 1 1		GME
5	{110} {112} SM {112} SOM	1 0,95 1,05	Valeurs de ξ obtenues en traction et en compression sur des monocristaux de Nb par Bowen et al. (1967).	GM
6	{110} {112} SM + {112} SOM {123}	1 1 1		PENCIL
7	{110} {112} SM {112} SOM	1 0,93 0,96		GMF 112
8	{110} {112} SM {112} SOM	1 0,77 1	Valeurs de ξ obtenues en compression plane sur des monocristaux de Mo par Carpay et al. (1975).	CARPAY
9	{112} SM + {112} SOM	1*		112

Tableau 3.1 Hypothèses sur les systèmes de glissement et leurs cissions résolues critiques.

* Dans le cas où le glissement sur {110}<111> n'est pas autorisé, ξ est défini comme $\xi = \tau_c^{\{112\}}$ et $\tau_c^{\{110\}} = \infty$

de celle sur {110}, tout en différenciant le sens maclage du sens opposé pour les systèmes {112}. Ces valeurs de CRC ont été obtenues par des essais de traction et de compression sur des monocristaux de niobium par Bowen et al. (1967).

L'hypothèse 6 qui suggère un glissement équiprobable sur les plans {110}, {112} et {123} permet de simuler de façon fort proche le comportement plastique du cristal en "pencil glide".

Les hypothèses 7 et 8 supposent un glissement mixte sur les plans {110} et {112}, mais plus facile sur {112} que sur {110}. L'hypothèse 8 repose sur les résultats obtenus par Carpay et al. (1975) pour des essais de compression plane sur des monocristaux de molybdène orientés en glissement multiple. Quant à l'hypothèse 7, elle résulte de simulations numériques sur ordinateur et, comme nous le verrons, elle permet d'obtenir le meilleur accord entre la théorie et l'expérience pour la déformation des cristaux de Fe - Si et de Nb étudiés dans ce travail.

Pour terminer, les hypothèses 1 et 9 correspondent au glissement restreint, respectivement, aux plans {110} et {112}. Cette dernière hypothèse correspond à un cas purement académique, mais a été retenue afin d'étudier quelle était l'influence des systèmes {112} sur la déformation.

Pour conclure ce chapitre, ces différentes hypothèses sont également utilisées afin de définir des variables microscopiques équivalentes ; ces dernières permettant d'obtenir le travail plastique à fournir pour chaque étape de la déformation sans tenir compte de l'orientation du cristal ou du chemin de déformation. En effet, pour les métaux cubiques centrés où le glissement a lieu sur plusieurs familles de systèmes (α, β, ...) de cissions critiques différentes (τ_c^α, τ_c^β, ...), l'anisotropie de l'écoulement plastique du cristal peut être caractérisée par le facteur de Taylor M. Celui-ci, dans l'hypothèse d'une cission résolue critique et d'un écrouissage isotrope de systèmes de glissement (ξ constant) est défini comme suit :

$$M = \frac{\dot{W}}{\tau^\alpha \dot{\varepsilon}} \tag{3.20}$$

où τ_c^α est la cission résolue critique de référence, dans notre cas, celle des systèmes {110}<111>

Le taux de travail par unité de volume $\dot{W}$ étant défini à partir des amplitudes de

glissement $\dot{\gamma}^l$, nous obtenons l'équation suivante :

$$M = \frac{1}{\tau_c^\alpha \dot{\varepsilon}} \sum_l \tau_c^l \dot{\gamma}^l = \frac{1}{\dot{\varepsilon}} \left(\sum_\alpha \dot{\gamma}^\alpha + \xi^\beta \sum_\beta \dot{\gamma}^\beta + \ldots \right) = \frac{\dot{\bar{\Gamma}}}{\dot{\varepsilon}} \tag{3.21}$$

où $\dot{\bar{\Gamma}}$ est la vitesse de déformation totale équivalente pour toutes les familles de systèmes de glissement.

Or, d'une part, le facteur de Taylor M est fonction du choix des systèmes de glissement et de leurs cissions résolues critiques via les amplitudes de glissement $\dot{\gamma}^l$. Cela signifie que les courbes $\tau_c^\alpha - \bar{\Gamma}$ obtenues à partir des courbes expérimentales contrainte - déformation dépendent également de ξ.

D'autre part, le taux de travail plastique $\dot{W}$ dépend de l'orientation du monocristal par rapport à la sollicitation. Il faut donc définir une valeur courante de M $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ qui varie durant la déformation par suite de la rotation du réseau cristallin.

Dans le cas de la compression plane, les courbes de la cission résolue critique $\tau_c^{\{110\}}$ en fonction de la déformation totale équivalente $\bar{\Gamma}$ sont obtenues à partir des données expérimentales σ_{33} (ε_{22}) et des valeurs courantes de M par les relations :

$$\tau_c^{\{110\}} = \frac{-\sigma_{33}}{M} \tag{3.22}$$

$$\bar{\Gamma} = \int_0^t \dot{\bar{\Gamma}}\, dt = \int_0^t M(t)\, \dot{\varepsilon}\, dt = \int_0^\varepsilon M(\varepsilon)\, d\varepsilon \tag{3.23}$$

Nous constatons que si l'orientation du cristal est stable pendant la déformation, M est constant et la dernière expression se réduit à $\bar{\Gamma} = M\varepsilon$.

* *

*

CHAPITRE 4

RESULTATS THEORIQUES ET EXPERIMENTAUX EN COMPRESSION PLANE

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus pour les essais de compression plane partiellement imposée sur des monocristaux de Fe-Si et de Nb, ainsi que les prévisions théoriques obtenues par le modèle proposé avec différentes hypothèses sur les systèmes de glissement. L'analyse du comportement plastique de ces cristaux et la comparaison théorie - expérience portent sur les points suivants :

- les relations contrainte - déformation,
- les réorientations du réseau cristallin,
- les cisaillements finis,
- les systèmes de glissement actifs.

Pour cette étude, nous avons testé 8 orientations cristallines pour deux compositions de l'alliage Fe-Si et 4 sur ces 8 ont été également déformées dans le cas du niobium. Ces orientations initiales décrites par les cosinus directeurs des axes X_3 et X_2, mais également par les angles d'Euler ($\varphi_1, \phi, \varphi_2$) sont présentées au tableau 4.1 pour le Fe-Si en fonction de la composition en Si de chaque échantillon et au tableau 4.2 pour le Nb. Les résultats expérimentaux concernant les rotations et les cisaillements sont rassemblés aux tableaux 4.1 et 4.3 pour le Fe-Si et aux tableaux 4.2 et 4.4 pour le Nb, pour des taux de déformation nominaux de 0.1, 0.3 et 0.5.

Il est important de noter que, pour toutes les orientations testées, aucune influence significative sur les réorientations cristallines ou sur les cisaillements finis n'a été mise en évidence en fonction du matériau (Fe - Si, Nb) ou du pourcentage en silicium dans l'alliage Fe - Si. La seule différence se situe au niveau des valeurs des contraintes de compression. En début de déformation, elles avoisinent 300 MPa pour le Fe - Si avec une valeur plus élevée (≃ 15 %) dans le cas du 3 % Si (Fig. 4.1) que pour le 2,7 % Si (Fig. 4.2), alors qu'elles débutent vers 100 MPa dans le cas du Nb (Fig. 4.3). Ces courbes contrainte - déformation (Fig. 4.1-3) illustrent la forte dépendance des contraintes d'écoulement en fonction de l'orientation du cristal. Nous constatons également que cette dépendance est similaire d'un matériau à l'autre, la classification par ordre croissant en fin de déformation étant sensiblement la même.

Notation	% Si (en poids)	X_3 : (h k l) X_2 : [u v w] (cosinus directeurs)	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ à $\varepsilon_{22} = 0$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ à $\varepsilon_{22} \simeq 0.1$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ à $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ à $\varepsilon_{22} \simeq 0.5$
A1	3	(0,45 0,40 0,80)[-0,56 0,83 -0,10]	(-80°, 37°, 48°)	(-81°, 36°, 48°)	(-80°, 38°, 43°)	(-79°, 41°, 42°)
A2	2,7	(0,48 0,35 0,81)[-0,53 0,85 -0,05]	(-85°, 36°, 54°)	(-81°, 35°, 50°)	(-68°, 39°, 40°)	(-66°, 40°, 38°)
B1	3	(0,84 -0,06 0,54)[-0,39 -0,76 0,52]	(128°, 57°, 94°)	(130°, 60°, 87°)	(124°, 66°, 80°)	(125°, 68°, 72°)
B2	2,7	(0,84 -0,06 0,54)[-0,39 -0,76 0,52]	(128°, 57°, 94°)	(130°, 61°, 85°)	(132°, 66°, 75°)	(130°, 70°, 68°)
C1	3	(0,69 -0,02 0,72)[0,49 -0,72 -0,49]	(45°, 44°, 92°)	(55°, 44°, 82°)	(83°, 40°, 59°)	(88°, 39°, 51°)
C2	2,7	(0,71 0,02 0,71)[0,49 -0,74 -0,47]	(49°, 45°, 89°)	(64°, 46°, 75°)	(81°, 40°, 59°)	(92°, 41°, 48°)
D1	3	(0,72 0,53 0,44)[-0,67 0,70 0,26]	(-107°, 64°, 54°)	(-105°, 63°, 52°)	(-103°, 63°, 45°)	(-94°, 59°, 39°)
D2	2,7	(0,73 0,53 0,43)[-0,67 0,68 0,30]	(-109°, 65°, 54°)	(-101°, 62°, 52°)	(-98°, 57°, 45°)	(-90°, 57°, 39°)
E1	3	(0,65 0,67 0,38)[-0,71 0,35 0,61]	(-131°, 68°, 44°)	(-135°, 66°, 42°)	(-140°, 62°, 38°)	(-142°, 62°, 35°)
E2	2,7	(0,65 0,66 0,37)[-0,71 0,35 0,61]	(-131°, 68°, 44°)	(-132°, 62°, 41°)	(-137°, 60°, 35°)	(-139°, 60°, 33°)
F1	2,8	(0,21 0,98 0,04)[-0,91 0,21 -0,37]	(-69°, 88°, 12°)	(-66°, 91°, 9°)	(-62°, 92°, 2°)	(-59°, 92°, 0°)
F2	2,7	(0,17 0,98 0,04)[-0,94 0,18 -0,29]	(-73°, 88°, 10°)	(-68°, 92°, 6°)	(-64°, 92°, 3°)	(-59°, 91°, -1°)
G1	2,8	(0,54 0,84 0,13)[-0,84 0,52 0,12]	(-97°, 83°, 33°)	A : (-101°, 78°, 31°) B : (-94°, 86°, 33°)	A : (-105°, 73°, 30°) B : (-93°, 87°, 33°)	A : (-108°, 70°, 29°) B : (-90°, 88°, 34°)
G2	2,7	(0,52 0,85 0,09)[-0,85 0,51 0,12]	(-97°, 85°, 32°)	A : (-99°, 84°, 30°)	A : (-103°, 83°, 29°)	A : (-108°, 81°, 26°)
H1	2,8	(0,61 0,80 0)[-0,15 0,11 0,98]	(-169°, 90°, 37°)	A : (-169°, 88°, 38°) B : (-169°, 96°, 38°)	A : (-166°, 75°, 35°) B : (-173°, 109°, 40°)	A : (-164°, 71°, 31°) B : (-170°, 115°,46°)
H2	2,8	(0,61 0,79 0)[-0,16 0,13 0,98]	(-168°, 90°, 37°)	A : (-167°, 83°, 36°) B : (-169°, 94°, 40°)	A : (-169°, 72°, 34°) B : (-170°, 105°, 38°)	A : (-165°, 65°, 31°) B : (-171°, 116°, 43°)

Tableau 4.1 Notation, teneur en Si, orientations (initiales et pour des taux de déformation de 0.1, 0.3 et 0.5) des monocristaux de Fe - Si.

Notation	X_3 : (h k l) X_2 : [u v w] (cosinus directeurs)	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ à $\varepsilon_{22} = 0$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ à $\varepsilon_{22} \simeq 0,1$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ à $\varepsilon_{22} \simeq 0,3$	$(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ à $\varepsilon_{22} \simeq 0,5$
A3	(0,46 0,44 0,77)[-0,59 0,80 -0,11]	(-80°, 39°, 46°)	(-74°, 40°, 43°)	(-70°, 43°, 38°)	(-69°, 45°, 36°)
B3	(0,85 -0,05 0,52)[-0,36 - 0,78 0,52]	(127°, 59°, 94°)	(129°, 60°, 87°)	(131°, 67°, 77°)	(131°, 71°, 70°)
F3	(0,20 0,98 0,01)[-0,90 0,19 -0,39]	(-67°, 89°, 12°)	(-64°, 91°, 8°)	(-60°, 92°, 3°)	(-57°, 91°, 1°)
H3	(0,59 0,81 0,02)[-0,17 0,10 0,98]	(-168°, 89°, 36°)	A : (-169), 80°, 35°)	A : (-169°, 75°, 34°)	A : (-168°, 65°, 31°)
I	(0,56 0,59 0,59)[-0,83 0,40 0,40]	(-119°, 54°, 44°)	(-124°, 53°, 45°)	(-121°, 54°, 46°)	(-123°, 57°, 49°)

Tableau 4.2 Notation, orientations (initiales et pour des taux de déformation de 0.1, 0.3 et 0.5) des monocristaux de Nb.

Notation	ε_{22}	tg α	$\sigma_{tg\,\alpha}$	tg β	$\sigma_{tg\,\beta}$	ε_{22}	tg α	$\sigma_{tg\,\alpha}$	tg β	$\sigma_{tg\,\beta}$	ε_{22}	tgα	$\sigma_{tg\,\alpha}$	tg β	$\sigma_{tg\,\beta}$
A1	0,12	0,05	0,01	0,15	0,02	0,27	0,10	0,02	0,50	0,06	0,48	0,11	0,03	0,85	0,10
A2	0,11	0,05	0,01	0,13	0,03	0,30	0,11	0,02	0,48	0,05	0,50	0,13	0,02	0,94	0,16
B1	0,09	-0,04	0,01	0,05	0,03	0,28	-0,15	0,02	0,80	0,04	0,47	-0,27	0,03	-0,01	0,04
B2	0,12	-0,06	0,00	0,05	0,02	0,29	-0,17	0,02	0,07	0,02	0,47	-0,26	0,02	-0,03	0,03
C1	0,10	0,06	0,03	A : 0,08	0,03	0,31	0,28	0,06	A : 0,13	0,08	0,50	0,47	0,07	A : 0,11	0,09
				B : -0,07	0,03				B : -0,12	0,08				B : -0,08	0,09
C2	0,13	0,10	0,03	-0,01	0,01	0,29	0,25	0,04	-0,01	0,05	0,51	0,42	0,06	-0,05	0,06
D1	0,12	0,01	0,03	0,06	0,03	0,28	-0,03	0,04	0,16	0,06	0,48	-0,05	0,05	0,15	0,10
D2	0,14	0,02	0,01	0,11	0,01	0,29	0,02	0,04	0,23	0,06	0,47	0,06	0,04	0,36	0,16
E1	0,10	-0,08	0,04	0,02	0,07	0,28	-0,17	0,08	0,03	0,14	0,49	-0,23	0,11	-0,08	0,18
E2	0,11	-0,06	0,03	0,05	0,07	0,29	-0,10	0,09	0,05	0,16	0,47	-0,18	0,11	-0,01	0,34
F1	0,12	0,06	0,01	-0,05	0,01	0,32	0,13	0,02	-0,18	0,04	0,49	0,21	0,03	-0,31	0,07
F2	0,11	0,05	0,01	-0,03	0,02	0,28	0,12	0,01	-0,12	0,03	0,48	0,22	0,03	-0,20	0,06
G1	0,14	-0,07	0,01	-0,13	0,02	0,33	-0,18	0,04	-0,38	0,07	0,49	-0,32	0,05	-0,84	0,12
G2	0,14	-0,06	0,03	-0,12	0,04	0,30	-0,17	0,06	-0,30	0,08	0,48	-0,31	0,08	-0,62	0,12
H1	0,11	-0,02	0,01	0,00	0,01	0,34	-0,09	0,02	-0,04	0,04	0,47	-0,12	0,02	-0,07	0,04
H2	0,13	-0,09	0,02	-0,01	0,04	0,32	-0,04	0,02	0,00	0,06	0,48	-0,06	0,04	0,00	0,08

Tableau 4.3 Moyennes et écarts types des 2 cisaillements ($tg\,\alpha = 1/2\ \varepsilon^*_{12}$ et $tg\,\beta = 1/2\ \varepsilon^*_{23}$) pour chaque échantillon de l'alliage Fe-Si à des taux de déformation voisins de 0.1, 0.3 et 0.5.

Notation	ε_{22}	tg α	$\sigma_{tg\alpha}$	tgβ	$\sigma_{tg\beta}$	ε_{22}	tg α	$\sigma_{tg\alpha}$	tgβ	$\sigma_{tg\beta}$	ε_{22}	tgα	$\sigma_{tg\alpha}$	tg β	$\sigma_{tg\beta}$
A3	0,11	0,04	0,01	0,12	0,02	0,29	0,09	0,02	0,46	0,06	0,49	0,12	0,03	0,98	0,15
B3	0,12	-0,06	0,01	0,07	0,03	0,29	-0,14	0,02	0,08	0,03	0,50	-0,24	0,02	0,00	0,04
F3	0,12	0,07	0,01	-0,01	0,01	0,31	0,13	0,01	-0,05	0,02	0,54	0,22	0,01	-0,17	0,03
H3	0,11	-0,01	0,02	-0,01	0,05	0,29	-0,04	0,02	0,03	0,08	0,50	-0,04	0,03	0,18	0,13
I	0,13	0,02	0,01	-0,22	0,03	0,32	0,05	0,02	-0,78	0,06	0,52	0,08	0,03	-1,16	0,09

Tableau 4.4 Moyennes et écarts types des 2 cisaillements (tg α = 1/2 ε^*_{12} et tg β = 1/2 ε^*_{23}) pour chaque échantillon de niobium à des taux de déformation voisins de 0.1, 0.3 et 0.5.

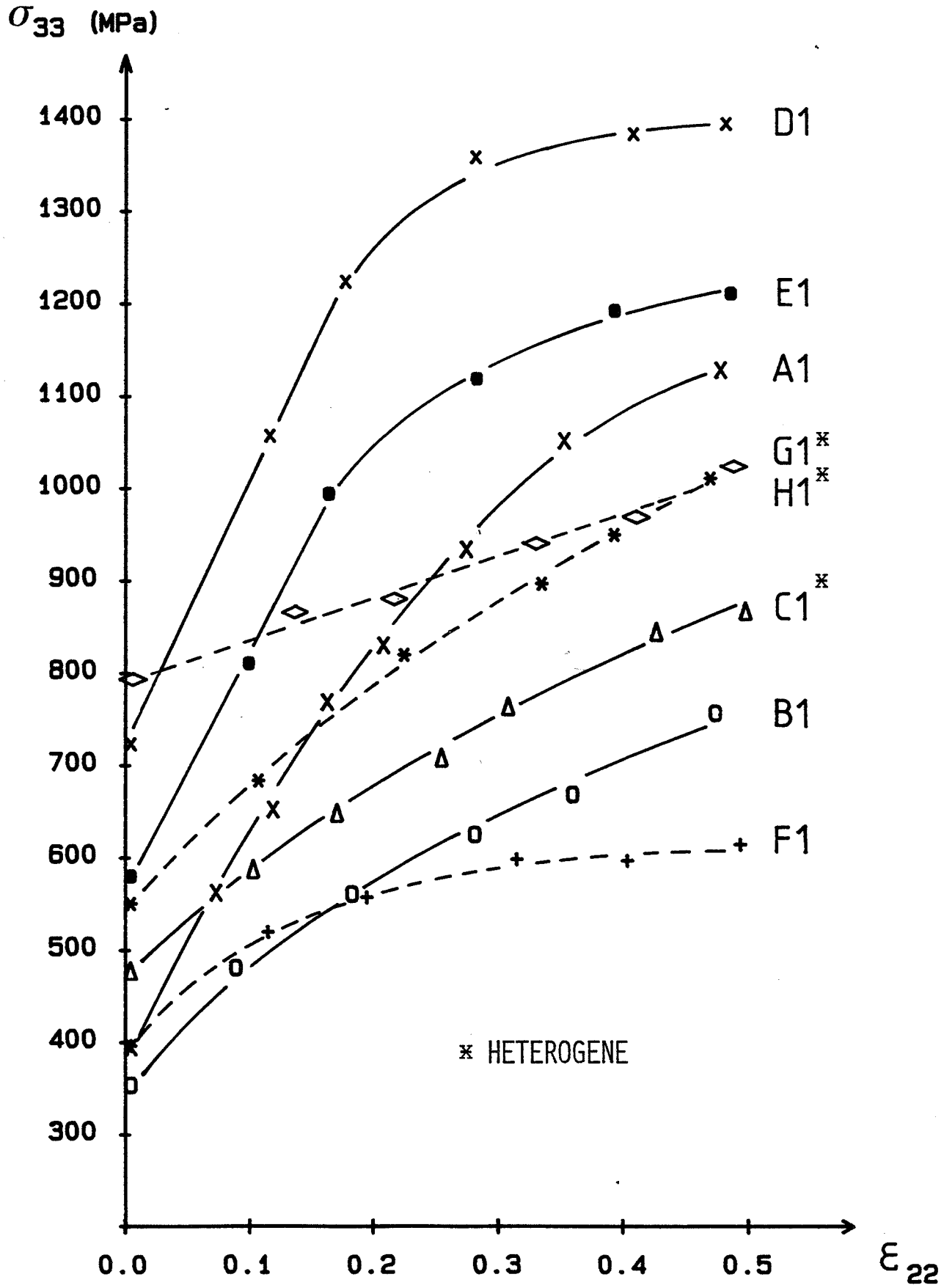


Figure 4.1 Courbes contrainte-déformation pour les 8 orientations suivantes de l'alliage Fe - Si : A1, B1, C1, D1, E1 (à 3 % Si en traits continus) et F1, G1, H1 (à 2,8 % Si en pointillés).

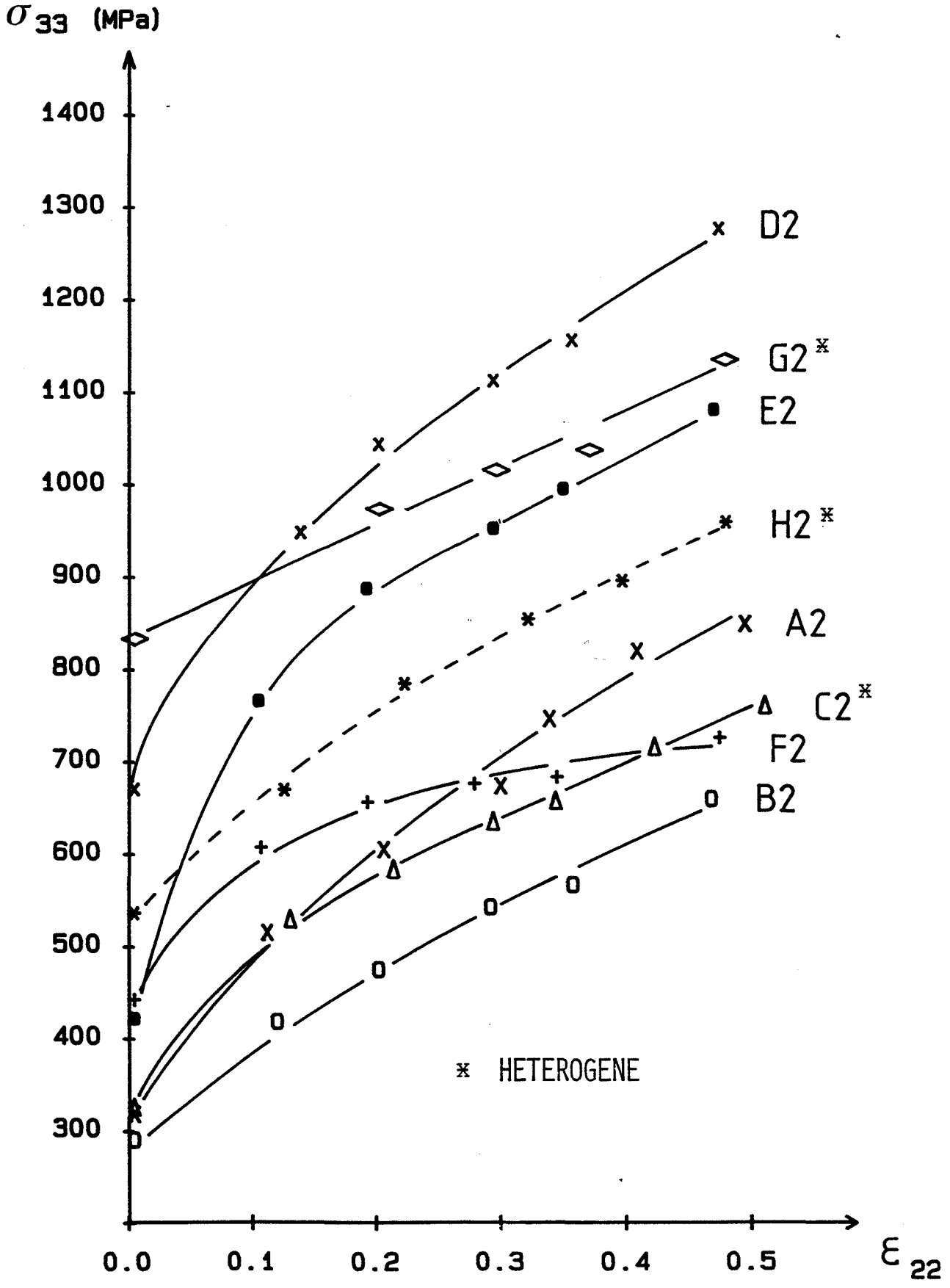


Figure 4.2 Courbes contrainte - déformation pour les 8 orientations suivantes de l'alliage Fe - Si : A2, B2, C2, D2, E2, F2, G2, (à 2,7 % Si en traits continus) et H2 (à 2,8 % Si en pointillés).

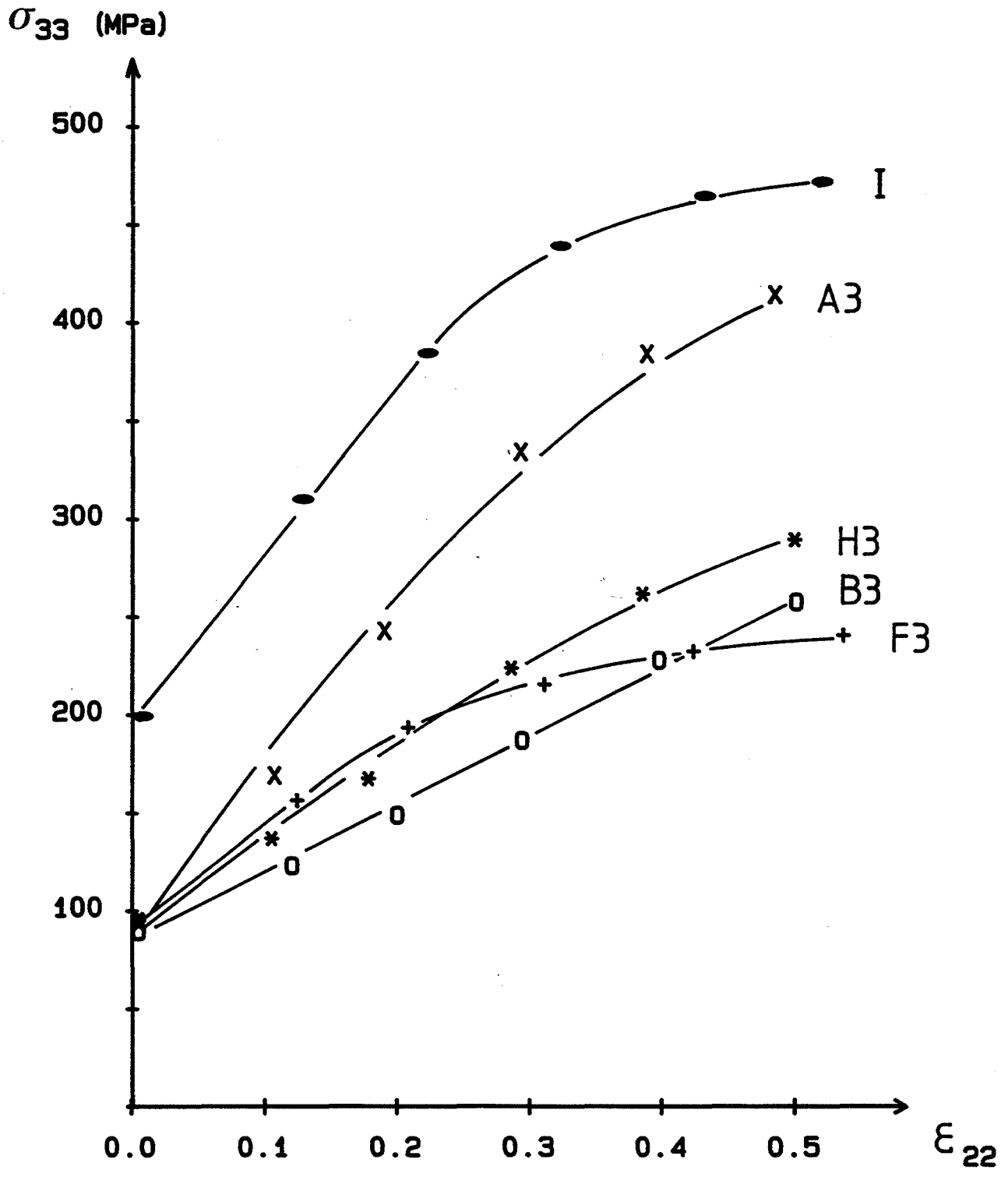


Figure 4.3 Courbes contrainte - déformation pour les 5 orientations de niobium : A3, B3, F3, H3 et I.

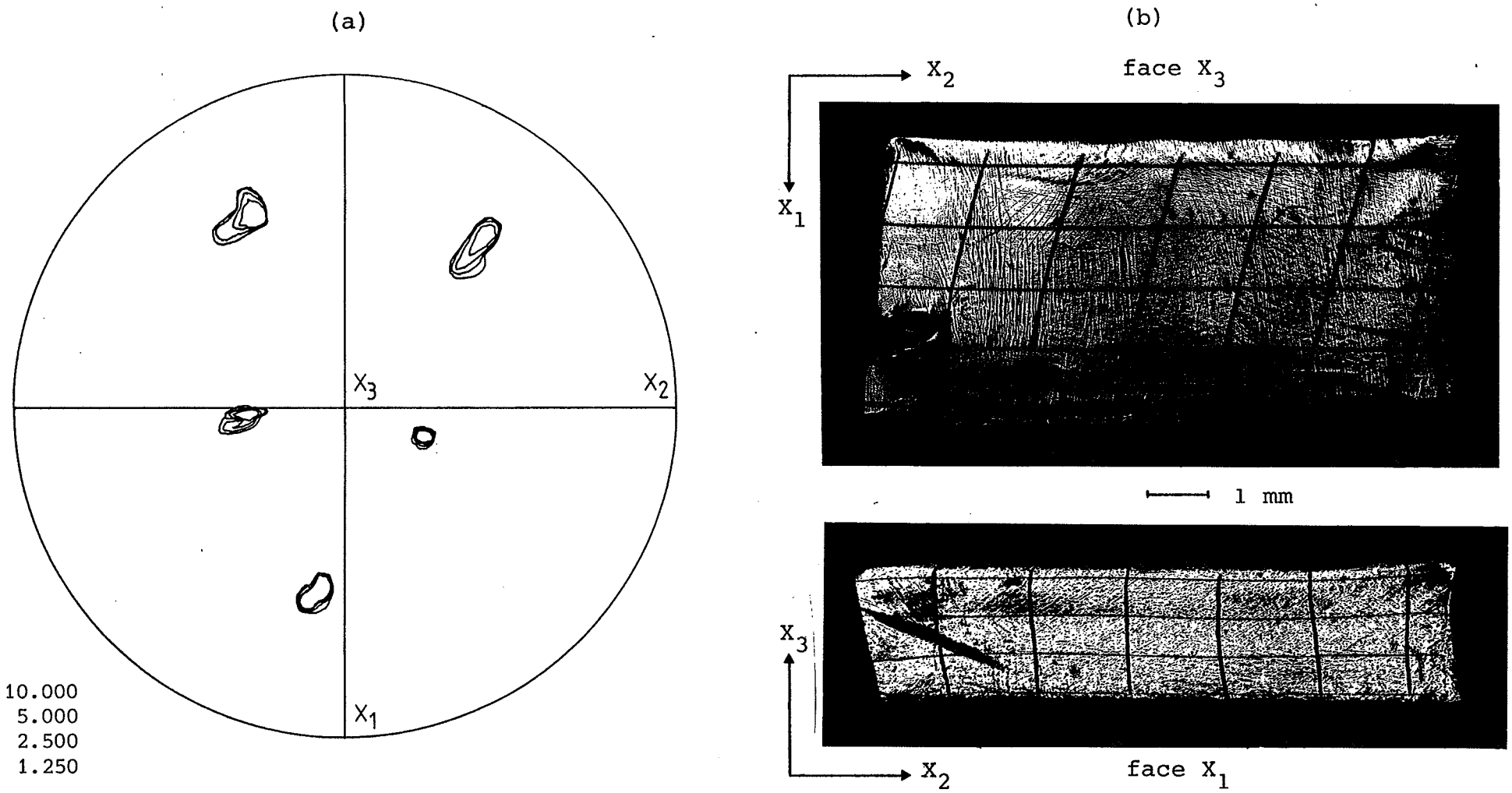


Figure 4.4 Figure de pôles {110}(a) et grilles sur les faces X_3 et X_1 (b) pour le monocristal B2 (Fe - 2,7 % Si) d'orientation (0,87 0,35 0,34)[0,09 -0,80 0,60] déformé à ε_{22} = 0.47.

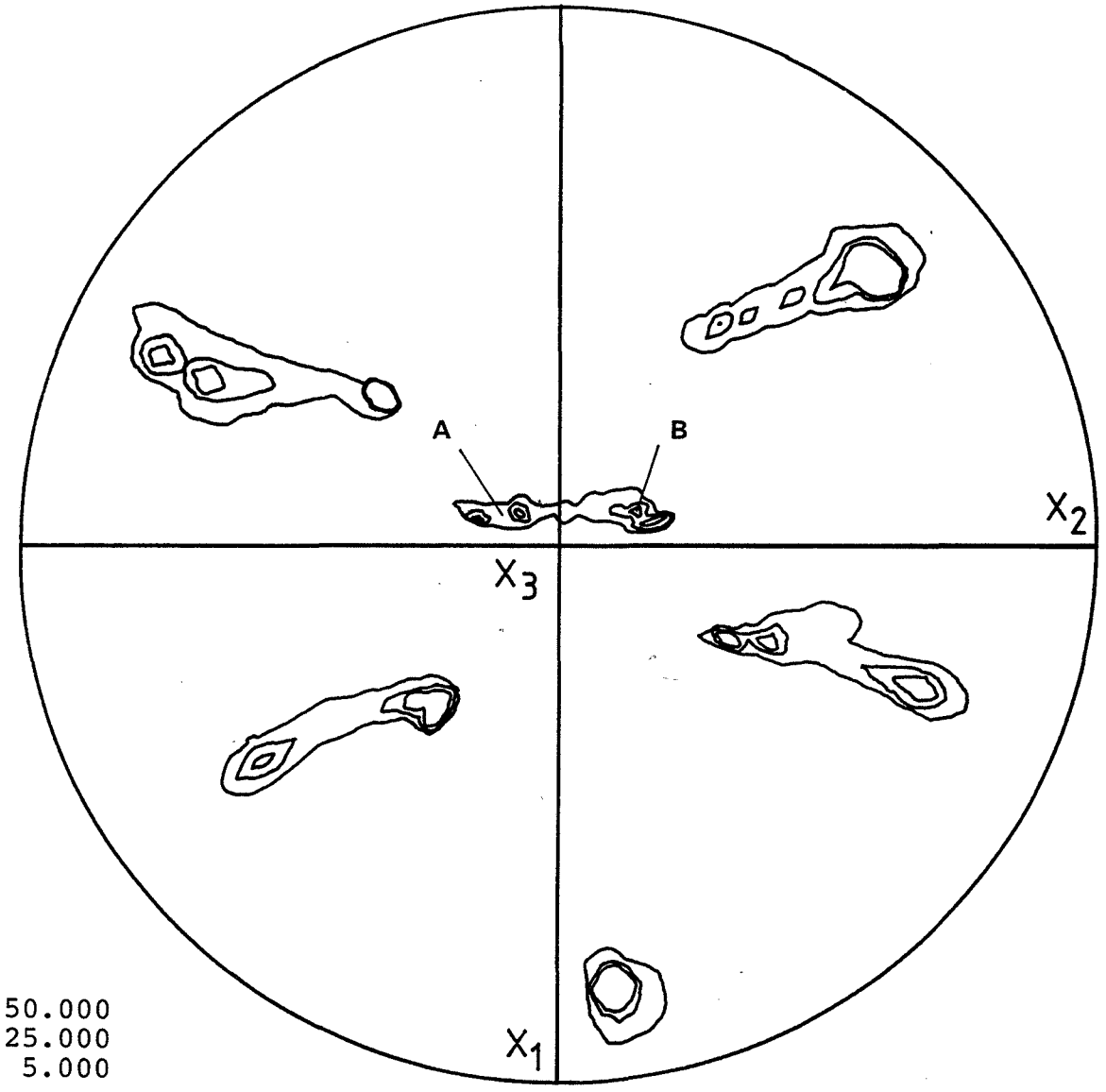


Figure 4.5 Figure de pôles {110} du monocristal H1 (Fe - 2,8 % Si) déformé à ε_{22} = 0.34 et présentant les 2 orientations suivantes :

A : (0,55 0,79 0,26)[-0,34 -0,07 0,94]

B : (0,61 0,73 -0,32)[0,11 0,32 0,94].

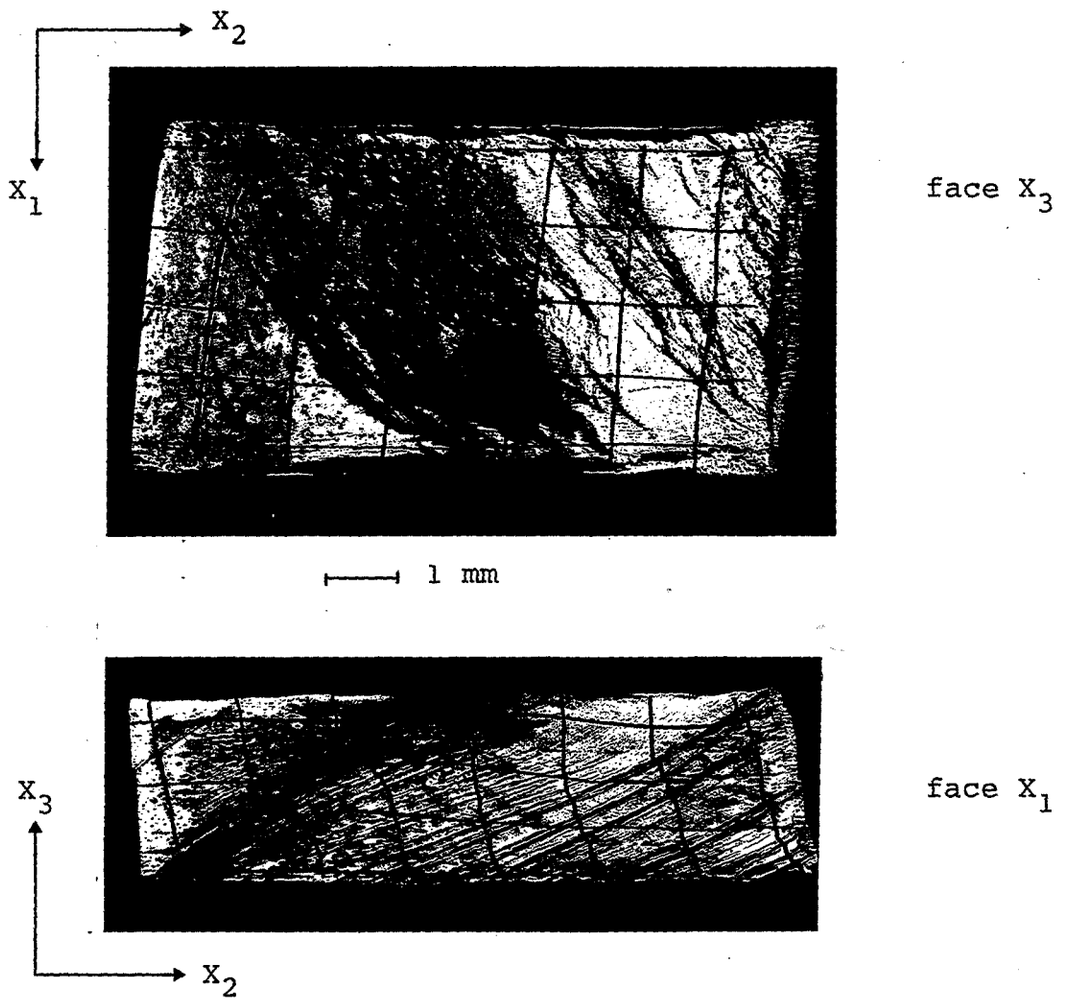


Figure 4.6 Grilles fortement hétérogènes sur les faces X_3 et X_1 du monocristal G2 (Fe - 2,7 % Si) d'orientation (0,49 0,87 0,12)[-0,86 0,46 0,22] déformé à $\varepsilon_{22} = 0.30$.

Il faut cependant souligner que parmi les 9 orientations, 6 se comportent de façon plus ou moins homogène (A, B, D, E, F, I), alors que 3 d'entre elles présentent de fortes hétérogénéités de déformations (C, G, H). Pour cela, nous considérons que la déformation est homogène lorsqu'il n'y a pas de variation ou de décomposition de l'orientation d'un endroit à l'autre du monocristal et que les grilles se déforment de façon régulière d'une extrémité à l'autre de l'échantillon. Un exemple de ce comportement est illustré à la figure 4.4 pour le cristal B2 en Fe-Si. Par contre, les hétérogénéités de déformation se caractérisent par le fait que le cristal se scinde en deux ou plusieurs orientations (cas du cristal H1 en Fe-Si, Fig. 4.5) ou que les grilles présentent des zones fortement cisaillées avoisinant avec des zones faiblement déformées (cas du cristal G2 en Fe-Si, Fig. 4.6).

Après compression, l'orientation de chaque cristal est déterminée à l'aide de figures de pôles {110} en calculant les angles d'Euler ($\varphi_1, \phi, \varphi_2$) à partir des pics d'intensité maximale pour des taux de déformation proches de 0.1, 0.3 et 0.5. Ces orientations expérimentales sont spécifiées dans des triangles stéréographiques standards 001 - 101 - 111 par la position des axes de compression X_3 et d'allongement X_2 avec une incertitude qui croît en cours de compression de par l'élargissement des pics de diffraction avec la déformation. Sur ces mêmes figures, les prévisions théoriques pour les rotations de ces mêmes axes X_3 et X_2 sont représentées pour des incréments de déformation de 0.05 jusqu'à $\varepsilon_{22} = 0.5$.

A chaque valeur moyenne des cisaillements $\mathrm{tg}\,\alpha = 1/2\,\varepsilon^*_{12}$, $\mathrm{tg}\,\beta = 1/2\,\varepsilon^*_{23}$ est associée une barre d'erreur correspondant à l'écart-type d'un ensemble de mesures angulaires réalisées sur les grilles de référence des faces X_3 et X_1. Lorsque la déformation est homogène, $\mathrm{tg}\,\alpha$ est mesurée avec précision, alors que l'incertitude sur $\mathrm{tg}\,\beta$ augmente en cours de déformation à cause de la réduction en épaisseur. Dans le cas contraire, les barres d'erreur à la fois sur $\mathrm{tg}\,\alpha$ et $\mathrm{tg}\,\beta$ indiquent le degré d'hétérogénéité de la déformation à travers le cristal.

Dans un premier temps, nous examinons les résultats obtenus sur les 6 monocristaux se déformant de façon homogène pour les différents aspects de la déformation cités précédemment. A la fin de ce chapitre, nous analysons en détails le cas des 3 autres orientations.

* *
*

Notation	Plans de glissement	ξ
110	{110}	1
ROCHE	{110}	1
	{112} SM	1,10
	{112} SOM	1,22
GMF 110	{110}	1
	{112} SM	1,05
	{112} SOM	1,10
GME	{110}	1
	{112} SM + {112} SOM	1
GM	{110}	1
	{112} SM	0,95
	{112} SOM	1,05
PENCIL	{110}	1
	{112} SM + {112} SOM	1
	{123}	1
GMF 112	{110}	1
	{112} SM	0,93
	{112} SOM	0,96
CARPAY	{110}	1
	{112} SM	0,77
	{112} SOM	1
112	{112} SM + {112} SOM	1*

Tableau 4.5 Notation et valeurs des cissions critiques pour les différentes hypothèses sur les systèmes de glissement.

* Dans le cas où le glissement sur {110}<111> n'est pas autorisé, ξ est défini comme $\xi = \tau_c^{\{112\}}$ et $\tau_c^{\{110\}} = \infty$.

4.1 DEFORMATION HOMOGENE

4.1.1 Rotations cristallines et cisaillements finis

Le comportement plastique de chaque monocristal est caractérisé graphiquement à partir des résultats obtenus pour les réorientations cristallines et les cisaillements finis sur l'alliage Fe - 2,7 % Si et sur le niobium. Aux courbes expérimentales de ces graphiques se superposent les courbes correspondant aux prévisions des 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 afin de permettre une première comparaison théorie - expérience. Une étude plus détaillée de l'influence du rapport ξ des cissions critiques est réalisée sur 2 autres graphiques regroupant les prévisions théoriques issues des différentes hypothèses d'une part, pour les rotations et d'autre part, pour les cisaillements. Afin de faciliter l'interprétation des résultats, nous rappelons au tableau 4.5, la notation et les valeurs des cissions critiques pour les différentes hypothèses sur les systèmes de glissement.

Orientation A

Comme le montre la figure 4.11 pour le niobium et 4.7 pour l'alliage Fe - 2,7 % Si, les axes X_3 et X_2 de cette orientation A tournent vers (4 5 8)[$\bar{4}$ 8 $\bar{3}$]. Cette rotation cristalline est bien décrite par l'hypothèse GMF 110, alors que l'hypothèse GMF 112 prévoit que le plan X_3 se dirige vers (1 1 1) (Fig.4.7).

Quant aux cisaillements mesurés pour cette orientation dans le cas du Nb (Fig. 4.11) et du Fe - 2,7 % Si (Fig. 4.8), ils sont identiques en signe et en amplitude, à savoir un ε^*_{12} légèrement positif et un ε^*_{23} fortement positif. Sur le graphique 4.8, nous constatons que le cisaillement ε^*_{12} est plus faible que les prévisions des hypothèses GMF 110 et GMF 112 et, en particulier, beaucoup plus faible que la valeur prévue par GMF 112, alors que le cisaillement ε^*_{23} est en bon accord avec les prévisions GMF 110 et GMF 112 qui sont très voisines. Cette différence entre l'hypothèse GMF 112 et l'expérience au niveau du cisaillement ε^*_{12} est en relation avec leur discordance quant à la rotation de X_3. En effet, une erreur sur l'orientation de X_3 se répercute sur le cisaillement ε^*_{12}.

L'examen des prévisions obtenues à partir de toutes les hypothèses révèle que, pour les rotations des axes X_3 et X_2 (Fig. 4.9) et pour les cisaillements ε^*_{12} et ε^*_{23} (Fig. 4.10), l'accord entre la théorie et l'expérience est d'autant moins bon que le glissement sur les système {112}<111> est aussi facile (GME + PENCIL) ou plus facile (GMF 112 + GM + CARPAY + 112) que sur les systèmes {110}<111>. Nous en concluons que l'orientation A préfère glisser sur les systèmes {110}<111> plutôt que sur {112}<111>, quelle que soit la nature du métal (Fe-Si ou Nb).

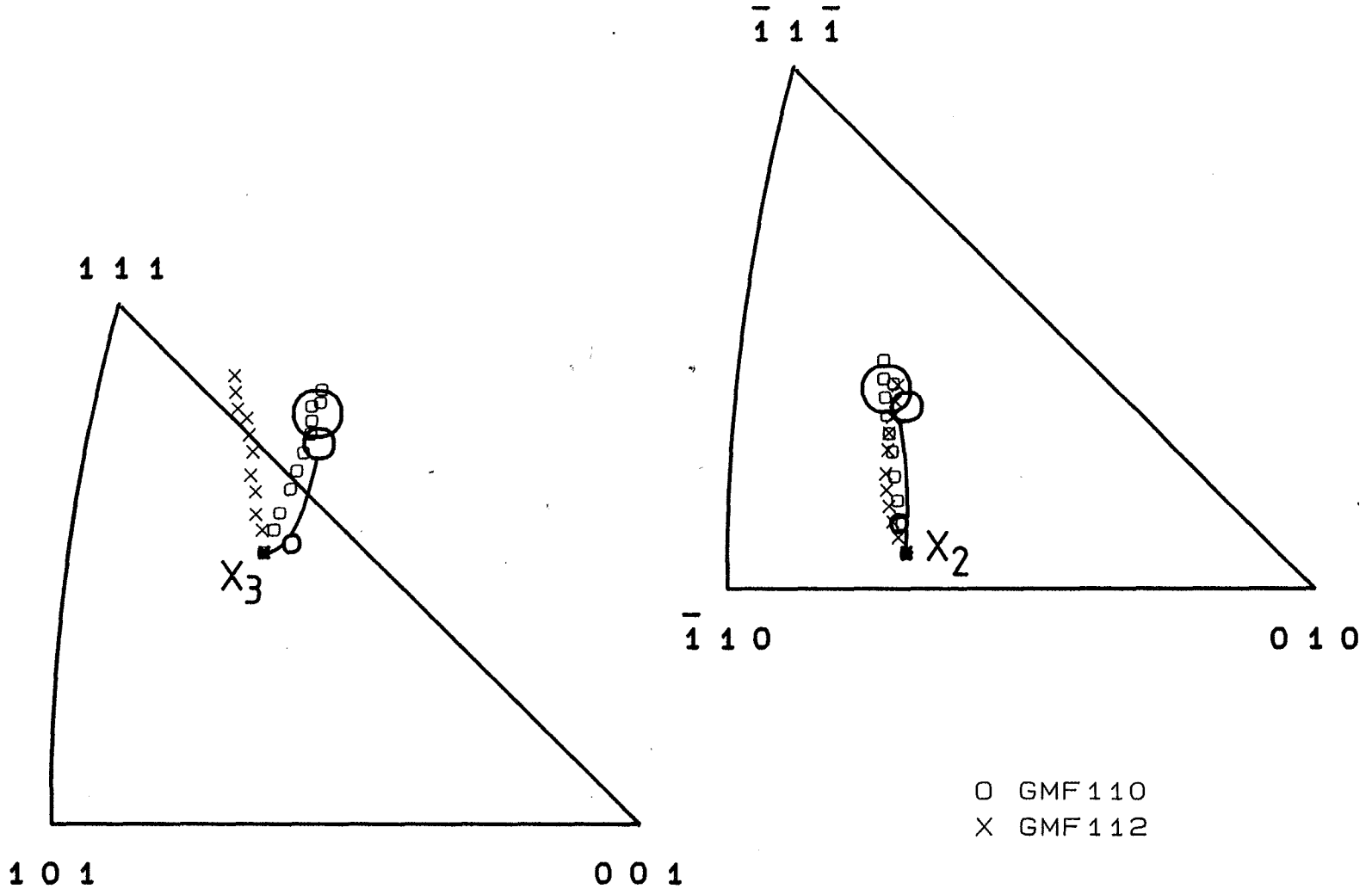


Figure 4.7 Rotation des axes de compression X_3 et d'allongement X_2, mesurée expérimentalement pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5, et calculée à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal A2 (Fe - 2,7 % Si) d'orientation initiale (0,48 0,35 0,81)[-0,53 0,85 -0,05].

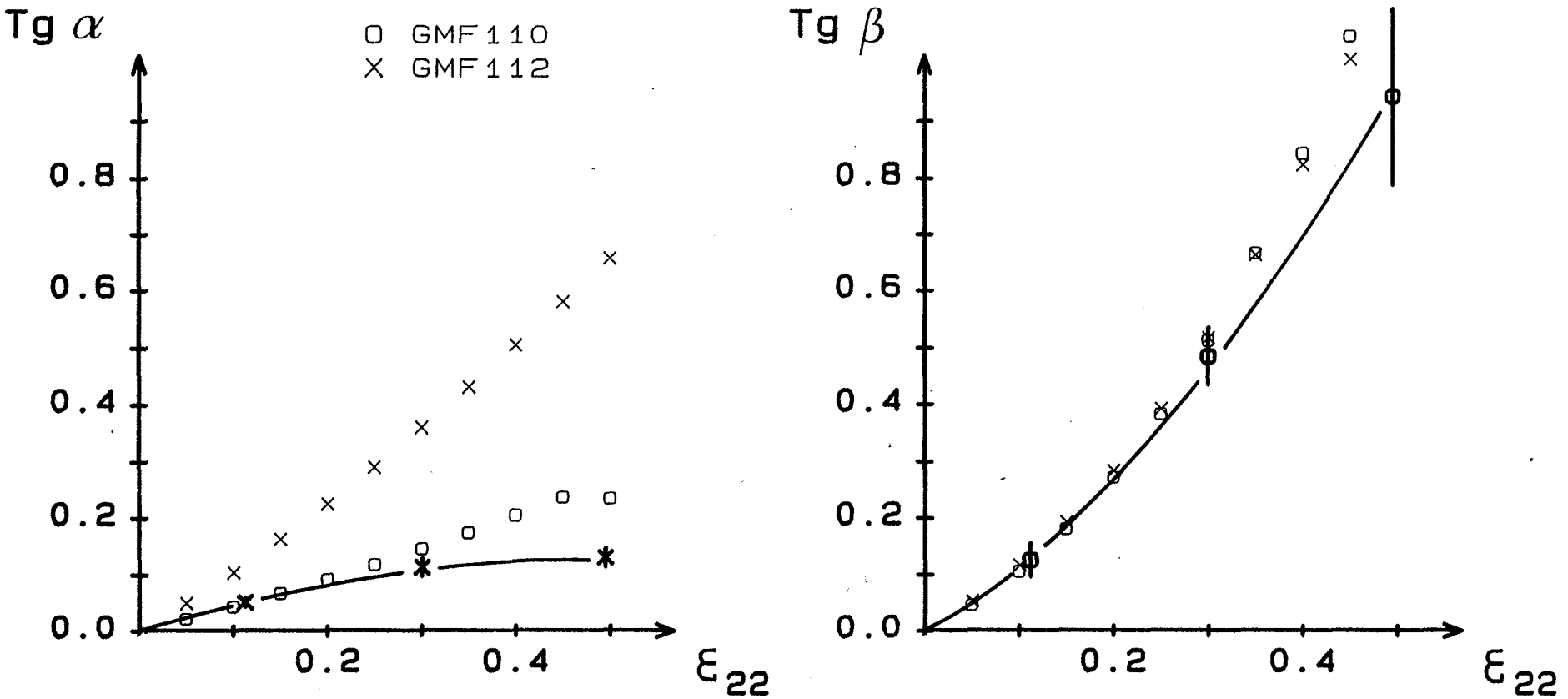


Figure 4.8 Cisaillements ε^{*}_{12} = 1/2 tg α et ε^{*}_{23} = 1/2 tg β mesurés expérimentalement et calculés à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 en fonction de la déformation pour le cristal A2 (Fe - 2,7 % Si) d'orientation initiale (0,48 0,35 0,81)[-0,53 0,85 -0,05].

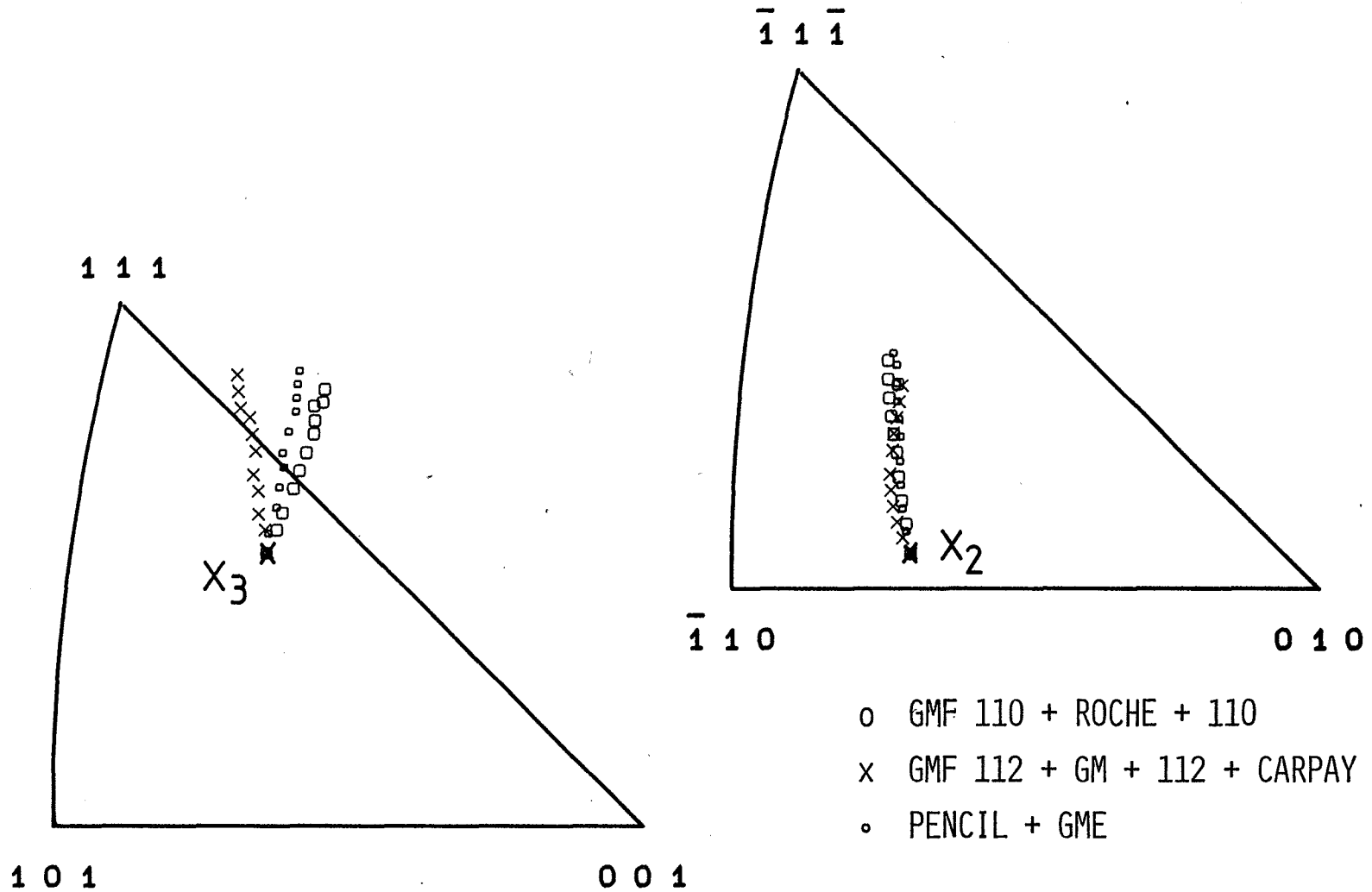


Figure 4.9 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur la rotation des axes X_3 et X_2 en cours de déformation pour le cristal A2.

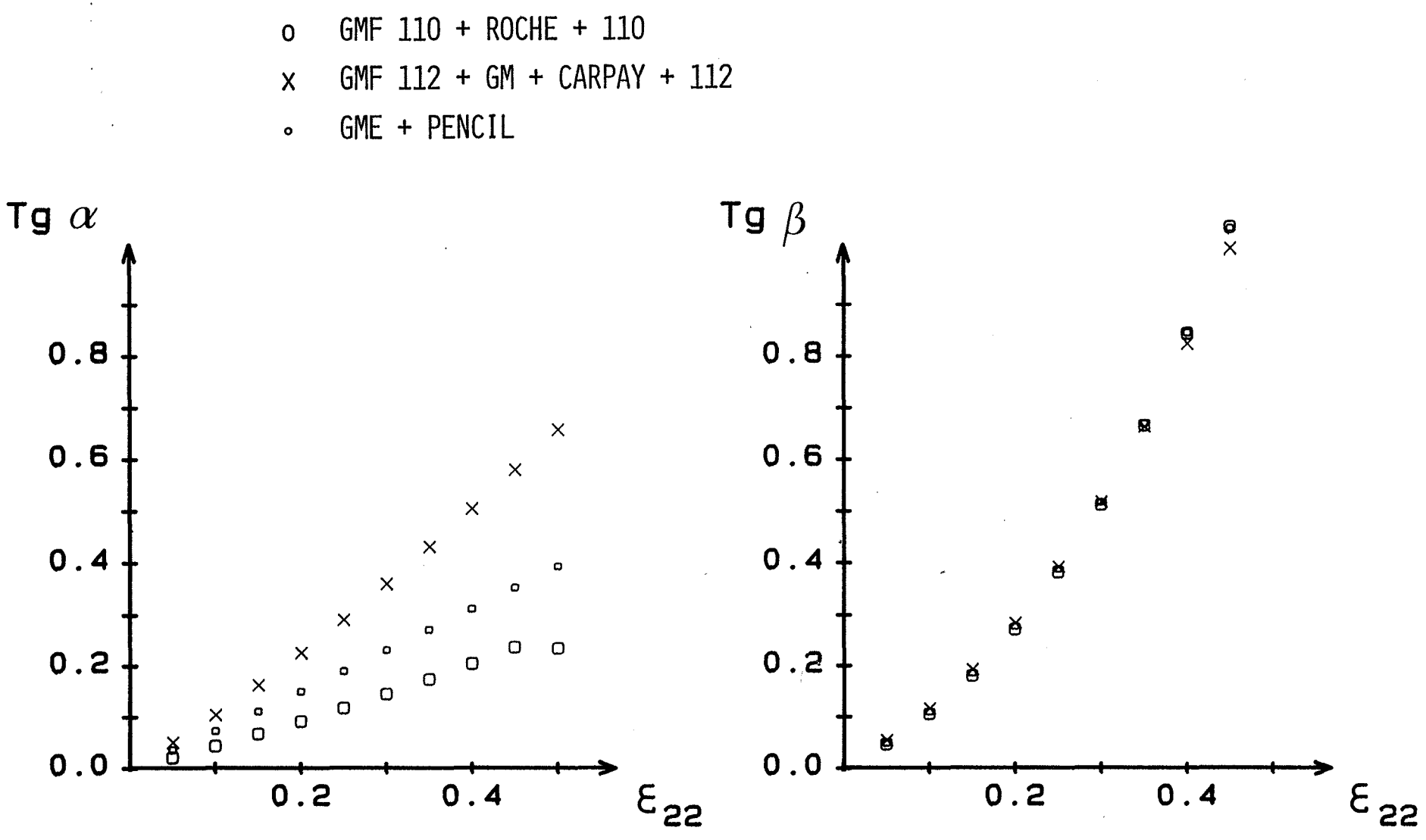


Figure 4.10 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur les cisaillements $\varepsilon^*_{12} = 1/2 \ \mathrm{tg}\,\alpha$ et $\varepsilon^*_{23} = 1/2 \ \mathrm{tg}\,\beta$ en cours de déformation pour le cristal A2.

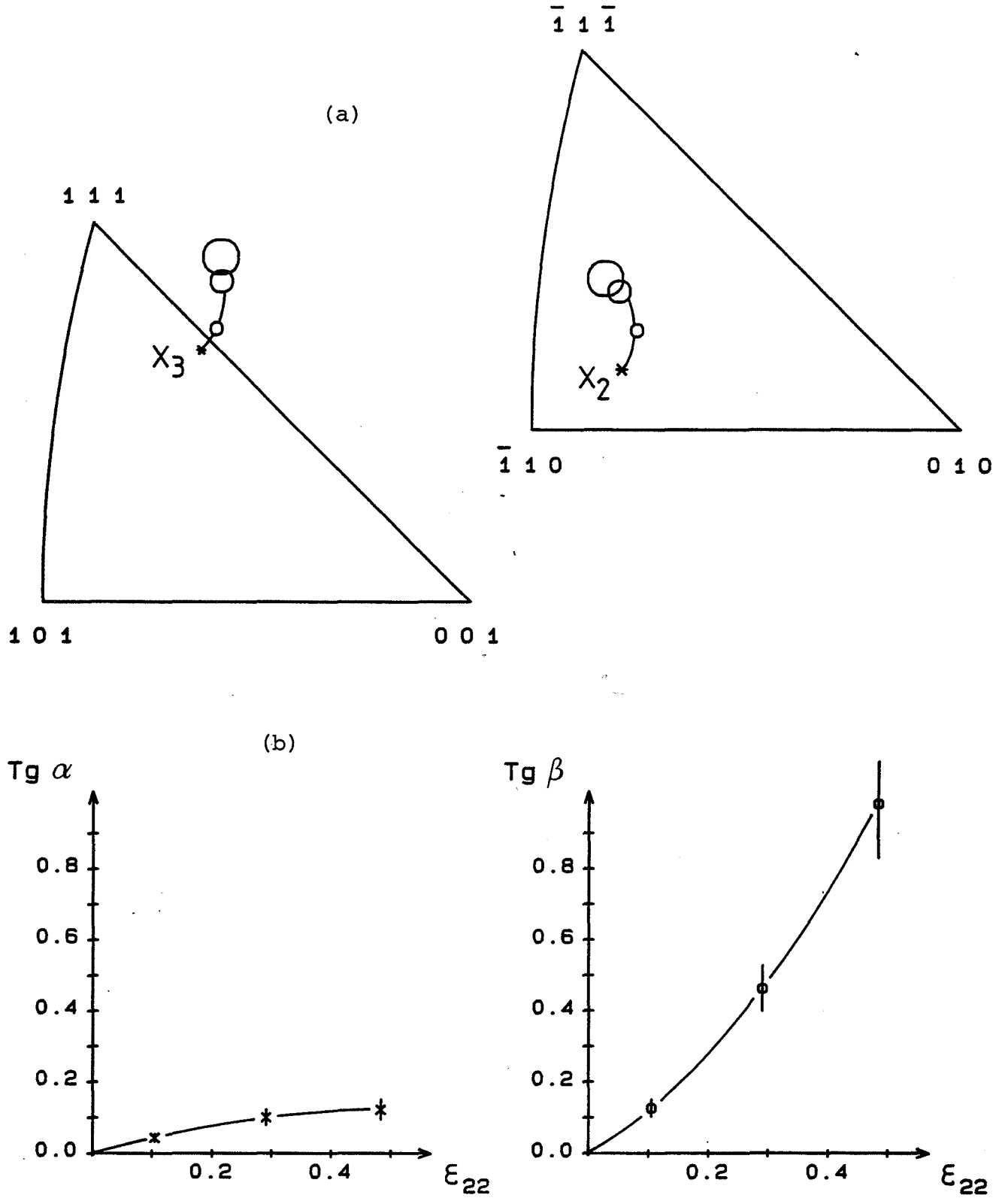


Figure 4.11 Rotation des axes X_3 et X_2 (a) et cisaillements (b) mesurés pour le cristal A3 (Nb) d'orientation initiale (0,46 0,44 077)[-0,59 0,80 -0,11] pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5.

Orientation B

Les cristaux B3 pour Nb (Fig. 4.16) et B2 pour le Fe-2,7 % Si (Fig. 4.12 et 4.13) subissent une forte rotation ≈ 30° autour de l'axe X_1 et présentent comme cisaillements : un ε^*_{12} qui décroit de façon monotone et un ε^*_{23} qui passe par un maximum pour $\varepsilon_{22} \simeq 0.25$. Pour cette orientation B, les prévisions des 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 sont pratiquement identiques et en excellent accord avec l'expérience (Fig. 4.12 et 4.13).

En effet, il faut signaler que quelle que soit l'hypothèse considérée, les prévisions pour les rotations (Fig. 4.14) et pour les cisaillements (Fig. 4.15) sont pratiquement identiques et reflètent bien le comportement plastique de cette orientation cristalline, sauf lorsque le glissement devient beaucoup plus facile sur les systèmes {112}<111> que sur {110}<111> (CARPAY, 112).

Nous déduisons des résultats concernant le cristal B que, lorsqu'il y a très peu d'influence du rapport des cissions critiques, le bon accord entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux confirme la validité du modèle utilisé (modèle de Taylor relaché basé sur la loi de Schmid) ainsi que les conditions aux limites définies pour l'essai de compression plane.

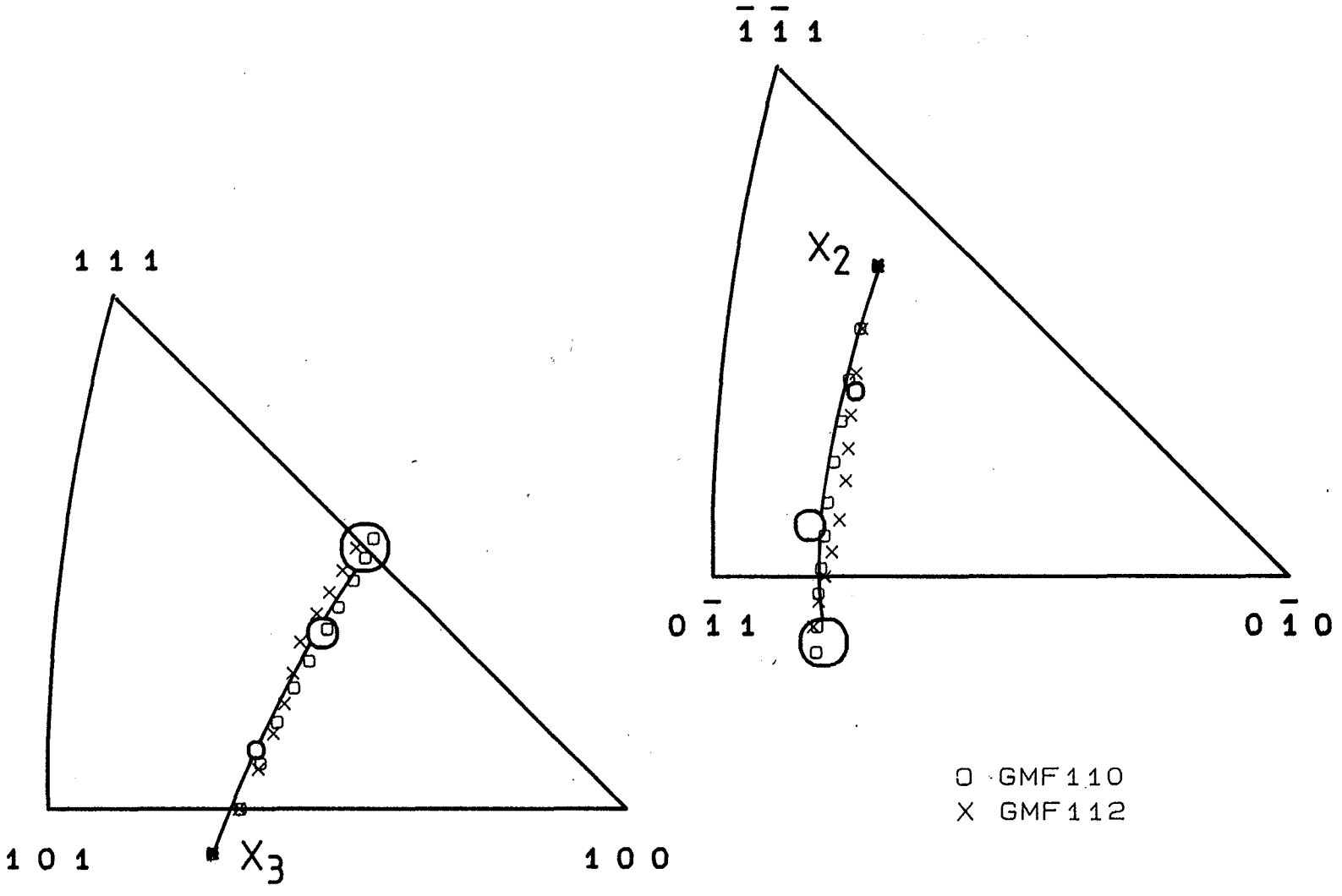


Figure 4.12 Rotation des axes de compression X_3 et d'allongement X_2, mesurée expérimentalement pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5, et calculée à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal B2 (Fe-2,7 % Si) d'orientation initiale (0,84 -0,06 0,54)[-0,39 -0,76 0,52].

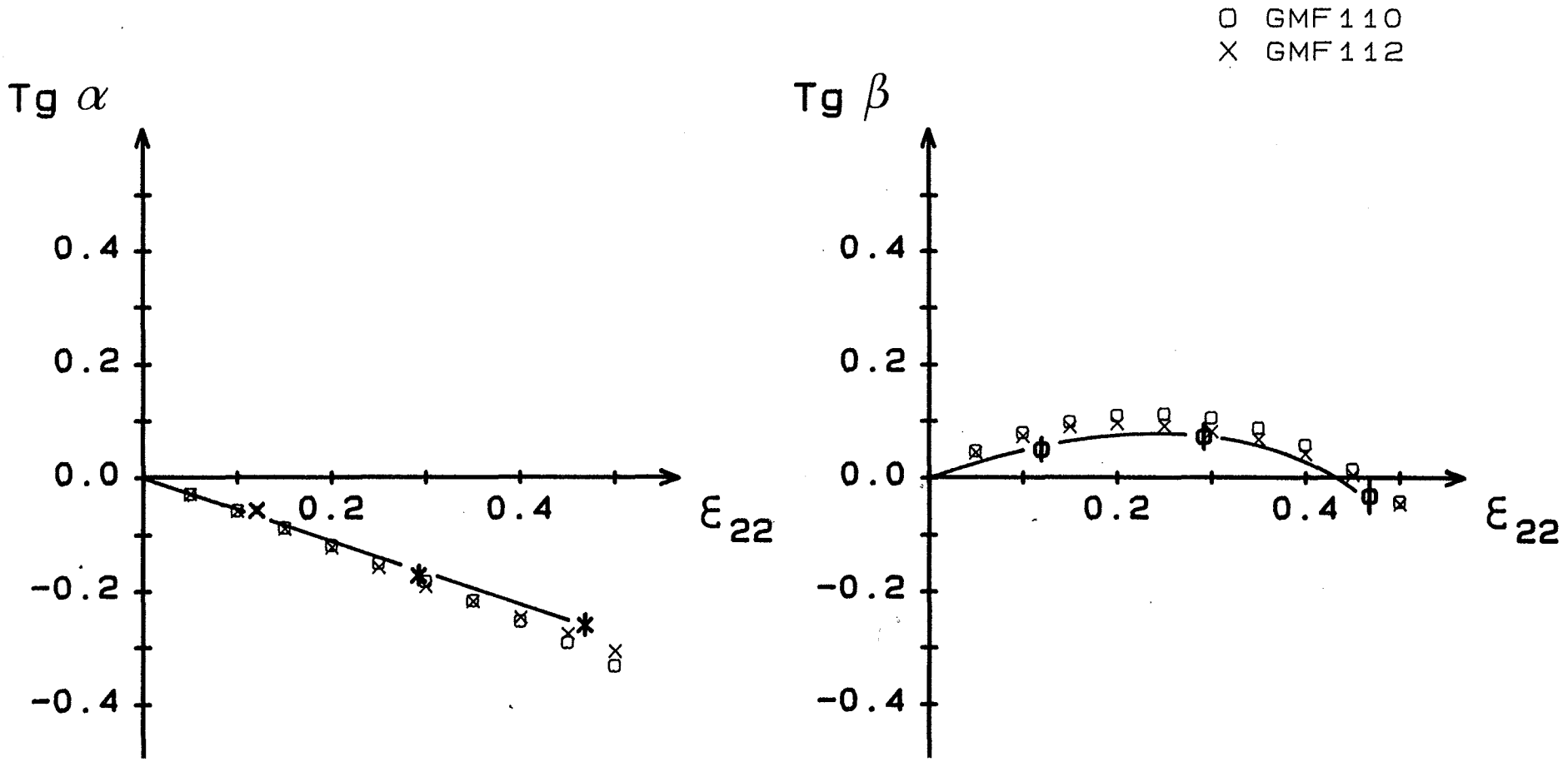


Figure 4.13 Cisaillements $\varepsilon^*_{12} = 1/2 \text{ tg } \alpha$ et $\varepsilon^*_{23} = 1/2 \text{ tg } \beta$ mesurés expérimentalement, et calculés à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 en fonction de la déformation pour le cristal B2 (Fe-2,7 % Si) d'orientation initiale (0,84 -0,06 0,54)[-0,39 -0,76 0,52].

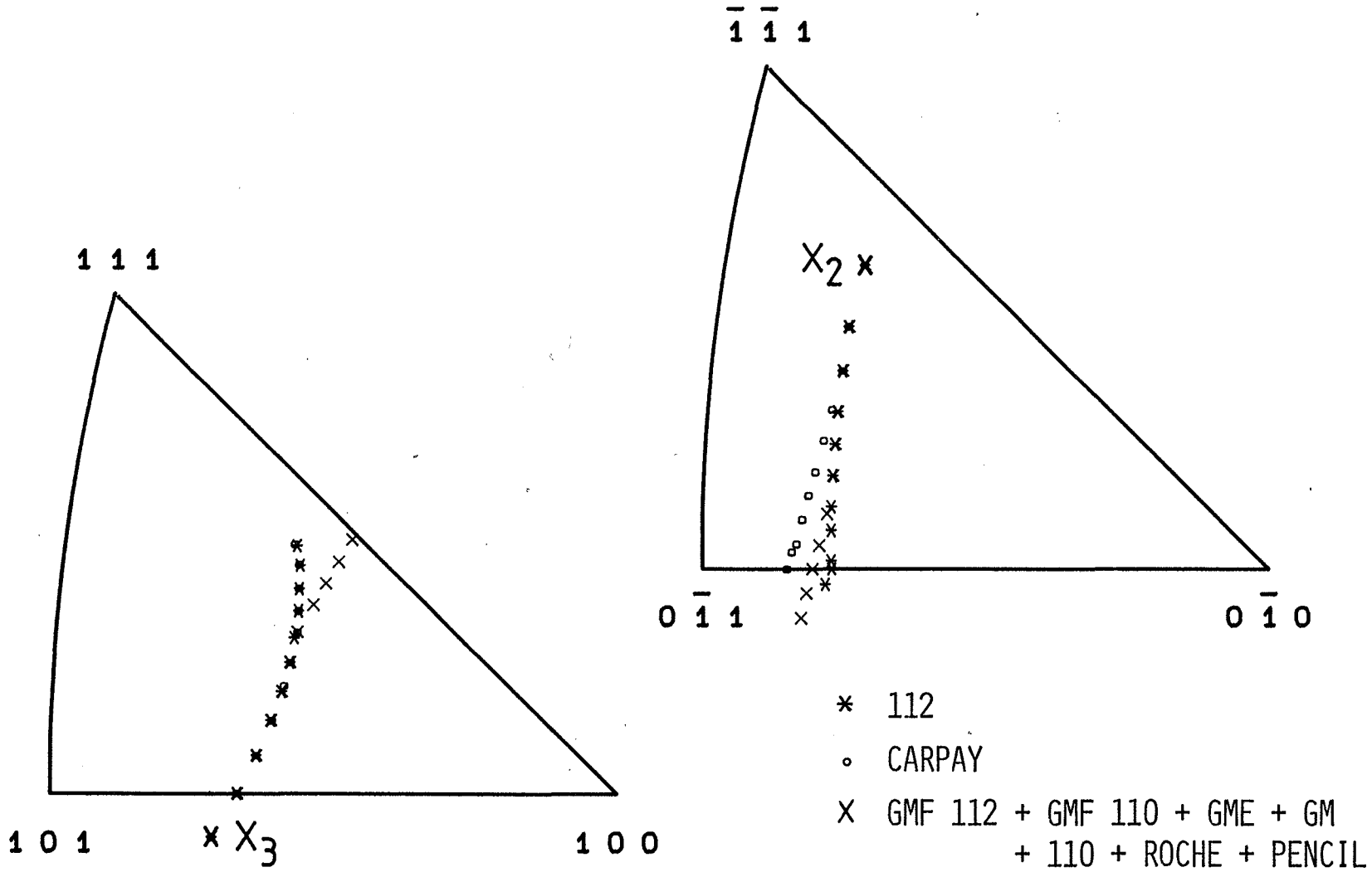


Figure 4.14 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur la rotation des axes X_3 et X_2 en cours de déformation pour le cristal B2.

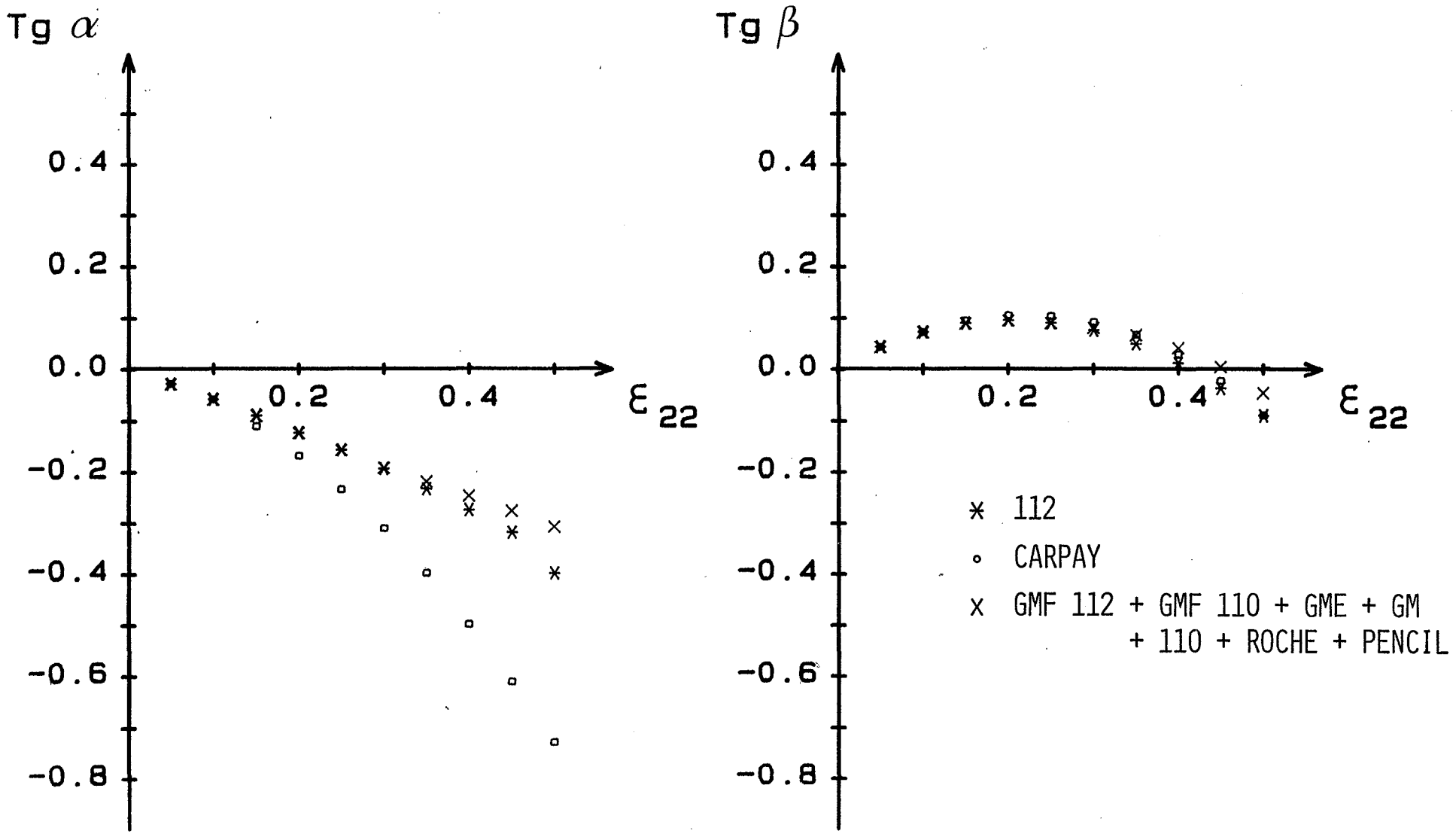


Figure 4.15 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur les cisaillements $\varepsilon^*_{12} = 1/2\ \mathrm{tg}\,\alpha$ et $\varepsilon^*_{23} = 1/2\ \mathrm{tg}\,\beta$ en cours de déformation pour le cristal B2.

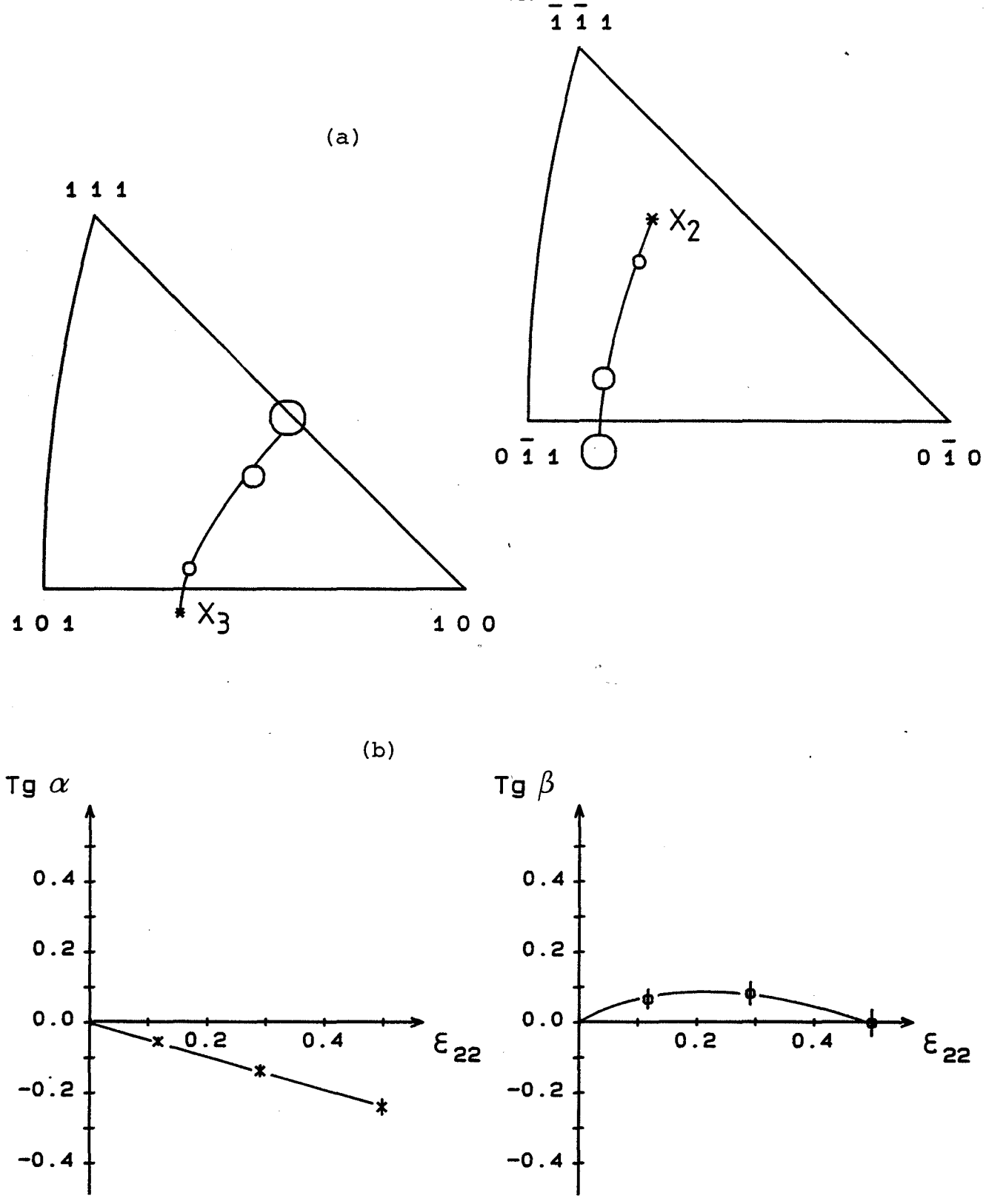


Figure 4.16 Rotation des axes X_3 et X_2 (a) et cisaillements(b) mesurés pour le cristal B3 (Nb) d'orientation initiale (0,85 -0,05 0,52)[-0,36 -0,78 0,52] pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5.

Orientation D

Pour cette orientation, la rotation expérimentale se fait vers (1 1 1)[$\bar{1}$ 1 0]. Celle-ci est correctement prévue par l'hypothèse GMF 112 alors que GMF 110 prévoit une rotation vers (1 1 1)[$\bar{8}$ 5 3] ce qui est totalement faux pour l'axe X_2 (Fig. 4.17).

De même, l'examen des cisaillements (Fig. 4.18) qui sont expérimentalement un ε^*_{12} très légèrement positif et un ε^*_{23} positif, révèle à nouveau que seule GMF 112 rend compte du comportement réel. L'hypothèse GMF 110 ne donne même pas le signe correct pour ces cisaillements puisqu'elle prévoit un ε^*_{12} négatif et un ε^*_{23} fortement négatif après un ε_{22} de 0.25.

Lorsque nous détaillons les prévisions de toutes les hypothèses, nous constatons que la rotation de l'axe de compression X_3 vers (1 1 1) est bien prévue dans tous les cas, alors que celle de l'axe d'allongement X_2 est sensible à ξ (Fig. 4.19). En effet, les hypothèses favorisant le glissement sur {110}<111> (GMF 110 + ROCHE + 110) prévoient une rotation de X_2 vers le centre du triangle stéréographique, alors que seules les hypothèses favorisant le glissement sur {112}<111>(GMF 112 + GME + GM + CARPAY + 112) la prévoient correctement vers [$\bar{1}$ 1 0]. Cette constatation s'applique également au niveau des cisaillements pour lesquels seules les hypothèses (GMF 112 + GM + GME) donnent des prévisions en accord avec les mesures (Fig. 4.20). Par contre, lorsque le glissement sur {112}<111>devient beaucoup plus facile que sur {110}<111>(CARPAY + 112) bien que les prévisions des rotations n'en soient pas affectées, les cisaillements calculés s'écartent des valeurs mesurées. Notons également que l'introduction des systèmes {123}<111>dans l'hypothèse PENCIL a un effet néfaste à la fois sur les prévisions de la rotation de X_2 et des 2 cisaillements. En conclusion, seules les hypothèses d'un glissement mixte plus facile sur les systèmes {112}<111> que sur {110}<111> telles que GMF 112, GM et GME rendent compte du comportement plastique observé pour cette orientation.

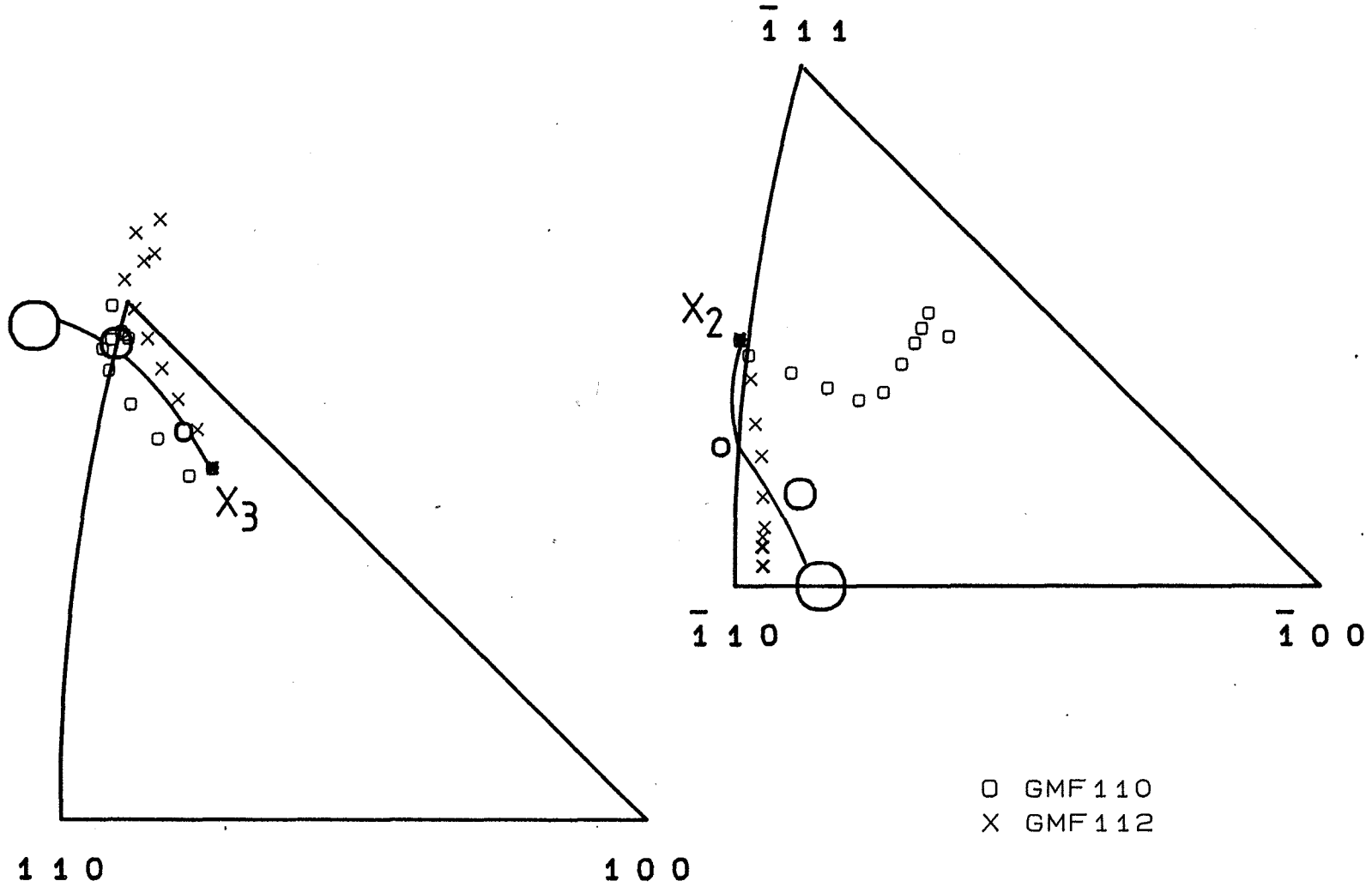


Figure 4.17 Rotation des axes de compression X_3 et d'allongement X_2, mesurée expérimentalement pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5, et calculée à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal D2 (Fe-2,7 % Si) d'orientation initiale (0,73 0,53 0,43)[-0,67 0,68 0,30].

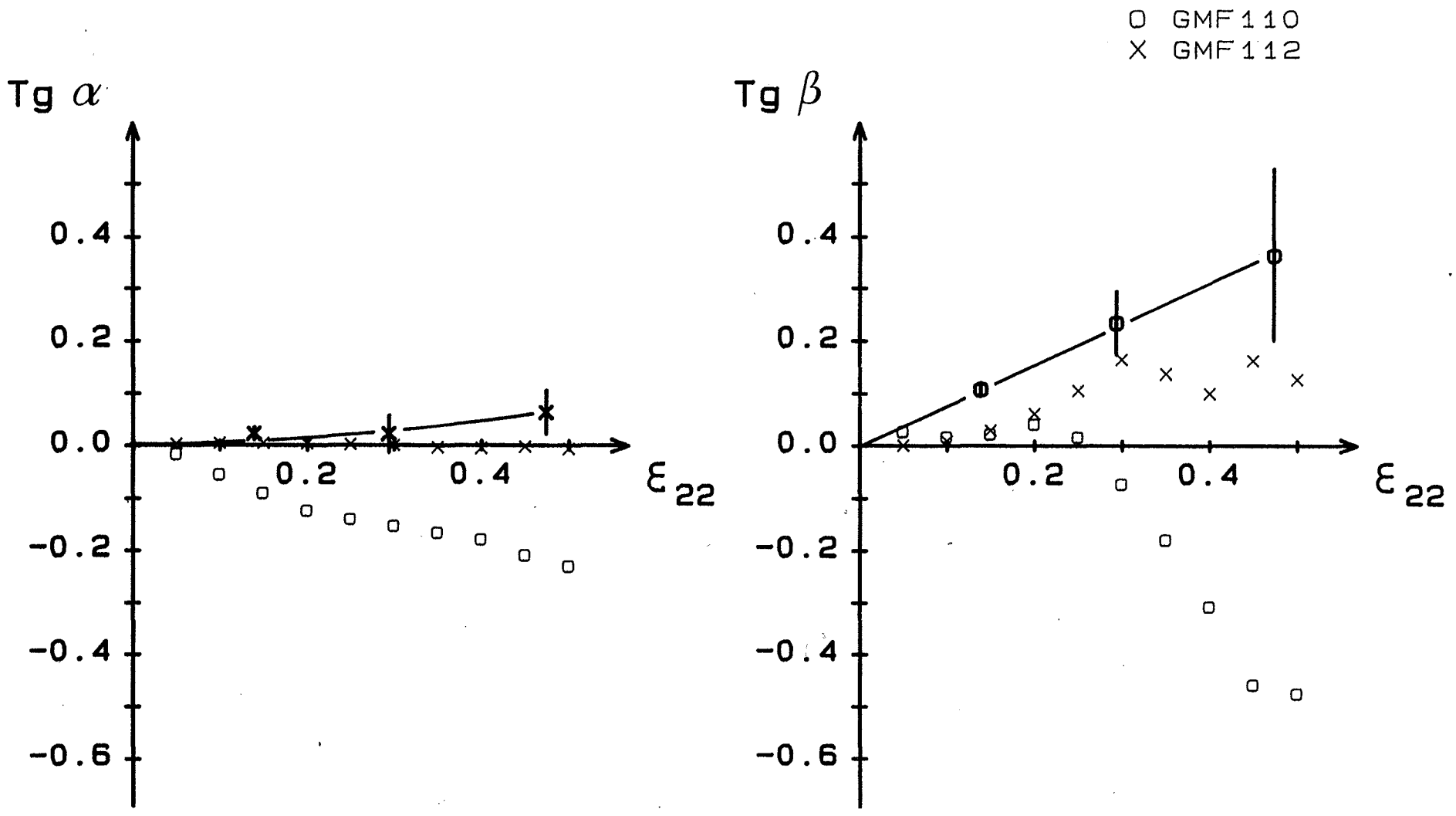


Figure 4.18 Cisaillements ε^*_{12} = 1/2 tg α et ε^*_{23} = 1/2 tg β mesurés expérimentalement, et calculés à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 en fonction de la déformation pour le cristal D2 (Fe-2,7 % Si) d'orientation initiale (0,73 0,53 0,43)[-0,67 0,68 0,30].

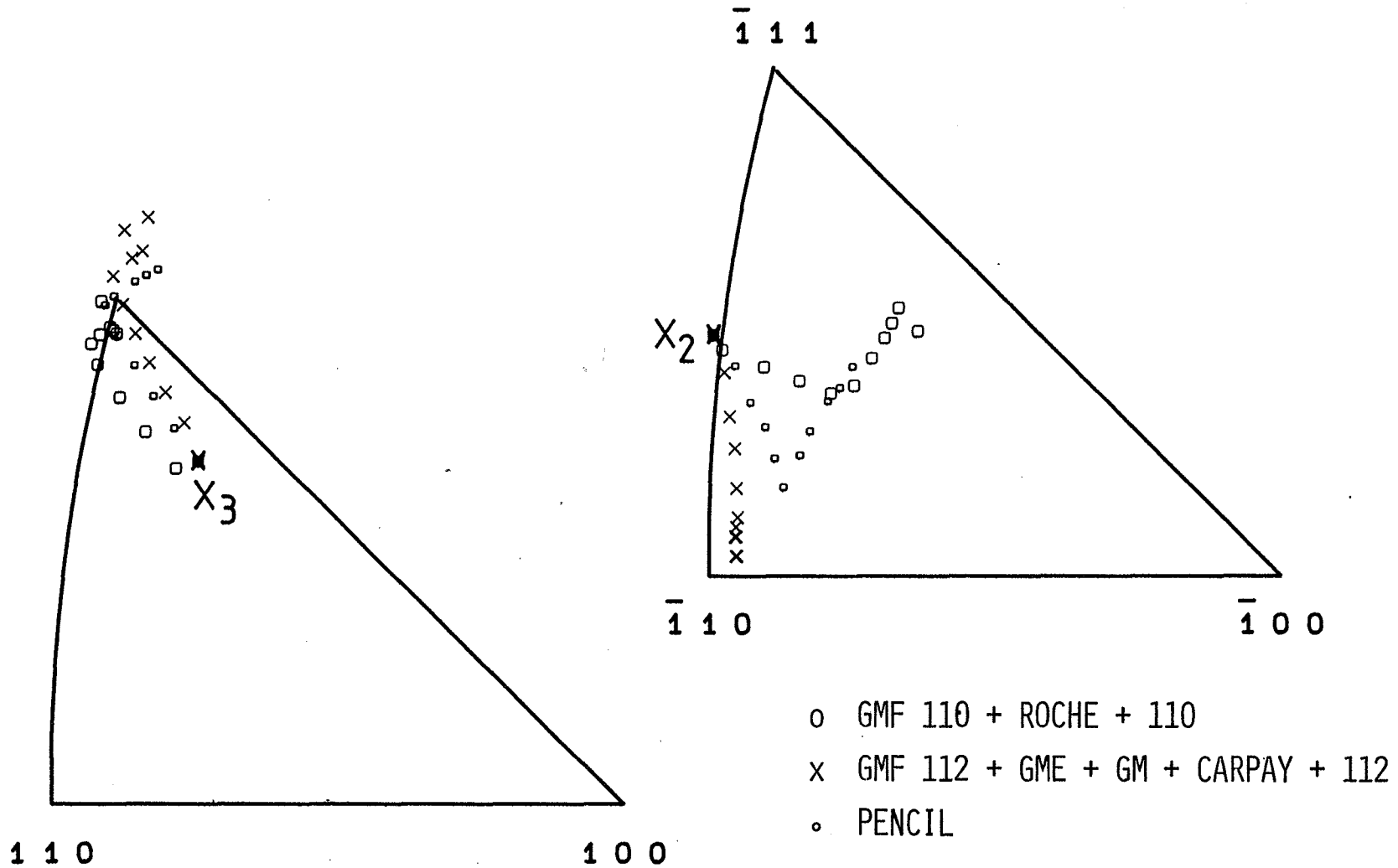


Figure 4.19 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur la rotation des axes X_3 et X_2 en cours de déformation pour le cristal D2.

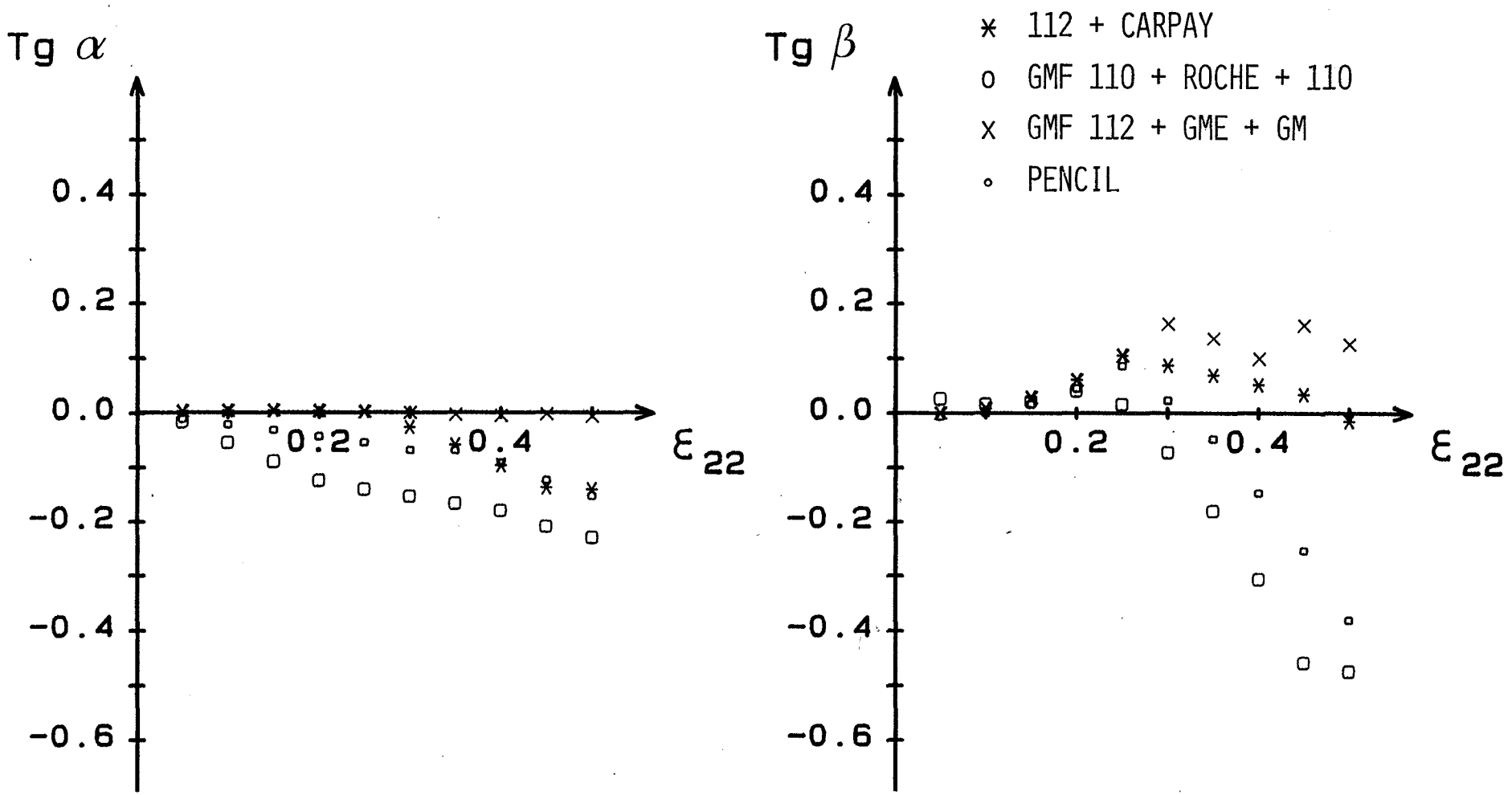


Figure 4.20 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur les cisaillements $\varepsilon^*_{12} = 1/2 \text{ tg } \alpha$ et $\varepsilon^*_{23} = 1/2 \text{ tg} \beta$ en cours de déformation pour le cristal D2.

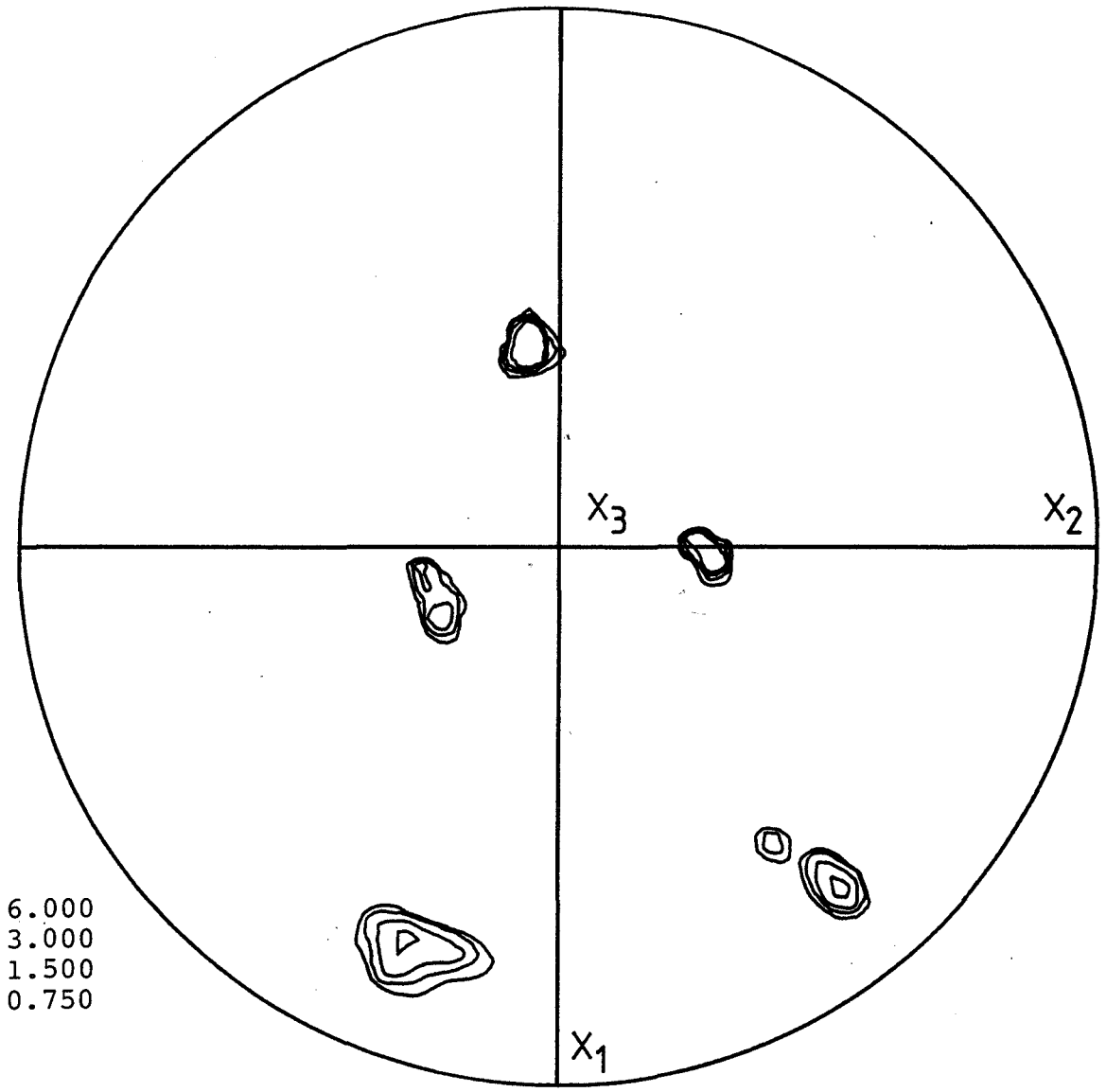


Figure 4.21 Figure de pôles {110} du monocristal E2 (Fe - 2,7 % Si) d'orientation (0,50 0,71 0,50)[-0,76 0,10 0,63] déformé à ε_{22} = 0.29.

Orientation E

Ces cristaux présentent une tendance à l'hétérogénéité, principalement au niveau de la déformation des grilles de référence. Mais les figures de pôles ne présentant pas un élargissement excessif des pics de diffraction (Fig. 4.21), nous considérons la déformation de cette orientation comme quasi-homogène.

Comme le montre la figure 4.22, les axes X_3 et X_2 tournent modérément vers (5 7 5)[$\bar{1}$ 0 1] ce qui est à nouveau correctement décrit par GMF 112. Quant à l'hypothèse GMF 110, elle prévoit également la rotation de X_3 de façon correcte, mais suppose que l'axe X_2 se déplace vers le centre du triangle stéréographique au lieu de vers [$\bar{1}$ 0 1] (cf. l'orientation D).

Les cisaillements expérimentaux : ε^*_{12} négatif et ε^*_{23} pratiquement nul, sont obtenus en signe et en amplitude par l'hypothèse GMF 112, alors que GMF 110 prévoit le signe contraire pour ε^*_{12} et une amplitude beaucoup trop forte pour ε^*_{23} (Fig. 4.23).

Lorsque nous examinons les différentes hypothèses, nous constatons que, pour la rotation cristalline (Fig. 4.24), les prévisions sont meilleures lorsque le glissement sur {112}<111> est plus facile que sur {110}<111>(GMF 112 + CARPAY + 112). Nous arrivons aux mêmes conclusions en ce qui concerne les cisaillements (Fig. 4.25), si ce n'est qu'il ne faut pas trop favoriser le glissement sur {112}<111> comme dans les hypothèses CARPAY + 112 afin de conserver un bon accord entre les mesures et les prévisions. En conclusion, seule l'hypothèse GMF 112 prévoit correctement le comportement plastique de cette orientation.

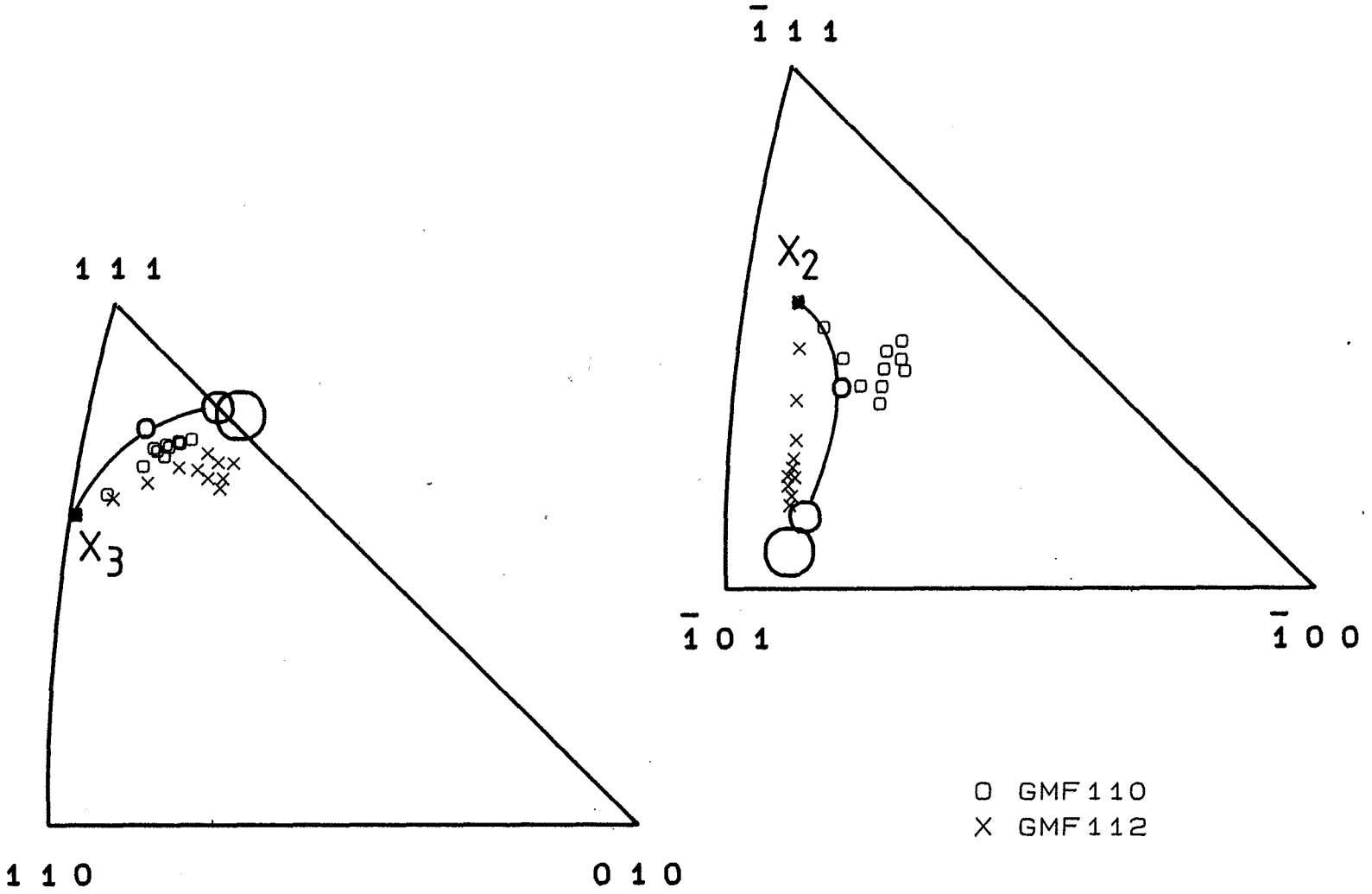


Figure 4.22 Rotation des axes de compression X_3 et d'allongement X_2, mesurée expérimentalement pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5, et calculée à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal E2 (Fe - 2,7 % Si) d'orientation initiale (0,65 0,66 0,37) [-0,71 0,35 0,61].

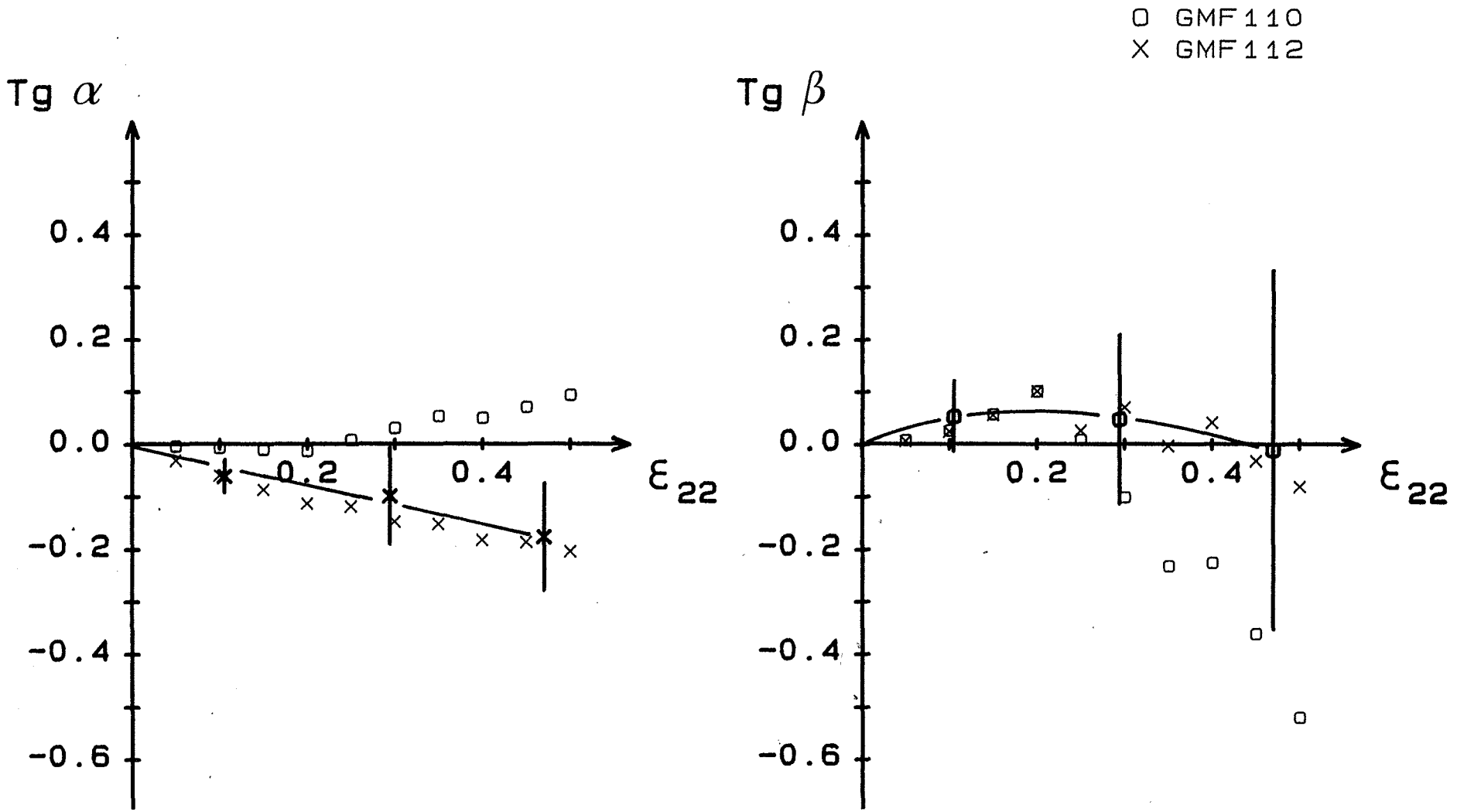


Figure 4.23 Cisaillements $\varepsilon^*_{12} = 1/2\ \mathrm{tg}\,\alpha$ et $\varepsilon^*_{23} = 1/2\ \mathrm{tg}\,\beta$ mesurés expérimentalement, et calculés à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 en fonction de la déformation pour le cristal E2 (Fe-2,7 % Si) d'orientation initiale (0,65 0,66 0,37)[-0,71 0,35 0,61].

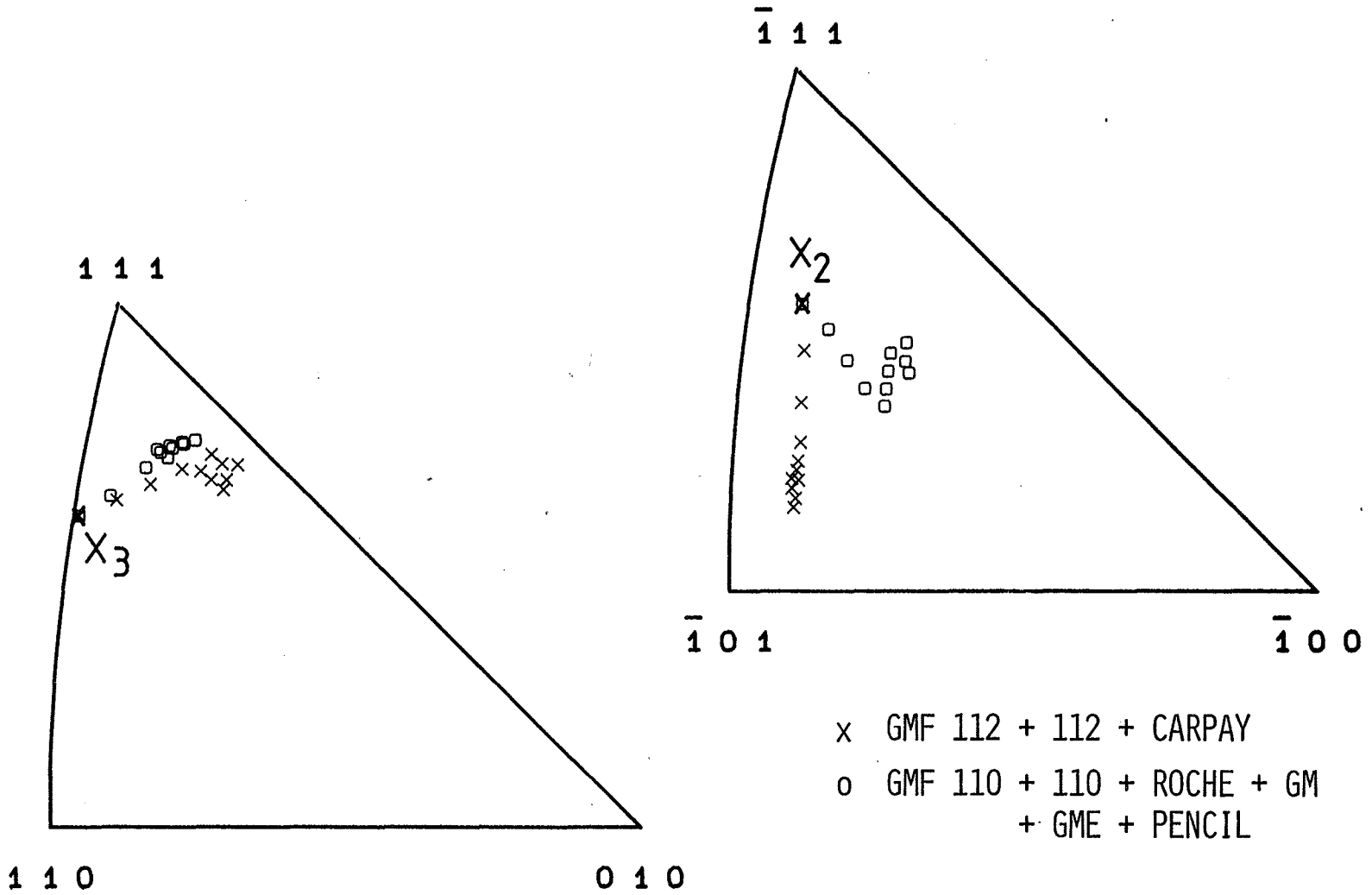


Figure 4.24 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur la rotation des axes X_3 et X_2 en cours de déformation pour le cristal E2.

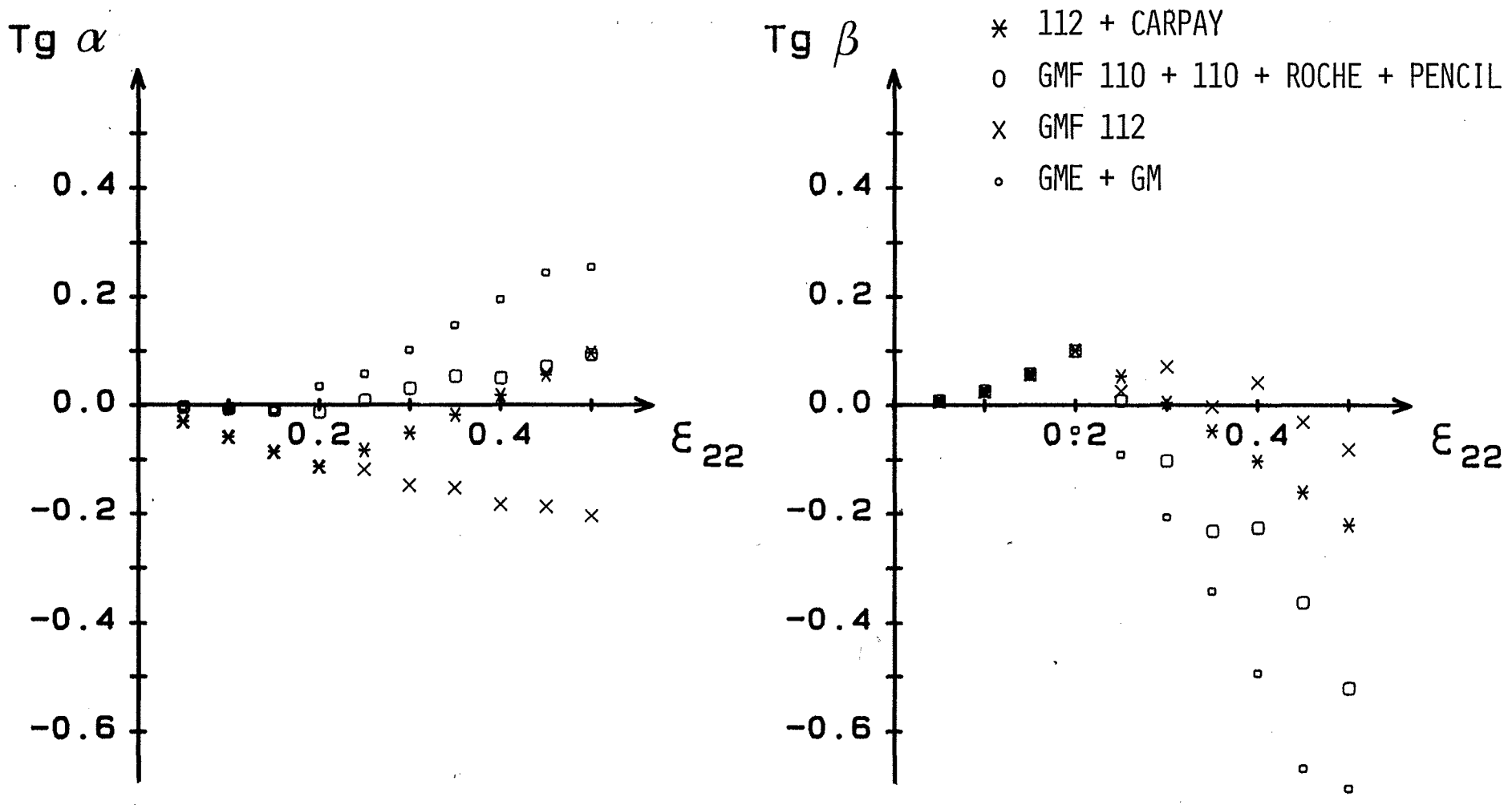


Figure 4.25 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur les cisaillements $\varepsilon^*_{12} = 1/2\ \mathrm{tg}\,\alpha$ et $\varepsilon^*_{23} = 1/2\ \mathrm{tg}\,\beta$ en cours de déformation pour le cristal E2.

Orientation F

Pour cette orientation, les échantillons F2 (Fe-2,7 % Si) et F3 (Nb) présentés respectivement aux figures 4.26 et 4.30, tournent de façon similaire vers (0 1 0)[$\bar{2}$ 0 $\bar{1}$]. Si la rotation de l'axe X_2 est aussi bien décrite par GMF 110 que par GMF 112, les prévisions pour celle de l'axe X_3 dévient un peu de (0 1 0) aux grandes déformations (Fig. 4.26).

De même, aucune différence significative n'est observée au niveau des cisaillements en fonction du matériau. A la fois le Fe-2,7 % Si (Fig. 4.27) et le Nb (Fig. 4.30) produisent pour cette orientation, un cisaillement ε^*_{12} positif et ε^*_{23} négatif, tous 2 correctement décrits par les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112.

Comme pour l'orientation B, nous constatons que les prévisions sont pratiquement insensibles au choix des cissions critiques sur les systèmes de glissement. De ce fait, quelle que soit la valeur du rapport ξ , nous obtenons un bon accord théorie - expérience, tant au niveau des rotations cristallines (Fig. 4.28) que des cisaillements (Fig. 4.29), sauf peut-être dans le cas extrême d'un glissement restreint aux seuls systèmes {112}< 111>

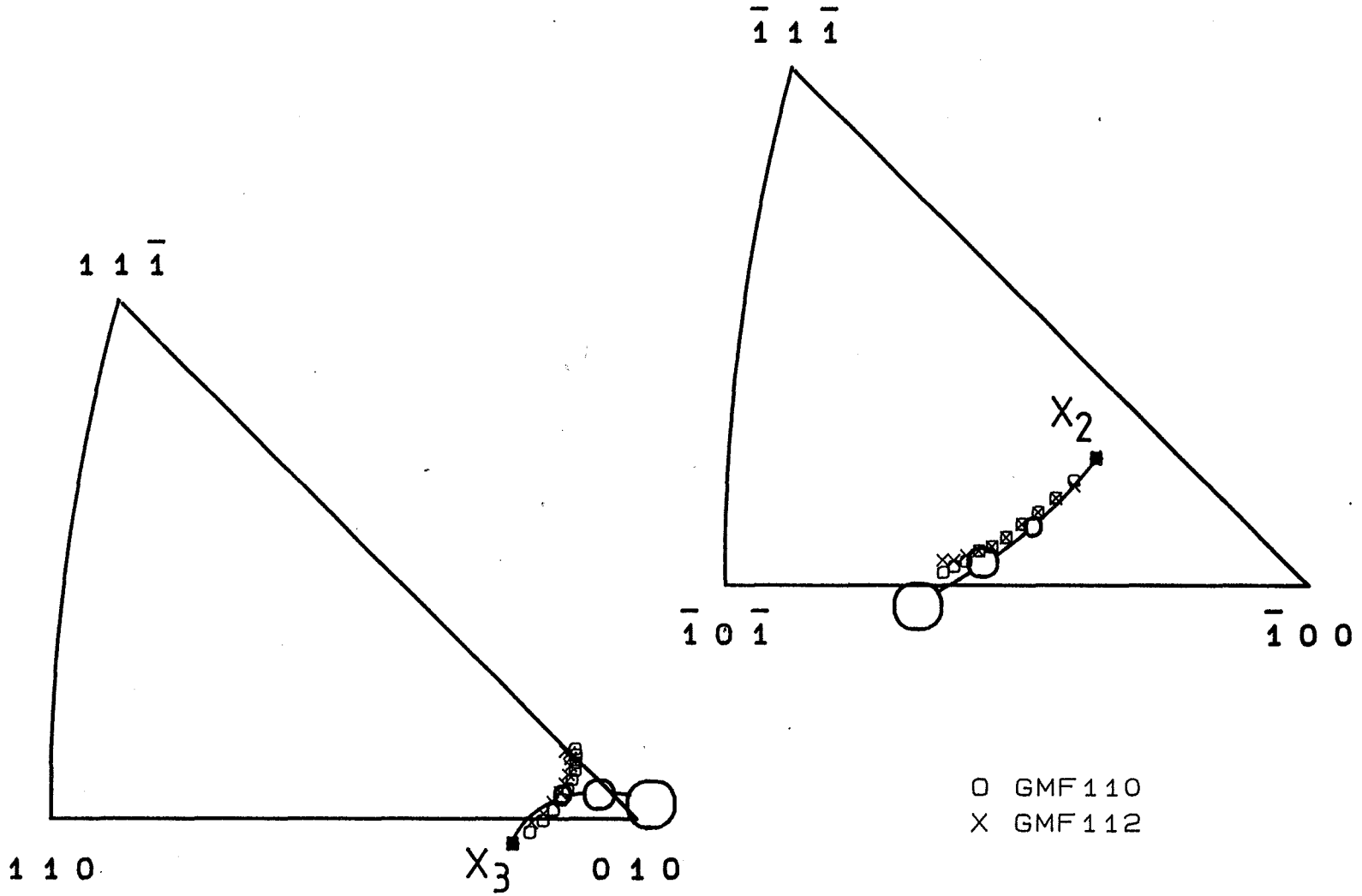


Figure 4.26 Rotation des axes de compression X_3 et d'allongement X_2, mesurée expérimentalement pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5, et calculée à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal F2 (Fe-2,7 % Si) d'orientation initiale (0,17 0,98 0,04)[-0,94 0,18 -0,29].

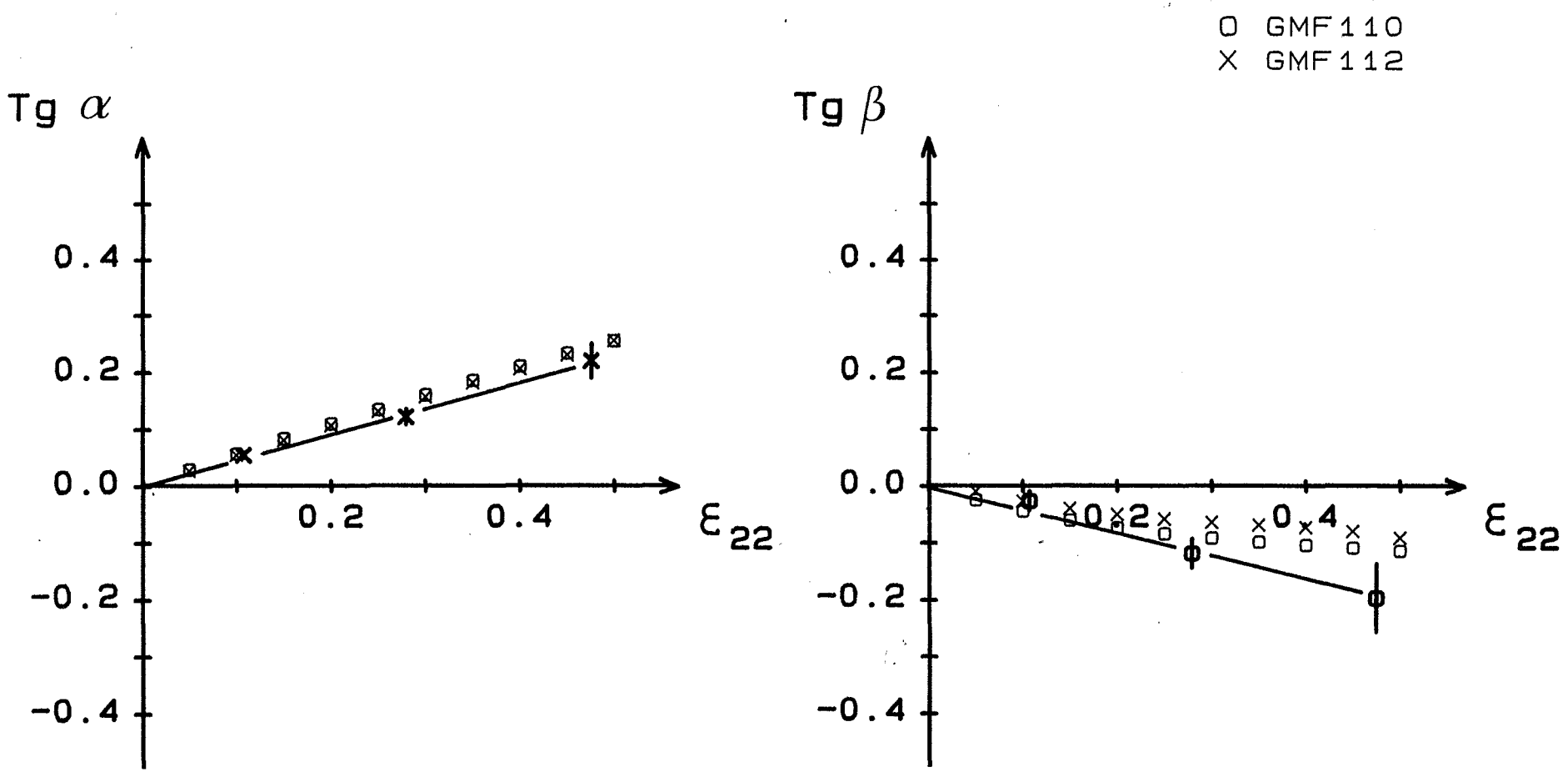


Figure 4.27 Cisaillements ε^*_{12} = 1/2 tg α et ε^*_{23} = 1/2 tg β mesurés expérimentalement, et calculés à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 en fonction de la déformation pour le cristal F2 (Fe-2,7 % Si) d'orientation initiale (0,17 0,98 0,04)[0,94 0,18 -0,29].

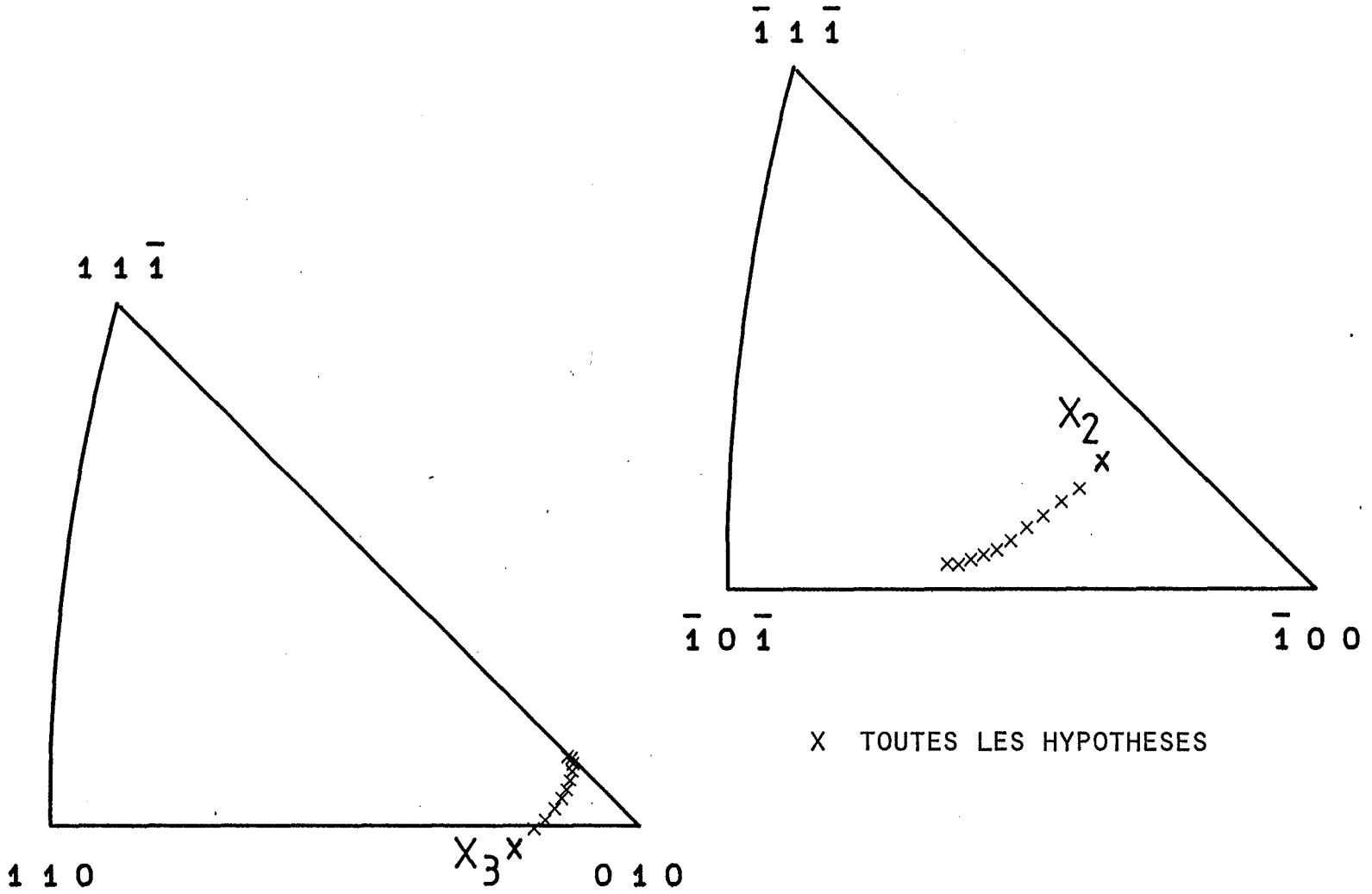


Figure 4.28 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur la rotation des axes X_3 et X_2 en cours de déformation pour le cristal F2.

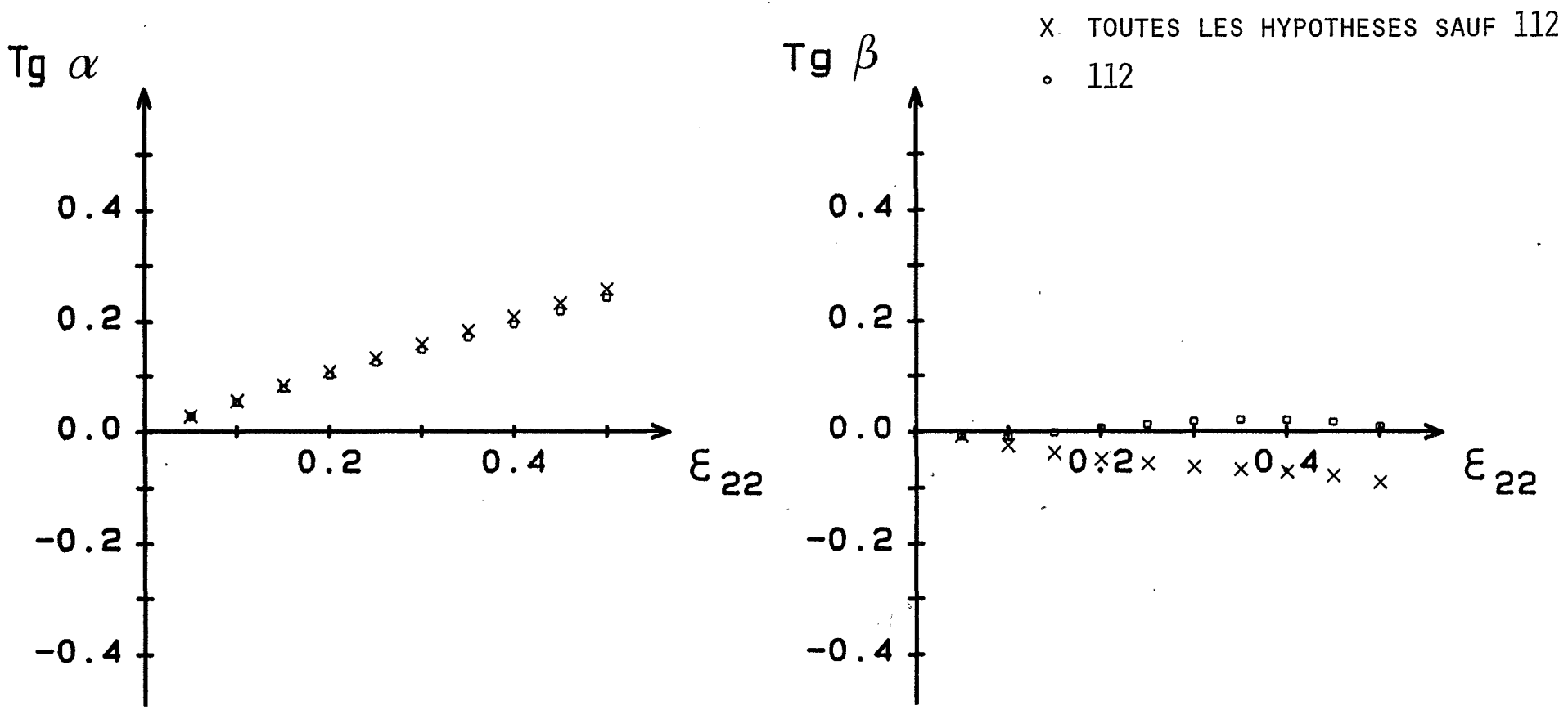


Figure 4.29 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques (Tableau 4.5) sur les cisaillements $\varepsilon^*_{12} = 1/2 \text{ tg } \alpha$ et $\varepsilon^*_{23} = 1/2 \text{ tg } \beta$ en cours de déformation pour le cristal F2.

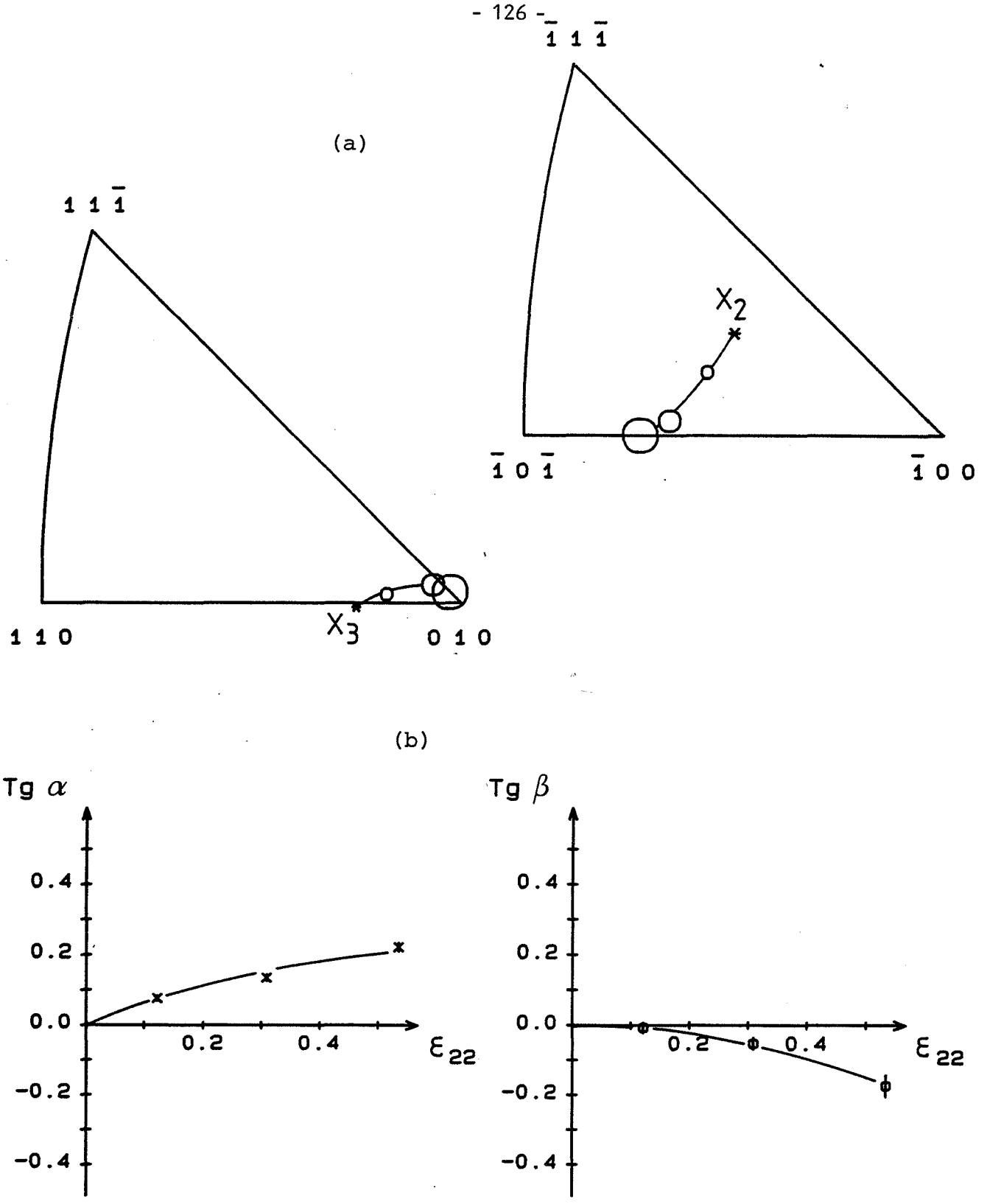


Figure 4.30 Rotation des axes X_3 et X_2 (a) et cisaillements (b) mesurés pour le cristal F3 (Nb) d'orientation initiale (0,20 0,98 0,01)[-0,90 0,19 -0,39] pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5.

Orientation I

Nous avons choisi de tester cette orientation suite aux travaux de Vandermeer, Vold, Iman et Rath (1987) sur les textures de laminage de monocristaux de niobium. Ces auteurs ont montré qu'un cristal d'orientation (1 1 1)[$\bar{2}$ 1 1] laminé à froid se décompose en un quasi-bicristal dont la partie inférieure conserve l'orientation initiale et dont la partie supérieure évolue par une rotation autour de l'axe transverse vers l'orientation Goss (0 1 1)[$\bar{1}$ 0 0] après 50 % de réduction. Pour des taux de déformation plus importants, l'orientation (1 1 1)[$\bar{2}$ 1 1] reste stable, alors que l'orientation Goss continue à évoluer et se scinde après 87 % de réduction en une forte composante (8 8 11)[$\overline{11}$ 4 4] et une composante (8 8 11)[11 $\bar{4}$ $\bar{4}$] plus faible, reliées entre elles par un pont d'orientations centré sur (0 1 1)[$\bar{1}$ 0 0].

Cependant, nous n'avons pas constaté de décomposition ni d'hétérogénéité de déformation pour cette orientation testée en compression plane. En effet, lors de cet essai, le cristal I conserve pratiquement la même orientation (1 1 1)[$\bar{2}$ 1 1] en cours de déformation (Fig. 4.31) et présente un cisaillement ε^*_{12} légèrement positif et un cisaillement ε^*_{23} négatif très important (Fig. 4.32). La différence du comportement plastique de cette orientation en laminage et en compression plane doit provenir des différences des conditions aux limites pour ces 2 modes de déformation, notamment au niveau des forces de frottement, beaucoup plus élevée dans le cas du laminage.

En outre, les prévisions issues des 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 rendent effectivement compte de l'absence de rotation des axes X_3 et X_2 ainsi que d'un cisaillement ε^*_{12} quasi-nul et d'un ε^*_{23} fortement négatif (Fig. 4.31 et 32). Cependant, l'amplitude du cisaillement ε^*_{23} prévue par GMF 110 est plus proche de la valeur mesurée que celle issue de GMF 112.

En fait, nous constatons que, quelles que soient les hypothèses sur les systèmes de glissement, cette orientation (1 1 1)[$\bar{2}$ 1 1] est stable et ne présente pas de cisaillement ε^*_{12}. Seul le cisaillement ε^*_{23} est sensible à ξ et est d'autant plus fort que le glissement sur les systèmes {112}<111> est plus facile que sur les {110}<111>. Il semble donc que le comportement plastique de ce cristal I corresponde mieux à l'hypothèse d'un glissement plus facile sur les systèmes {110}<111>.

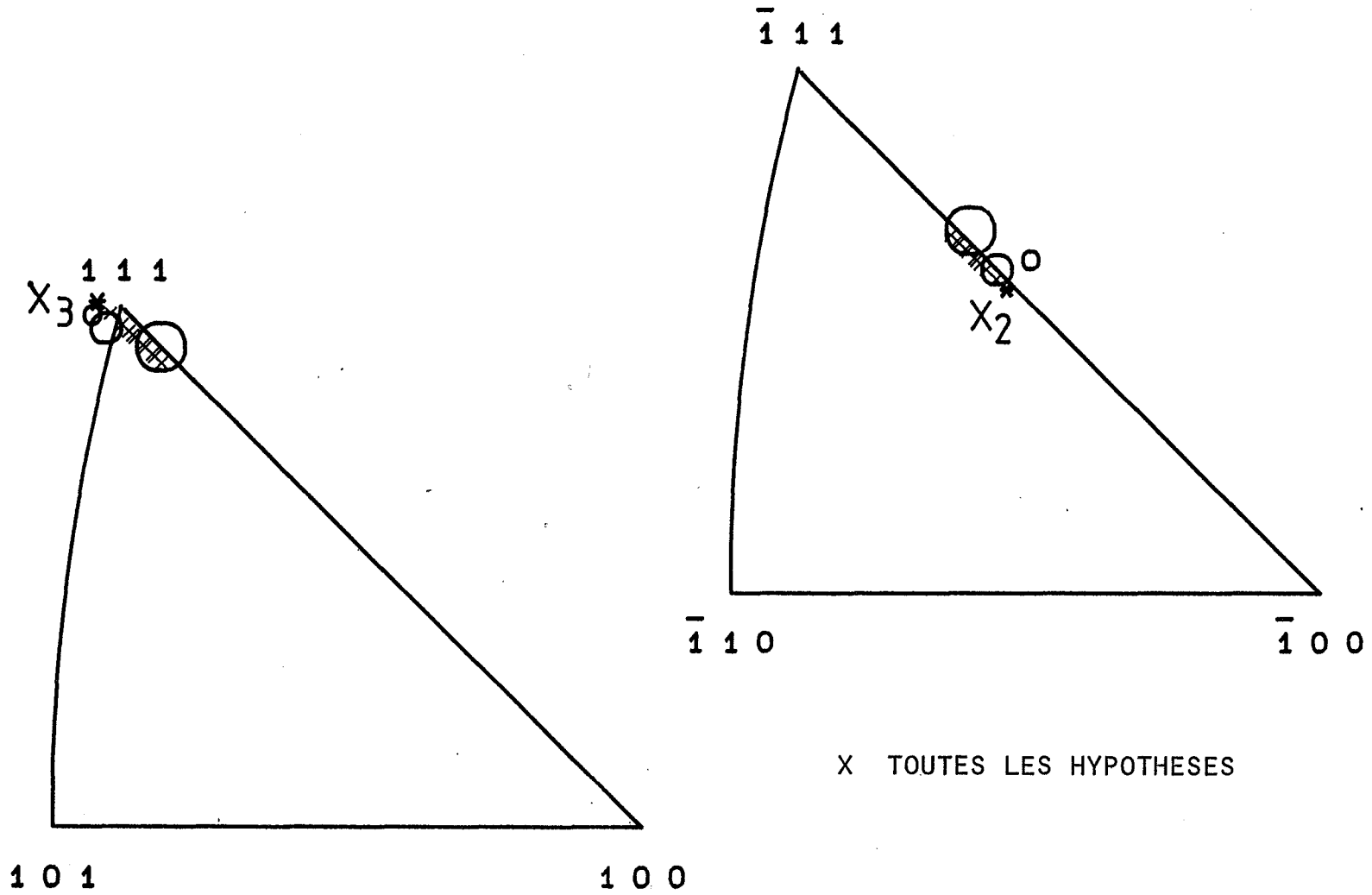


Figure 4.31 Rotation des axes de compression X_3 et d'allongement X_2, mesurée expérimentalement pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5, et calculée à partir des différentes hypothèses (Tableau 4.5) pour le cristal I (Nb) d'orientation initiale (0,56 0,59 0,59)[-0,83 0,40 0,40].

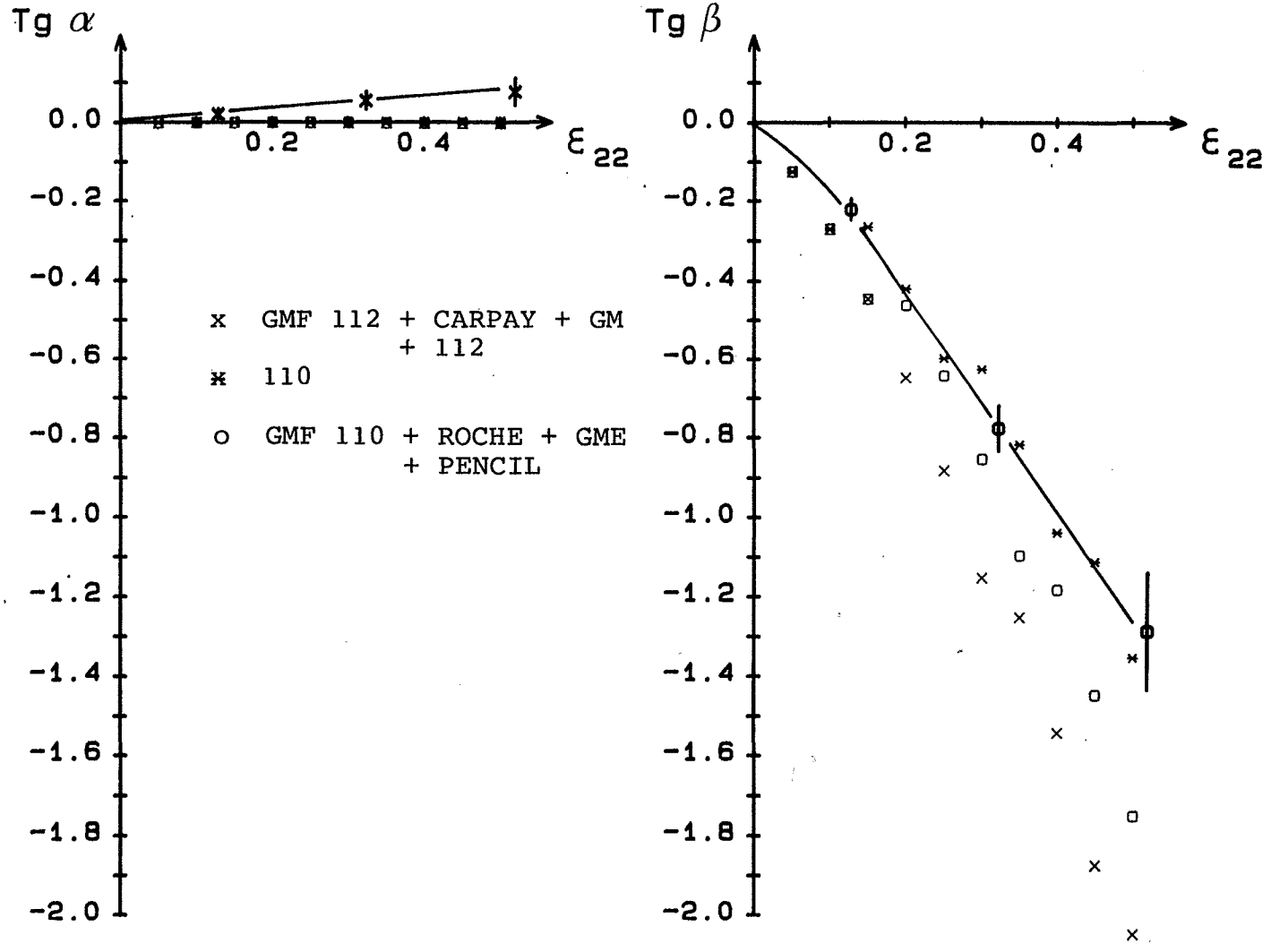


Figure 4.32 Cisaillements $\varepsilon^*_{12} = 1/2 \text{ tg } \alpha$ et $\varepsilon^*_{23} = 1/2 \text{ tg } \beta$ mesurés expérimentalement, et calculés à partir des différentes hypothèses (Tableau 4.5), en fonction de la déformation pour le cristal I (Nb) d'orientation initiale (0,56 0,59 0,59)[-0,83 0,40 0,40].

En conclusion, il est clair que les mesures des rotations du réseau cristallin pour certaines orientations monocristallines soumises à de grandes déformations, constituent une technique sensible pour évaluer la facilité relative du glissement sur les différents systèmes possibles. En effet, si pour les orientations B, F et I, les rotations prévues par toutes les hypothèses raisonnables sur ξ sont en bon accord avec l'expérience ; pour les autres, les chemins de rotation diffèrent de façon significative en fonction du rapport ξ. Dans ce cas, nous constatons que les cristaux D et E changent d'orientation en suivant l'hypothèse GMF 112 qui favorise le glissement sur {112}<111>.Seul le cristal A tend à suivre un chemin en accord avec l'hypothèse conventionnelle GMF 110 d'un glissement plus facile sur {110}<111>.

La comparaison entre les cisaillements mesurés et calculés conforte les déductions faites au niveau des rotations des axes X_3 et X_2 sur le choix des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques. En effet, pour ces mêmes orientations B et F, nous obtenons également un bon accord en signe et en amplitude entre les cisaillements expérimentaux et les prévisions à la fois des hypothèses GMF 110 et GMF 112. Cependant, pour les orientations A, D, E, et I pour lesquelles une différence significative existe entre ces deux hypothèses, c'est généralement les prévisions de GMF 112 qui sont les plus proches des résultats expérimentaux ; les seules exceptions à cette règle étant à nouveau les cisaillements ε^*_{12} du cristal A et ε^*_{23} du cristal I.

Nous allons, à présent, essayer de renforcer ces constatations par l'analyse des lignes de glissement afin d'identifier les systèmes actifs.

4.1.2 Lignes de glissement

L'influence du rapport ξ des cissions critiques peut également être mis en évidence au niveau des systèmes de glissement supposés actifs en cours de déformation. Afin de visualiser cette dépendance, nous avons porté en graphique la vitesse des amplitudes de glissement sur les systèmes supposés actifs par les hypothèses GMF 110 et GMF 112 en fonction de la déformation pour chacune des 6 orientations A, B, D, E, F du Fe-2,7 % Si et I du Nb (Fig. 4.33 à 38). Les brusques variations de ces courbes sont dues au fait que le sommet activé (c'est-à-dire l'état de contrainte appliqué au cristal) et donc les systèmes de glissement qui lui sont associés, peuvent varier d'un incrément de déformation à l'autre suite à la rotation cristalline de l'échantillon testé.

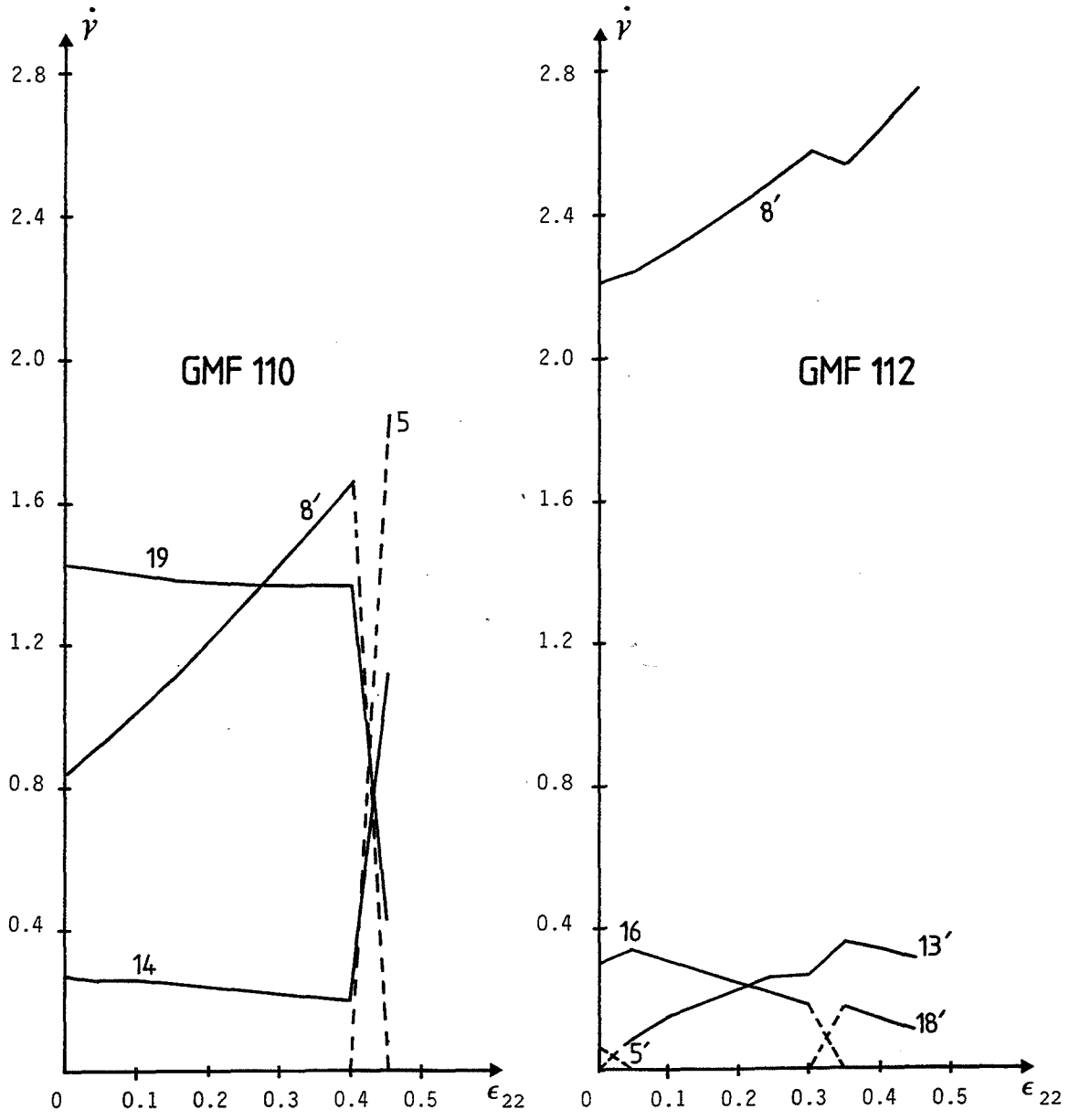


Figure 4.33 Vitesses des amplitudes de glissement en fonction de la déformation pour les systèmes supposés actifs selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal A2.

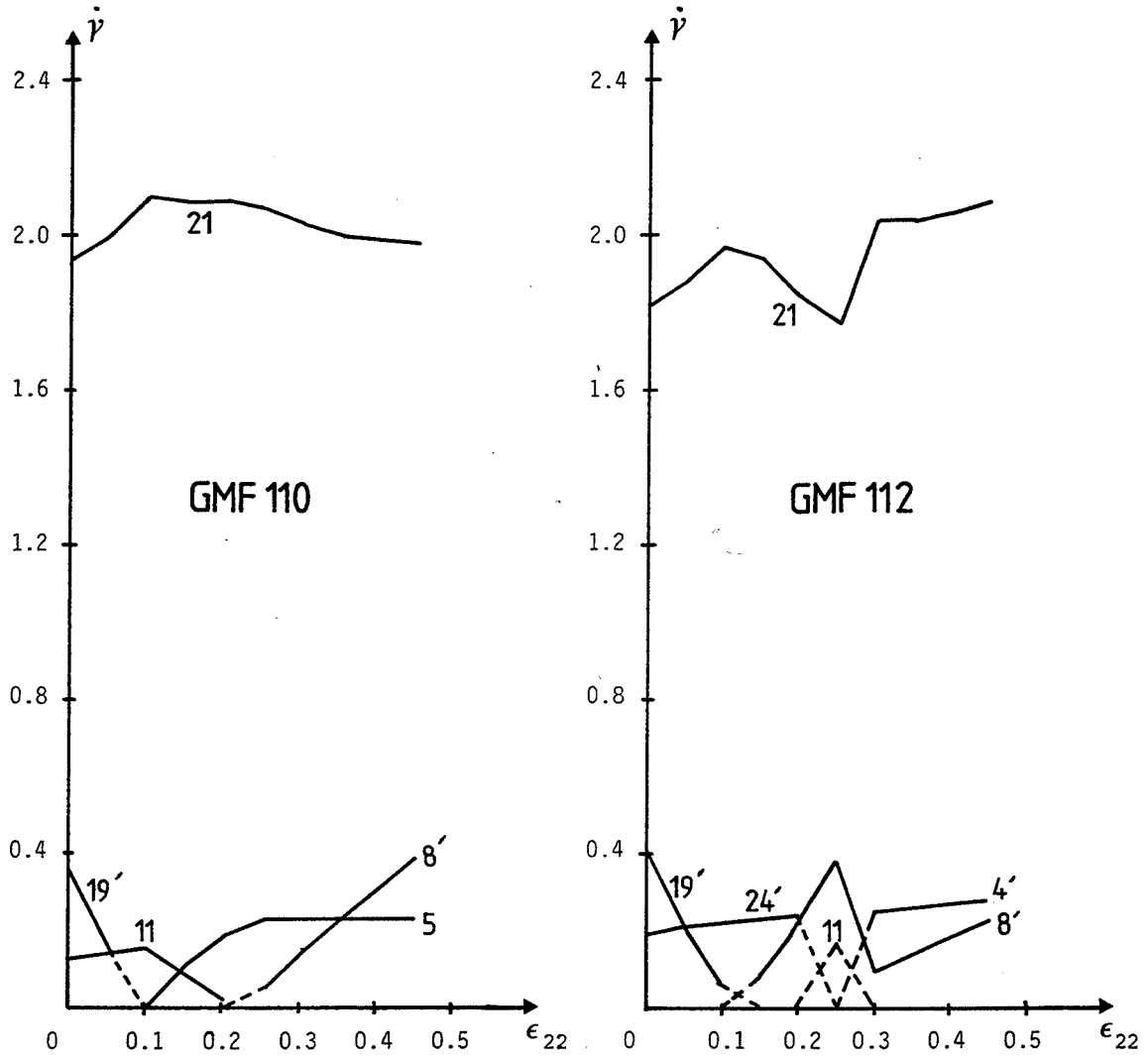


Figure 4.34 Vitesses des amplitudes de glissement en fonction de la déformation pour les systèmes supposés actifs selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal B2.

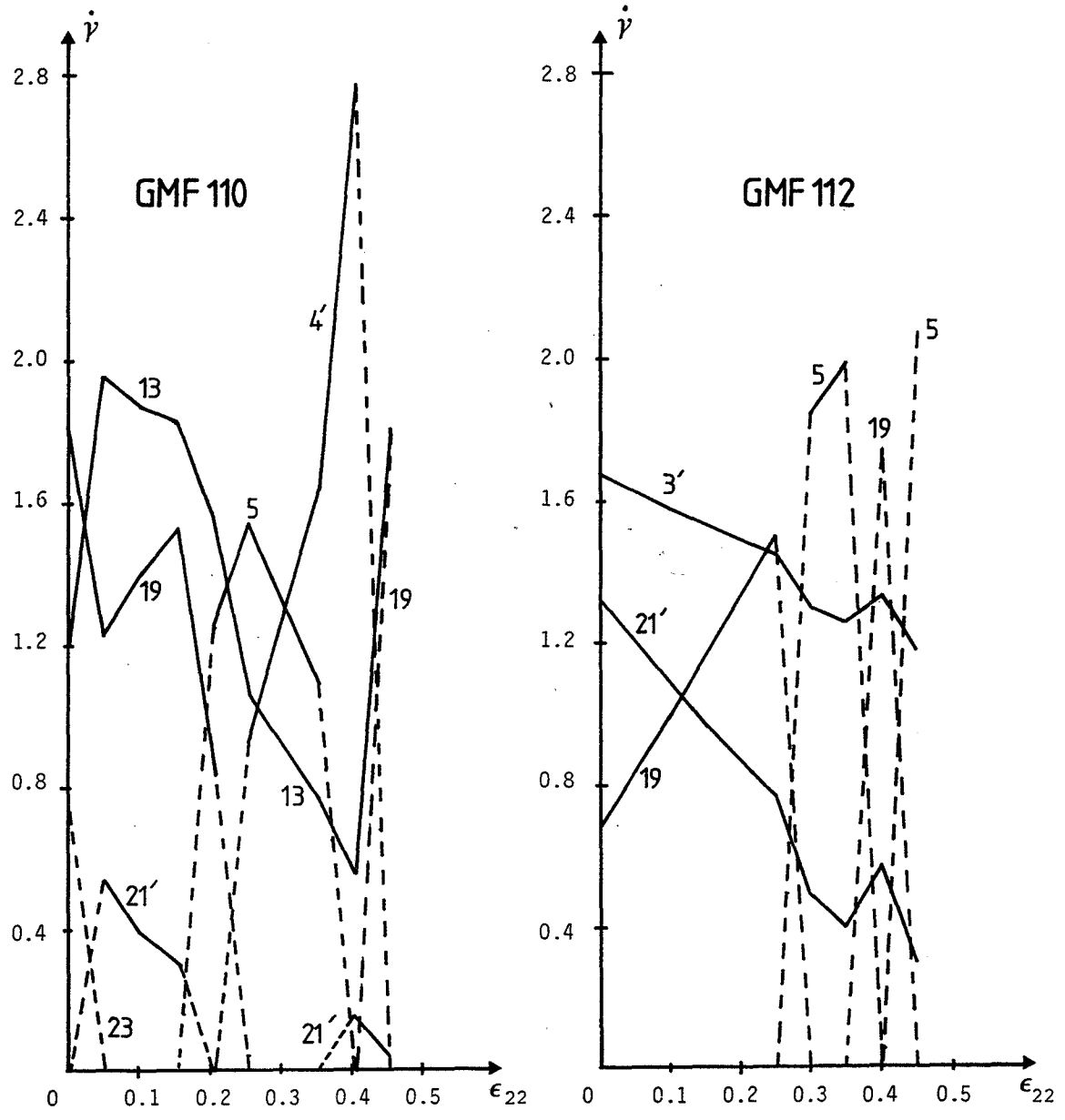


Figure 4.35 Vitesses des amplitudes de glissement en fonction de la déformation pour les systèmes supposés actifs selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal D2.

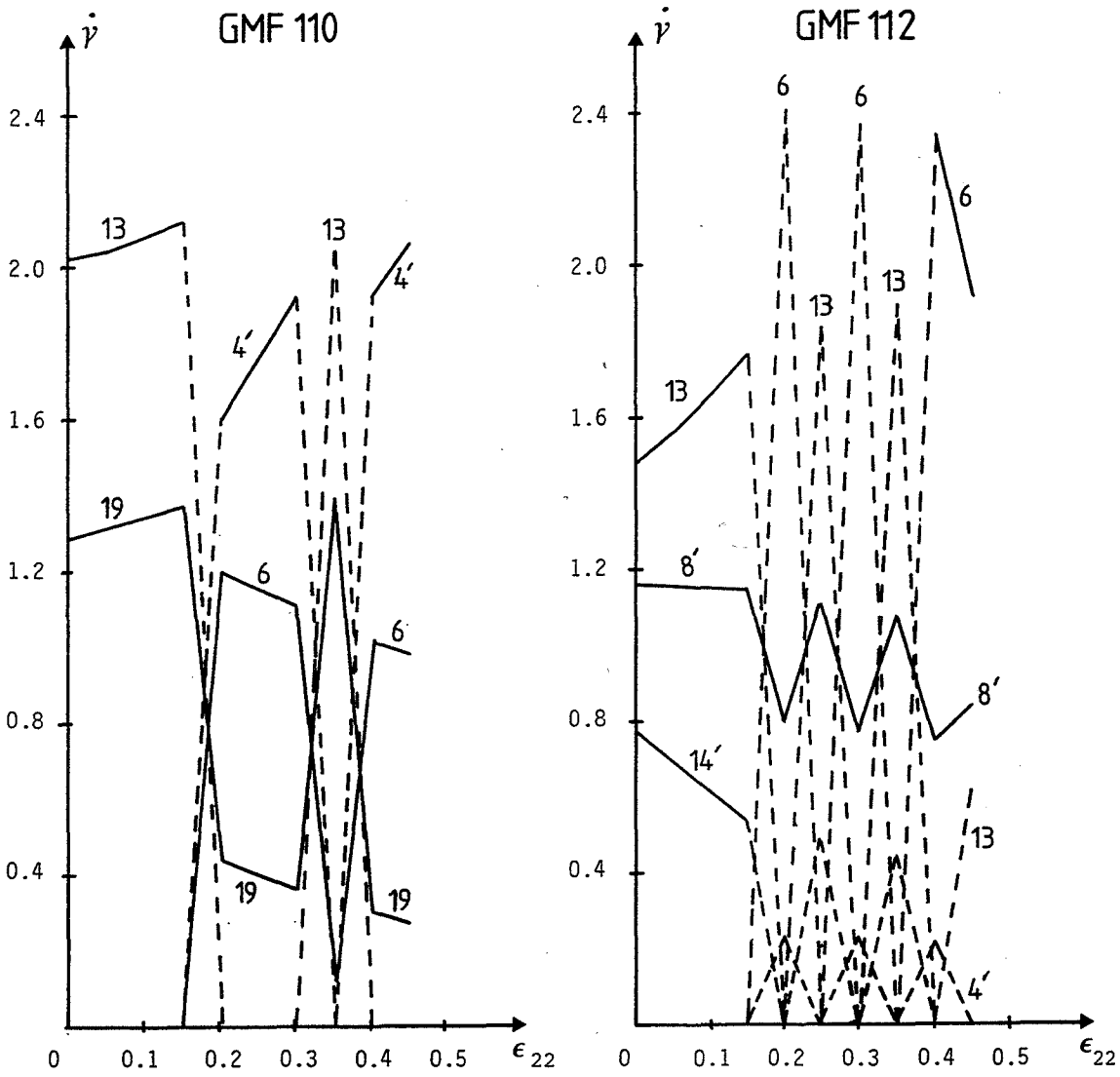


Figure 4.36 Vitesses des amplitudes de glissement en fonction de la déformation pour les systèmes supposés actifs selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal E2.

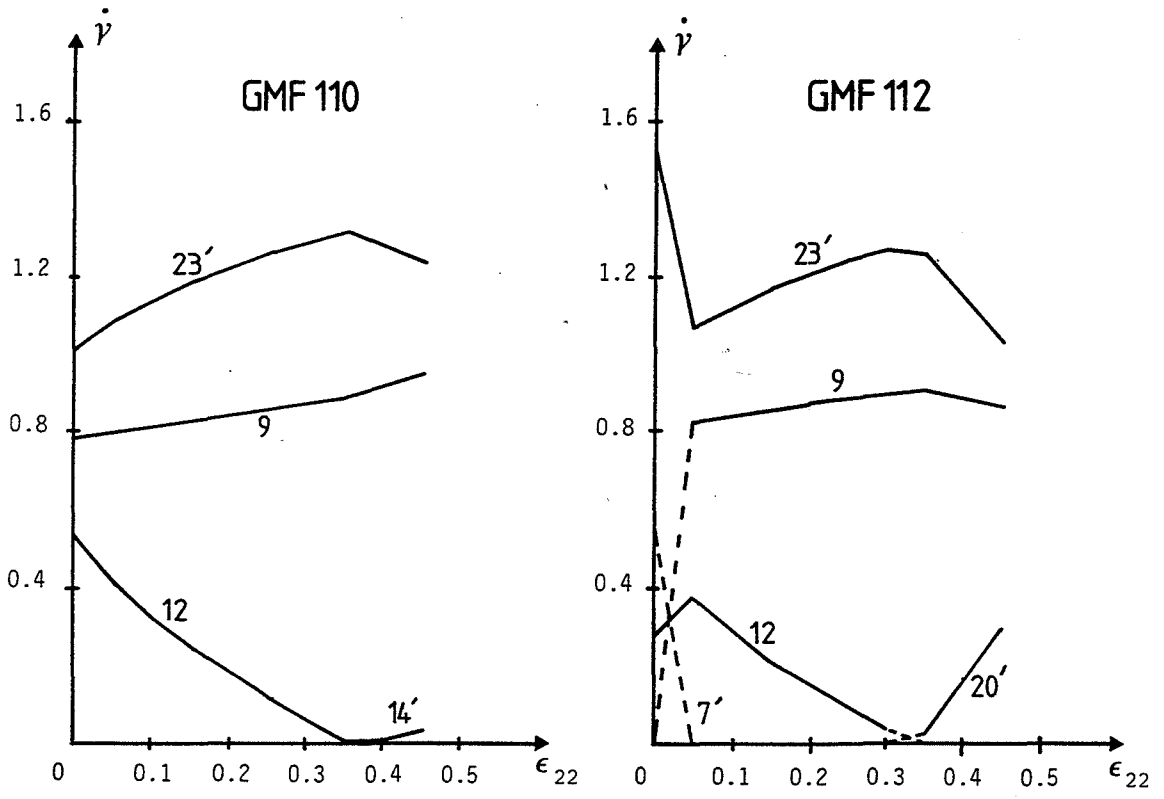


Figure 4.37 Vitesses des amplitudes de glissement en fonction de la déformation pour les systèmes supposés actifs selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal F2.

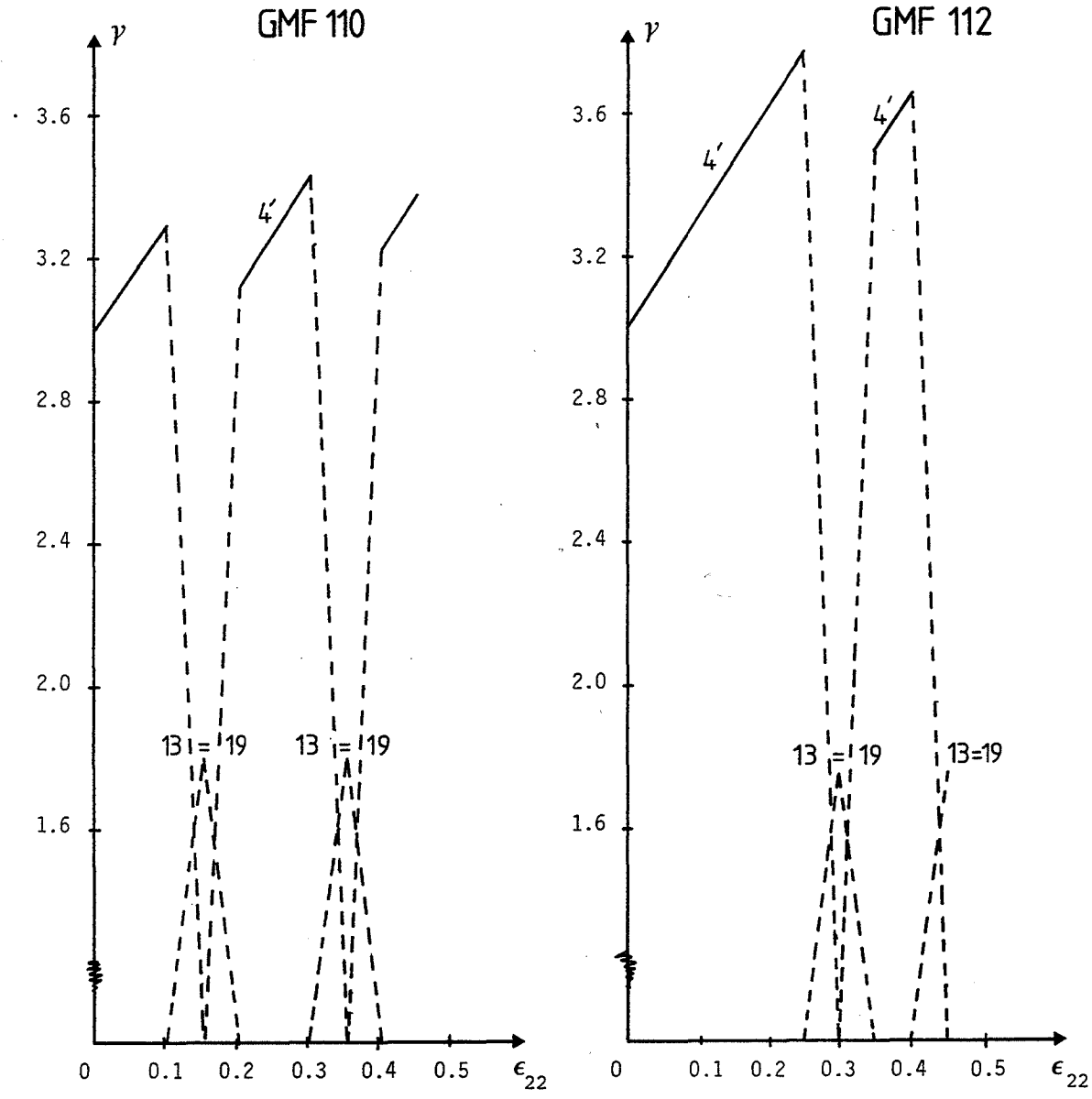


Figure 4.38 Vitesses des amplitudes de glissement en fonction de la déformation pour les systèmes supposés actifs selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal I.

Orientation	GMF 110			GMF 112		
	Systèmes de glissement prédominants	Vitesses des amplitudes $\dot{\gamma}$ ($X\dot{\varepsilon}$)	Contraintes normales (τ_c)	Systèmes de glissement prédominants	Vitesses des amplitudes $\dot{\gamma}$ ($X\dot{\varepsilon}$)	Contraintes normales (τ_c)
A2	(0 1 1) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$] (1 2 1) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$] SM	1,37 1,32	-2,13 -2,95	(1 2 1) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$] SM	2,50	-2,76
B2	(1 1 0) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$]	2,07	-1,53	(1 1 0) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$]	1,77	-1,39
D2	(1 0 1) [1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] (0 1 1) [$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1] (2 1 1) [1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] SM	1,55 1,06 0,93	-2,46 -2,34 -3,22	(1 1 2) [$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1] SM (1 0 1) [1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] où (0 1 1) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$] ($\bar{1}$ 1 2) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$] SOM	1,38 0,82 0,62	-3,07 -2,26 -2,28 -1,25
E2	(2 1 1) [1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] SM (1 1 0) [1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] (0 1 1) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$]	1,76 1,15 0,40	-3,20 -2,45 -2,33	(1 1 0) [1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] (0 1 1) [$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1] (1 2 1) [$\bar{1}$ 1 $\bar{1}$] SM	1,05 1,05 0,95	-2,36 -2,23 -3,11
F2	(1 $\bar{2}$ 1) [1 1 1] SOM (1 1 0) [1 $\bar{1}$ 1]	1,26 0,85	-1,46 -1,41	(1 $\bar{2}$ 1) [1 1 1] SOM (1 1 0) [1 $\bar{1}$ 1]	1,24 0,89	-1,39 -1,38
I	(2 1 1) [1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] SM	3,27	-3,08	(2 1 1) [1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] SM	3,79	-3,26

Tableau 4.6 Vitesses des amplitudes de glissement et contraintes normales sur les principaux systèmes supposés actifs selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour les cristaux A2, B2, D2, E2, F2, et I déformés à $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$.

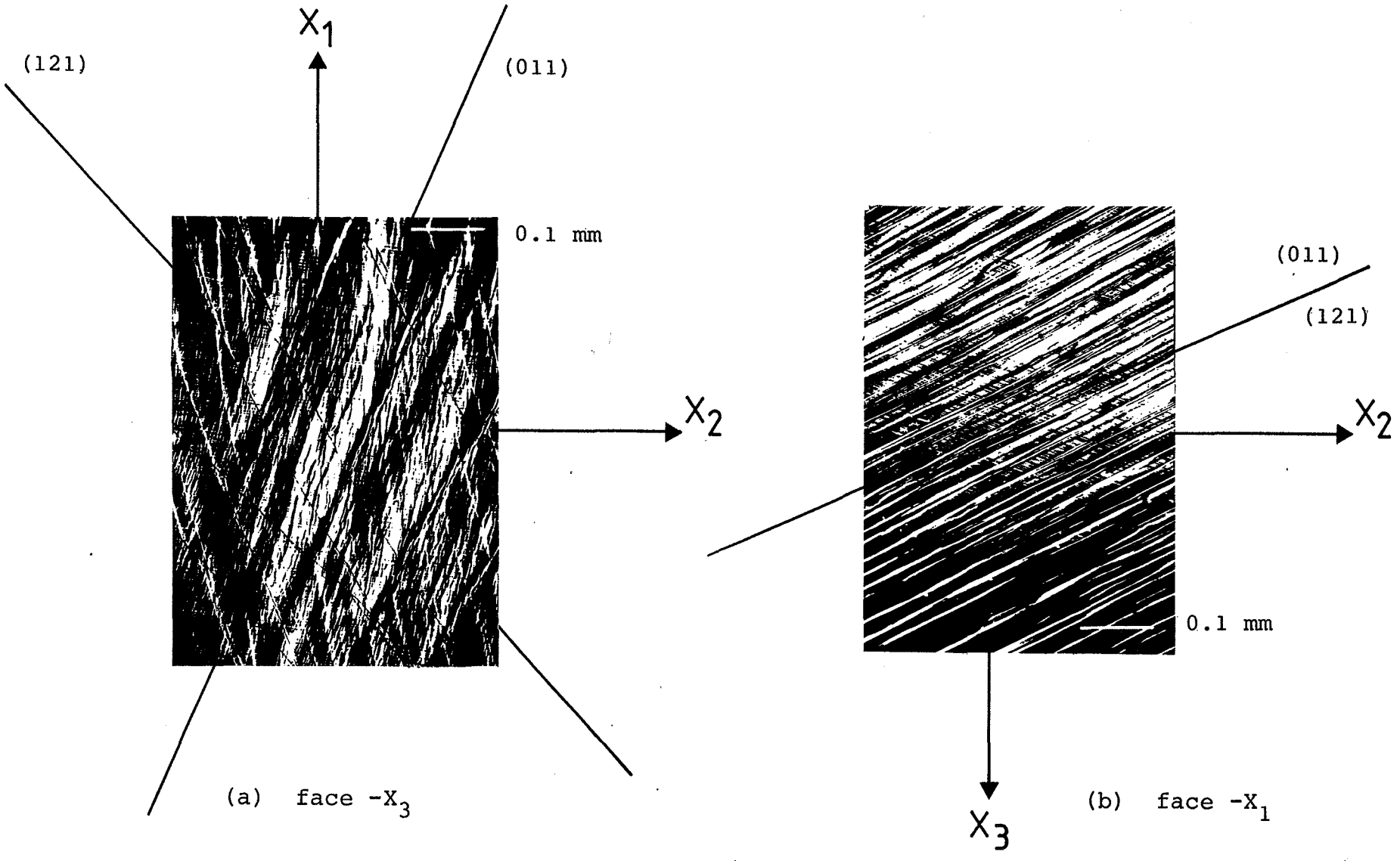


Figure 4.39 Traces des plans de glissement (0 1 1) et (1 2 1) sur les faces $-X_3$ (a) et $-X_1$ (b) pour le cristal A2 d'orientation (0,40 0,48 0,78)[-0,52 0,82 -0,24] déformé de quelques pourcents après un $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$.

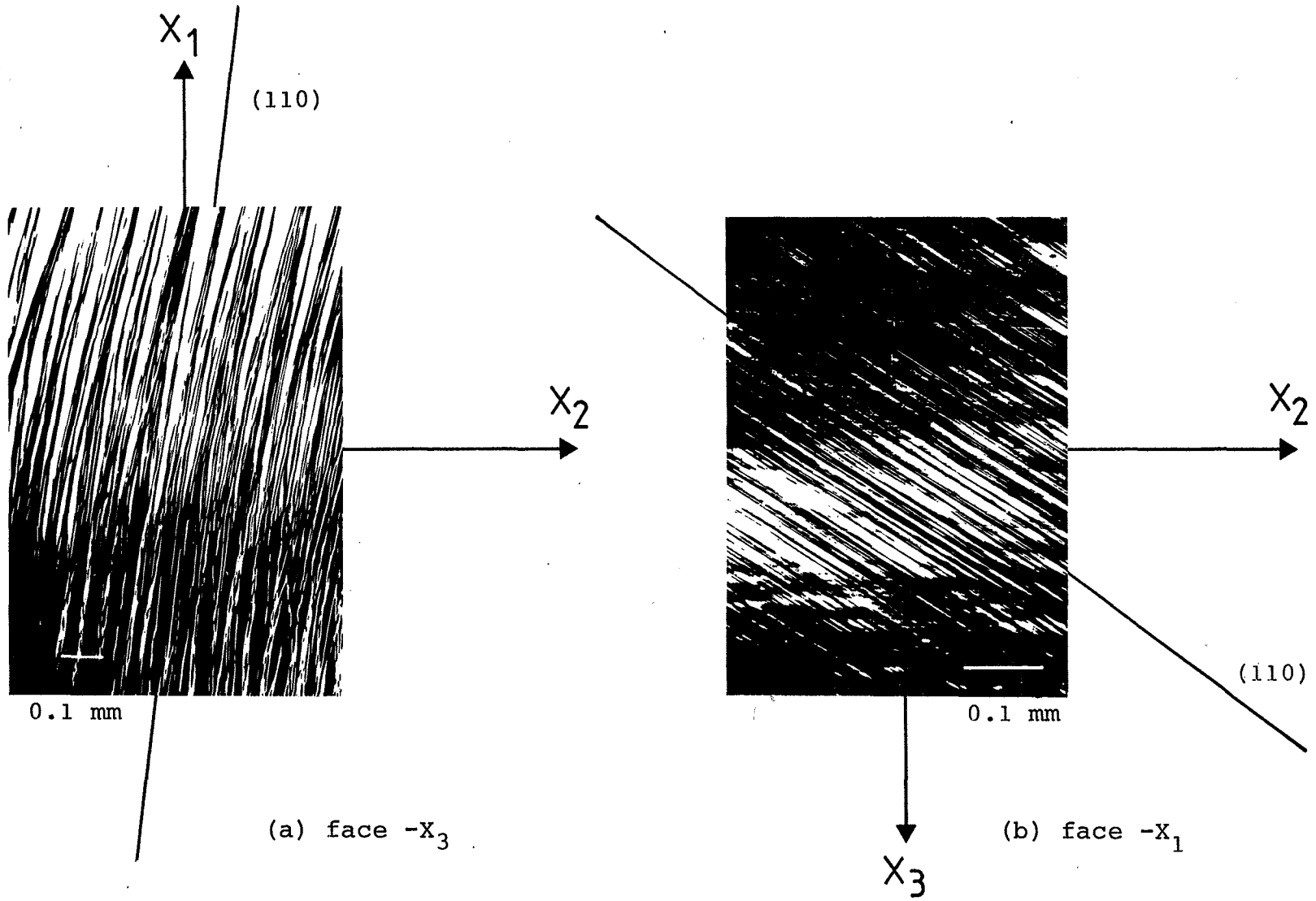


Figure 4.40 Traces du plan de glissement (1 1 0) sur les faces $-X_3$ (a) et $-X_1$ (b) pour le cristal B2 d'orientation (0,88 0,24 0,40)[-0,07 -0,79 0,61] déformé de quelques pourcents après un $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$.

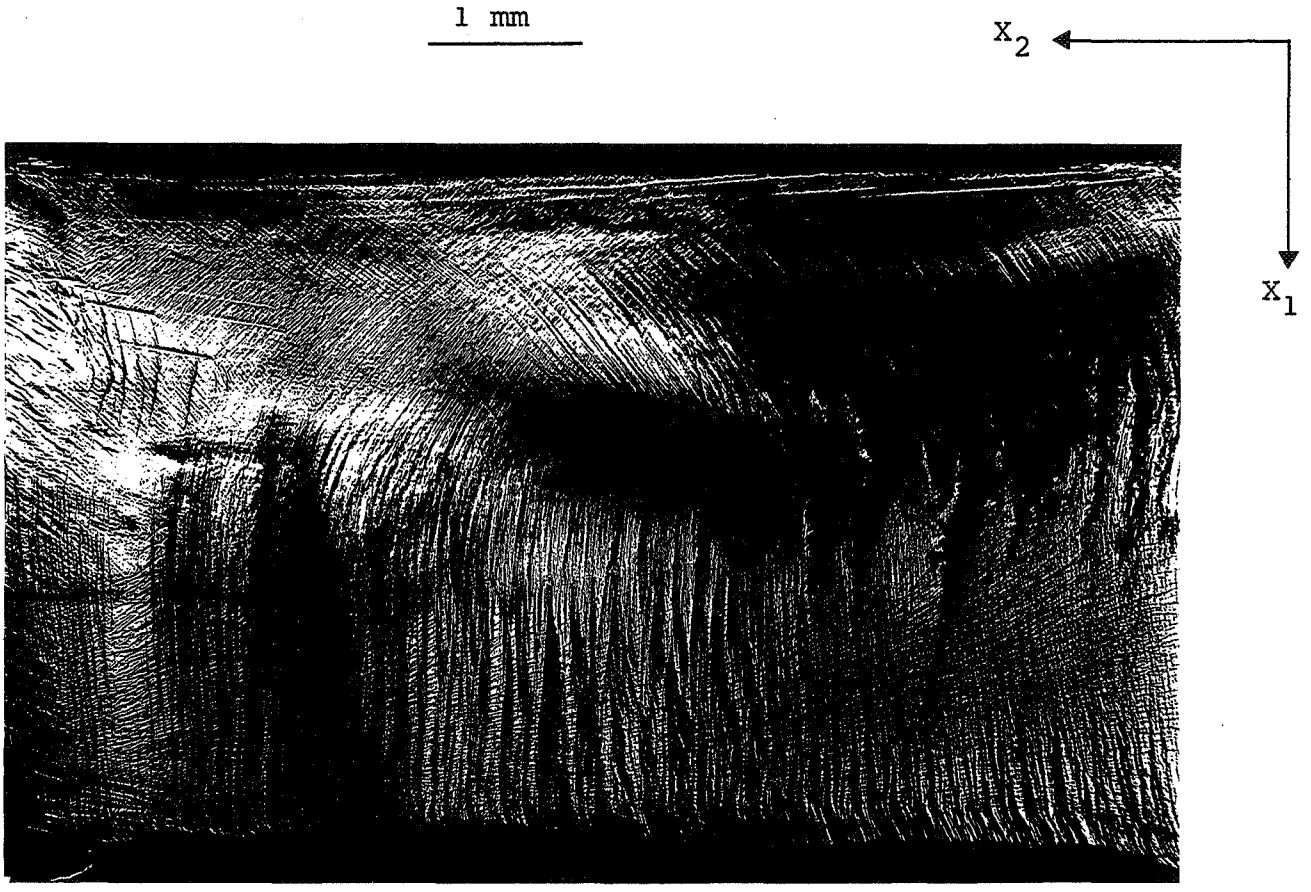


Figure 4.41 Face de compression $-X_3$ du cristal D2 (Fe - 2,7 % Si) d'orientation (0,53 0,66 0,54)[-0,78 0,63 0] déformé à $\varepsilon_{22} = 0.47$.

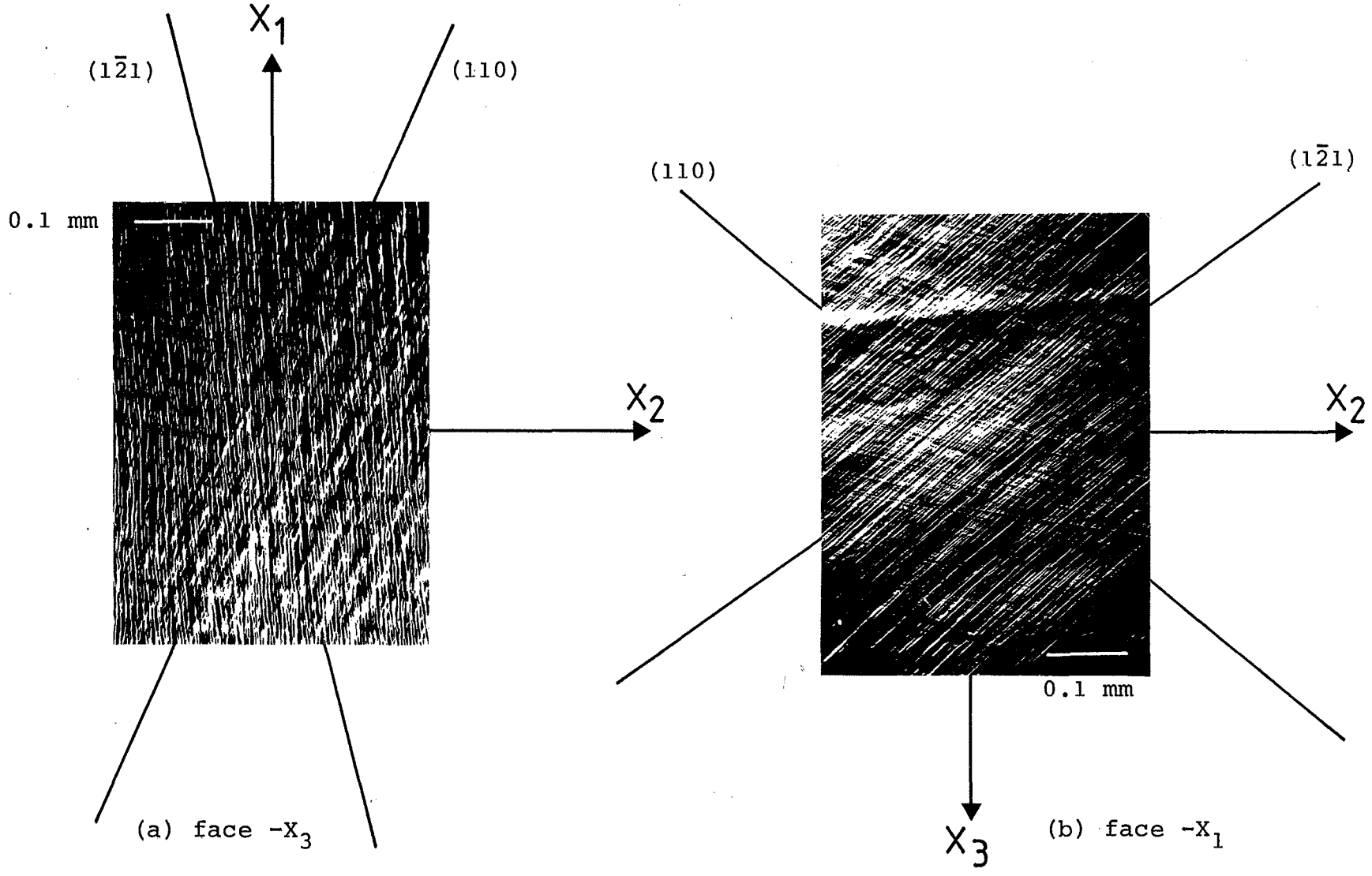


Figure 4.42 Traces des plans de glissement (1 1 0) et (1 $\bar{2}$ 1) sur les faces $-X_3$ (a) et $-X_1$ (b) pour le cristal F2 d'orientation (0,05 0,99 -0,03)[0,90 0,03 -0,44] déformé de quelques pourcents après un $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$.

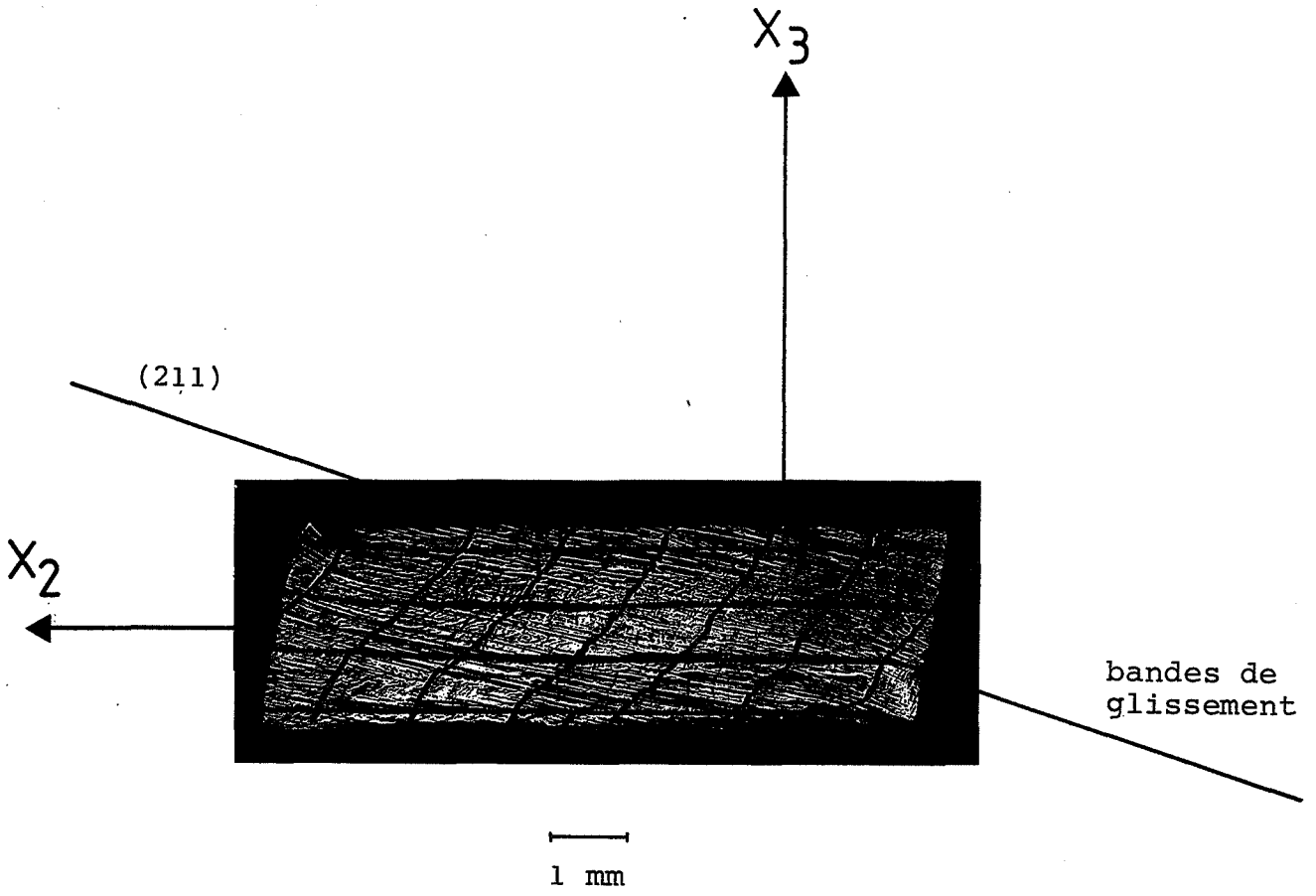


Figure 4.43 Traces macroscopiques du glissement sur le système (2 1 1)[1 $\bar{1}$ $\bar{1}$] pour la face $-X_1$ du cristal I d'orientation (0,58 0,56 0,59)[-0,81 0,41 0,41] déformé à $\varepsilon_{22} = 0.32$.

Dans le but de simplifier la comparaison entre les traces des plans de glissement observées expérimentalement pour une déformation de 0.3 et les systèmes supposés actifs par l'une ou l'autre des deux hypothèses, nous avons établi le tableau 4.6. Celui-ci résume, pour chaque orientation déformée à $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$, les vitesses des amplitudes de glissement sur les systèmes actifs prédominants ($\dot{\gamma} \geqslant 0.4\dot{\varepsilon}$) selon les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112.

Malheureusement, comme nous l'avons déjà souligné précédemment, la mise en évidence des lignes de glissement n'a pu être réalisée que dans le cas de l'alliage Fe-Si. De plus, la détermination des plans de glissement est très délicate de par la nature sinueuse de leurs traces. De ce fait, les systèmes actifs sont identifiés de façon non univoque uniquement pour les orientations A, B, F et I pour lesquelles le glissement se produit sur 1 ou 2 systèmes. En effet, lorsque le nombre des systèmes actifs augmente, la profusion et l'enchevêtrement des lignes de glissement rendent tout dépouillement hasardeux. Nous allons néanmoins considérer ces 6 orientations une à une et essayer d'en tirer quelques conclusions.

a) Le cristal A glisse essentiellement sur un seul système $\{112\}\langle 111\rangle$ suivant l'hypothèse GMF 112, alors que l'introduction d'un second système $\{110\}\langle 111\rangle$ selon l'hypothèse GMF 110 donne des prévisions en meilleur accord avec les rotations et les cisaillements observés. L'observation des lignes de glissement sur les faces $-X_3$ et $-X_1$ du cristal A2 (Fig. 4.39) révèle qu'effectivement les 2 systèmes actifs sont bien ceux prévus par GMF 110 à savoir : $(0\ 1\ 1)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}]$ et $(1\ 2\ 1)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}]$, dans cet ordre d'importance.

b) Le cristal B glisse sur un même système $\{110\}\langle 111\rangle$ selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112 donnant des rotations et des cisaillements calculés pratiquement identiques et en très bon accord avec l'expérience. Les traces des plans de glissement observées sur les faces $-X_3$ et $-X_1$ du cristal B2 (Fig. 4.40) correspondent effectivement au système supposé actif : $(1\ 1\ 0)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}]$.

c) Pour l'orientation D, selon GMF 110, la plupart du glissement se produit sur 2 systèmes $\{110\}\langle 111\rangle$ auxquels s'ajoute un système $\{112\}\langle 111\rangle$; inversement, GMF 112 prévoit que le glissement a lieu sur 2 systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$ plus un système $\{110\}\langle 111\rangle$. C'est cette dernière hypothèse qui présente le meilleur accord entre la théorie et l'expérience à la fois au niveau des rotations et des cisaillements. Malheureusement, la configuration des traces des plans de glissement est trop complexe que pour permettre la détermination de celles-ci, comme le montre la photographie de la face de compression présentée à la figure 4.41. De ce

fait, il n'est donc pas possible de confirmer si les systèmes supposés actifs par une des 2 hypothèses le sont effectivement.

d) Pour l'orientation E, les résultats semblent paradoxaux. En effet, la plus grande amplitude de glissement correspond à un système $\{112\}\langle 111\rangle$ pour GMF 110 et à des plans $\{110\}$ pour GMF 112. Ceci est dû au fait que plusieurs systèmes sont activés successivement durant la déformation provoquant les oscillations des vitesses des amplitudes de glissement (Fig. 4.36). La conclusion étant que l'activation des systèmes issus de l'hypothèse GMF 112 conduit aux rotations et aux cisaillements corrects. Mais, comme nous avons pu le constater lors du dépouillement des cisaillements, cette orientation ne se déforme pas de façon rigoureusement homogène. Ceci a pour conséquence, en rendant l'identification des lignes de glissement incertaine de ne pas permettre de confirmer l'une ou l'autre hypothèse.

e) De même que l'orientation B, le cristal F glisse sur les mêmes systèmes pour les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 donnant des prévisions identiques en bon accord avec l'expérience. Les traces de ces systèmes $(1\ \bar{2}\ 1)[1\ 1\ 1]$ et $(1\ 1\ 0)[1\ \bar{1}\ 1]$ sont effectivement observées sur les faces $-X_3$ et $-X_1$ du cristal F2, comme le montre la figure 4.42.

f) Bien qu'il s'agisse d'un cristal de niobium pour lequel il n'a pas été possible de révèler les lignes de glissement pour l'analyse microscopique, nous possèdons cependant quelques informations quant aux systèmes de glissement actifs. En effet, ce cristal I se déforme principalement sur un seul et même système $\{112\}\langle 111\rangle$ selon les hypothèses GMF 110 et GMF 112. Les prévisions théoriques étant en bon accord avec les résultats expérimentaux, mais d'autant meilleures pour le cisaillement ε^*_{23} que le glissement sur les systèmes $\{110\}\langle 111\rangle$ est plus facile que sur les $\{112\}\langle 111\rangle$ (cf. GMF 110). Expérimentalement, ce glissement tend à se localiser, créant ainsi des bandes de glissement. Celles-ci correspondent à la trace du système $(2\ 1\ 1)[1\ \bar{1}\ \bar{1}]$ sur la face $-X_1$ de l'échantillon (Fig. 4.43).

De cette étude sur les systèmes de glissement, nous ne pouvons en retirer que peu d'informations supplémentaires par rapport à celles issues de l'examen des rotations et des cisaillements. En effet, pour les orientations D et E où une différence significative existe entre les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 quant aux systèmes actifs, l'observation des traces des plans de glissement est rendue quasiment impossible de par leur nature : répartition complexe et non homogène de lignes de glissement sinueuses

et enchevêtrées.

4.1.2.1 Influence de la contrainte normale

Certains auteurs dont Dobromyslov, Dolgikh, et Pereturina (1984) suggèrent que le sens et la valeur de la contrainte normale σ_n ont une influence sur le choix des systèmes de glissement. En effet, ceux-ci affirment qu'un accroissement de la contrainte normale de compression augmente la cission critique des systèmes $\{112\}<111>$ et facilite donc le glissement sur les systèmes $\{110\}<111>$. C'est pourquoi, nous avons calculé les valeurs de σ_n sur les systèmes actifs de chaque orientation pour une déformation donnée selon les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 (Tableau 4.6). Ce calcul s'effectue à partir du tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ correspondant à une hypothèse donnée, et de la normale au plan de glissement $\vec{n}$, de la façon suivante :

$$\sigma_n = \sum_{ij} n_i \, \sigma_{ij} \, n_j$$

Nous constatons tout d'abord que, pour une orientation donnée à ε_{22} constant, σ_n ne varie pas de façon considérable d'un système à l'autre. De plus, nous n'avons pas observé qu'une contrainte normale de compression élevée favorise le glissement sur les systèmes $\{110\}<111>$. En effet, parmi les orientations A, D et E qui affichent des valeurs de σ_n variant de $-2\ \tau_c$ à $-3\ \tau_c$ sur leurs systèmes actifs pour GMF 110 et GMF 112, 2 cristaux (D et E) sur ces 3 se déforment en accord avec l'hypothèse d'un glissement plus facile sur les systèmes $\{112\}<111>$ que sur $\{110\}<111>$. Nous n'avons donc pas pu établir de corrélation entre la valeur de la contrainte normale et le choix des systèmes de glissement. Ceci est en accord avec les travaux de Spitzig (1979) selon lesquels, il n'y a pas d'influence de la pression hydrostatique sur les cissions critiques des systèmes de glissement.

4.1.2.2 Discussion

L'analyse des lignes de glissement montre qu'en conditions de glissement multiple, comme cela prévaut en général dans le test de compression plane, les valeurs de ξ des systèmes $\{112\}<111>$ sont souvent inférieures à 1. Cependant, de nombreux tests en traction et en cisaillement réalisés en glissement simple ou colinéaire suggèrent des

valeurs de $\xi > 1$ (Taoka et al., 1964), (Bowen et al., 1967). Nous proposons, pour ces valeurs apparement contradictoires de ξ , une explication en relation avec les conditions de déformation. En effet, lors d'un glissement multiple, les interactions entre les différents systèmes actifs pourraient favoriser le glissement sur les plans {112}. Alors que dans le cas d'un glissement simple ou colinéaire, où une seule direction de glissement prédomine, le glissement serait plus facile sur les plans {110}. Ceci est suggéré par nos résultats. En effet, les seuls cristaux qui semblent préférer un glissement plus facile sur {110}<111> sont A et I. Or, dans ce cas, les systèmes prédominants issus de l'hypothèse GMF 110 et expérimentalement observés sont colinéaires, c'est-à-dire sans interaction significative entre leurs directions de glissement. Par contre, les cristaux D et E qui préfèrent un glissement plus facile sur {112}<111> que sur {110}<111>, se déforment tous sur des systèmes dont les directions de glissement sont sécantes. Ces observations s'appliquent aussi bien au cas des monocristaux de l'alliage Fe-Si que du niobium testés en compression plane, pour lesquels des résultats identiques sont obtenus. Il faut rappeler que l'hypothèse d'un glissement nettement plus facile sur les systèmes {112}<111> SM (ξ SM = 0,77 et ξ SOM = 1) a déjà été proposée par Carpay et al. (1975) afin d'expliquer des résultats obtenus en compression plane sur des monocristaux de haute sysmétrie en Mo (Crutchley et al., 1970), (Carpay et al., 1975) ; ces orientations mettant toutes en jeu des systèmes dont les directions de glissement s'intersectent.

Nous allons, à présent, voir si les hypothèses faites sur les systèmes de glissement sont conformes à l'anisotropie des contraintes d'écoulement des monocristaux. Pour cela, nous allons examiner les courbes $\tau_c^{\{110\}} - \bar{\Gamma}$ obtenues à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112.

4.1.3 Courbes cission critique - déformation totale

L'évolution de la cission critique de référence $\tau_c^{\{110\}}$ en fonction de la déformation totale équivalente $\bar{\Gamma}$ s'obtient à partir des données expérimentales σ_{33} (ε_{22}) présentées aux figures 4.1 à 3 et des facteurs de Taylor correspondant aux hypothèses de glissement envisagées (voir chapitre 3.2.2). Ces facteurs sont calculés à partir des orientations expérimentales pour $\varepsilon_{22} \simeq$ 0, 0.1, 0.3 et 0.5, et interpolées pour les déformations intermédiaires. Ces courbes $\tau_c^{\{110\}}$ ($\bar{\Gamma}$) sont représentées aux figures 4.44 et 45 pour le Fe - 2,7 % Si et aux figures 4.46 et 47 pour le Nb, respectivement pour les hypothèses GMF 110 et GMF 112.

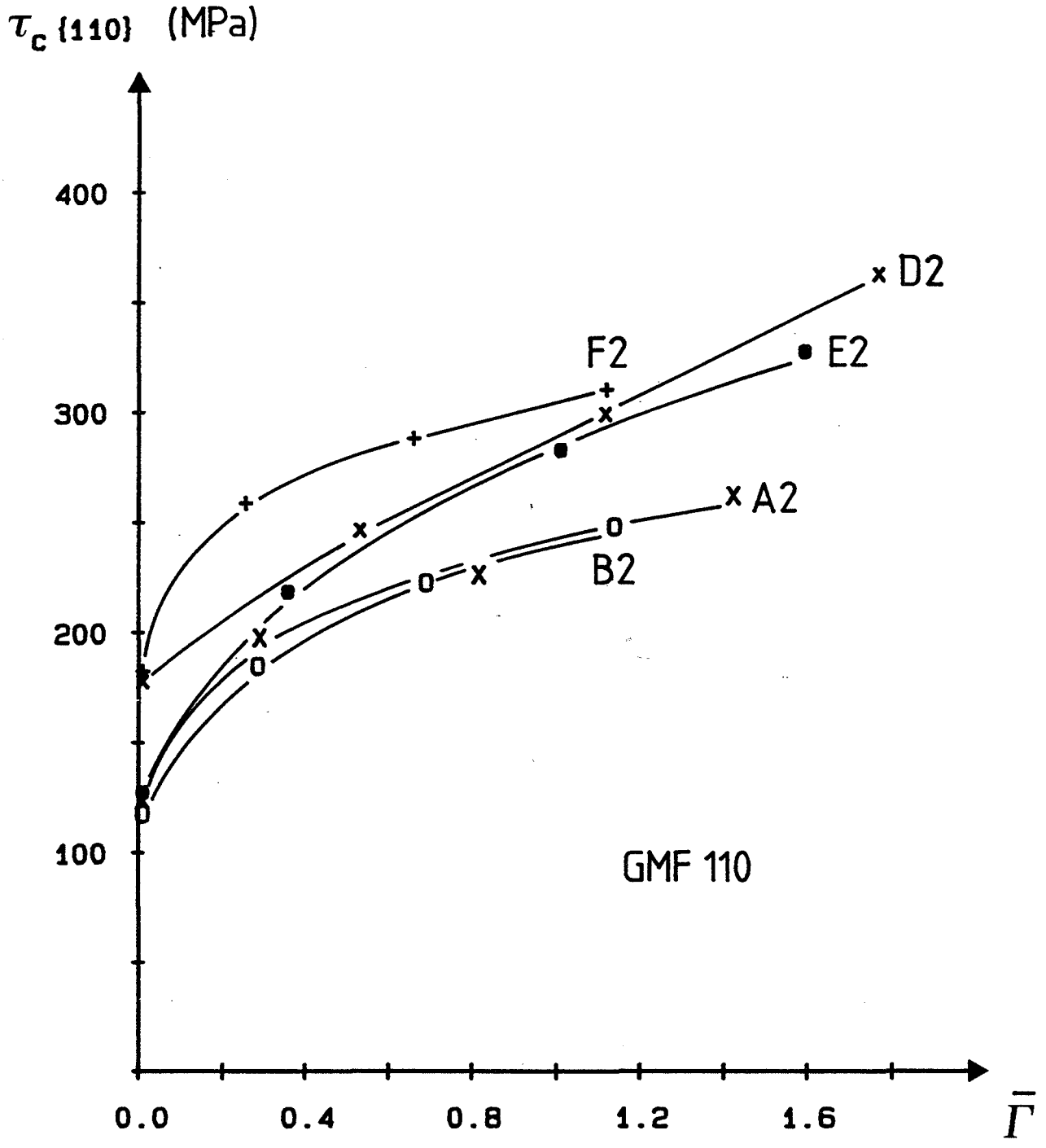


Figure 4.44 Courbes cission critique de référence - déformation totale équivalente, pour les 5 orientations de l'alliage Fe - 2,7 % Si, calculées à partir de l'hypothèse GMF 110.

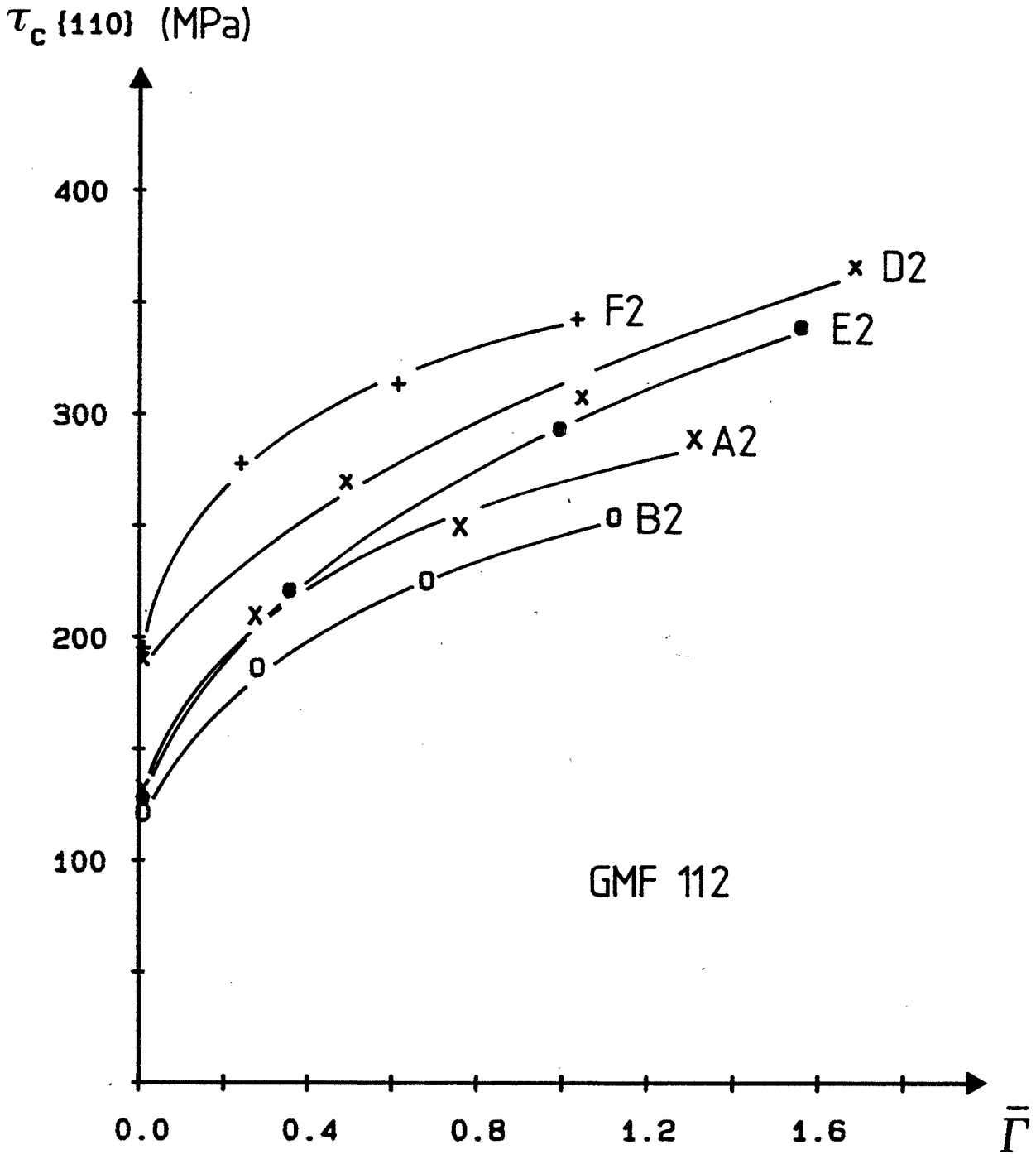


Figure 4.45 Courbes cission critique de référence - déformation totale équivalente, pour les 5 orientations de l'alliage Fe - 2,7 % Si, calculées à partir de l'hypothèse GMF 112.

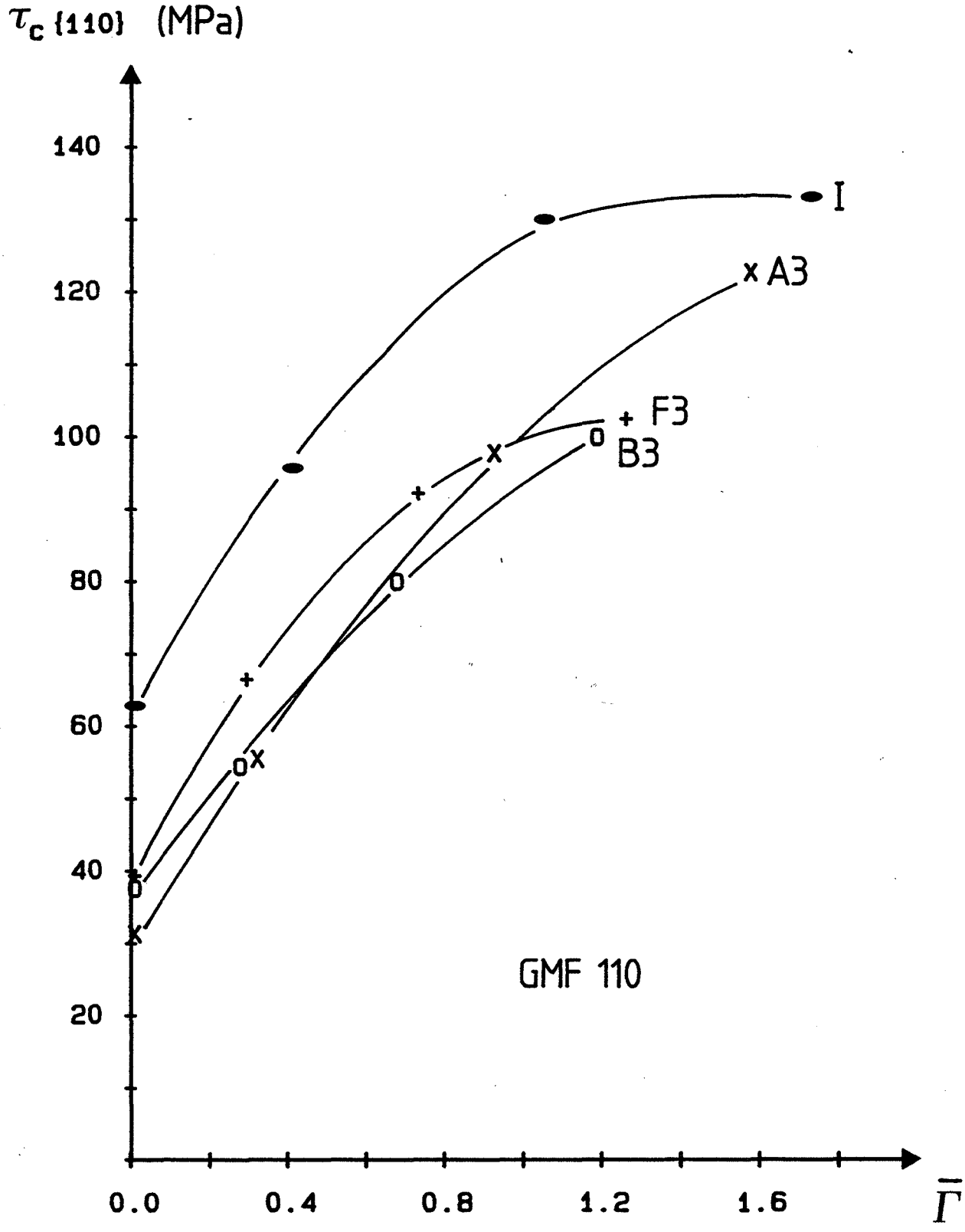


Figure 4.46 Courbes cission critique de référence - déformation totale équivalente, pour les 4 orientations de niobium, calculées à partir de l'hypothèse GMF 110.

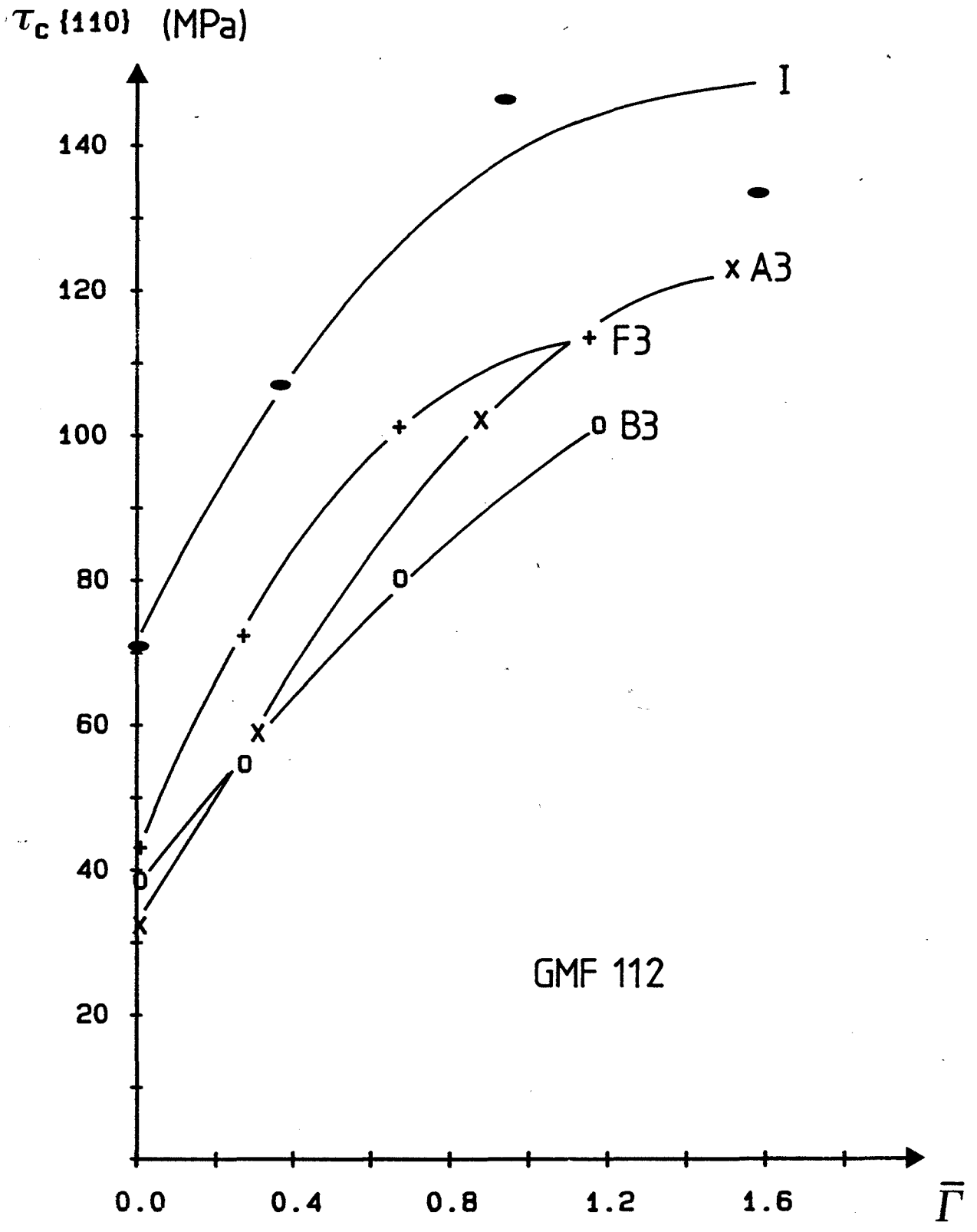


Figure 4.47 Courbes cission critique de référence - déformation totale équivalente, pour les 4 orientations de niobium, calculées à partir de l'hypothèse GMF 112.

Pour le Fe-2,7 % Si (Fig. 4.44 et 45), ces courbes se regroupent dans une bande de contrainte limitée à ± 15 %, alors que la dispersion des courbes σ_{33} (ε_{22}) est de ±50 % (Fig. 4.2). De plus, les hypothèses GMF 110 et GMF 112 produisent des courbes $\tau_c^{\{110\}}$ ($\bar{\Gamma}$) très voisines et en bon accord avec d'autres résultats τ_c (γ) obtenus sur des cristaux de Fe-Si soumis à des conditions de glissement simple. En effet, Roche (1976), lors d'essais de cisaillement sur les systèmes {110}<111> pour du Fe-2,8 % Si, obtient une cission critique pour la déformation plastique de ≃ 150 MPa et une contrainte d'écoulement de ≃ 200 MPa pour γ = 0.2. Zarubova et Sestak (1975) trouvent une cission critique initiale similiaire en traction ≃ 150 MPa, mais avec un écrouissage légèrement plus faible ($\tau_c \simeq$ 180 MPa pour γ = 0.4) dans le cas du Fe-3 % Si.

Nous pensons néanmoins que l'écart des courbes $\tau_c^{\{110\}}$ ($\bar{\Gamma}$) pour les différentes orientations est supérieur aux valeurs des erreurs expérimentales. Ceci indique qu'il subsiste une dépendance de ces relations $\tau_c^{\{110\}}$ ($\bar{\Gamma}$) en fonction de l'orientation autre que celle prise en compte par le facteur de Taylor. L'examen de la largeur de cette bande de dispersion révèle que l'hypothèse d'un écrouissage homothétique (ξ constants en cours de déformation) n'est pas trop mauvaise, mais qu'une analyse plus fine de l'écrouissage des systèmes de glissement donnerait de meilleurs résultats, notamment aux grandes déformations.

Pour le Nb (Fig. 4.46 et 47), les courbes $\tau_c^{\{110\}}$ ($\bar{\Gamma}$) sont plus resserrées pour l'hypothèse GMF 110, celle-ci semble donc mieux rendre compte de l'anisotropie des σ_{33} de ces cristaux. Ceci confirme nos constatations, puisque sur ces 4 orientations, 3 se déforment en conditions de glissement quasiment simple ou colinéaire (A, B et I).

4.1.4 Conclusions

Les résultats présentés ci-dessus montrent clairement que le comportement plastique en grandes déformations de ces cristaux cubiques centrés testés en compression plane peut être décrit par la généralisation du modèle de Taylor en tenant compte des conditions aux limites de l'essai. En effet, pour les 6 cristaux d'orientations différentes qui se déforment de manière relativement homogène, les rotations cristallines et les cisaillements finis sont déterminés avec précision par ce modèle.

Cependant, pour certaines orientations, des variations relativement petites des cissions critiques sur les systèmes de glissement {110}<111> et {112}<111> ont une

influence significative sur ces prévisions. Comme nous venons de le mettre en évidence, le résultat le plus surprenant de ce travail est qu'en glissement multiple pour la plupart des orientations testées surtout en Fe-Si, les meilleures prévisions sont obtenues en supposant que les cissions critiques des systèmes {112}<111> SM et SOM sont légèrement plus faibles que celle des {110}<111> (cf. l'hypothèse GMF 112). Ce comportement est clairement illustré par les rotations cristallines et les cisaillements finis des cristaux D et E.

Ceci suggère donc la règle suivante, pour les métaux c.c. soumis à de grandes déformations :

* dans des conditions de glissement simple ou colinéaire, le glissement sur les systèmes {110}<111> est plus facile que sur les {112}<111>.

* dans des conditions où les directions de glissement prédominant s'intersectent, le glissement sur les systèmes {112}<111> devient plus facile que sur les {110}<111>.

Les valeurs des cissions critiques proposées pour la modélisation du comportement plastique des critaux de Fe - Si et de Nb déformés en glissement multiple (GMF 112) sont les suivantes :

$$\tau_c^{\{112\}\ SM} = 0.93\ \tau_c^{\{110\}}$$

$$\tau_c^{\{112\}\ SOM} = 0.96\ \tau_c^{\{110\}}$$

Celles-ci proviennent d'une série de simulations réalisées dans une gamme de valeurs raisonnables sur les rapports ξ et correspondent au meilleur accord entre les mesures expérimentales et les prévisions théoriques pour les différentes orientations testées.

4.2 DEFORMATION HETEROGENE

Lors de nos essais de compression plane, nous avons constaté que certains monocristaux se décomposent en 2 ou plusieurs orientations en cours de déformation. Rappelons à cet effet, que l'orientation de chaque échantillon est déterminée après des taux de déformation nominaux de 0.1, 0.3 et 0.5 par diffraction de rayons X. Cette détermination se fait à partir de 3 mesures réalisées sur la face de compression du cristal : au centre et sur chaque extrémité (l'autre étant écrantée).

Les cristaux présentant des hétérogénéités de déformation peuvent se classer en 3 catégories :

* ceux présentant une décomposition de l'orientation suite à la localisation de bandes de déformation à travers le cristal (orientation C).

* ceux se scindant en un quasi-bicristal suite à une rotation cristalline de chaque extrémité en sens inverse autour de l'axe transverse (orientation H).

* ceux présentant des bandes de glissement intense, c'est-à-dire des zones de très forte déformation séparées par des régions peu déformées (orientation G).

Afin de mieux comprendre ces phénomènes, nous allons examiner ces orientations une à une et essayer d'analyser leur comportement plastique.

4.2.1 Orientation C ≃ $(1\ 0\ 1)[2\ \bar{3}\ \bar{2}]$

A première vue, cette orientation semble se déformer de façon homogène. En effet, les figures de pôles {110} issues des mesures d'orientation sur la face de compression du cristal ne présentent pas d'élargissement excessif des pics de diffraction (Fig. 4.48 (a)). Mais l'examen microscopique des lignes de glissement sur la tranche de l'échantillon a permis de révéler l'existence de bandes de déformation. Celles-ci, situées dans l'épaisseur du cristal, sont parallèles au plan de compression et n'émergent donc pas au niveau de la face X_3 (Fig. 4.49). Afin de caractériser ces bandes, nous avons réalisé une mesure d'orientation par diffraction de rayons X sur la face transverse X_1. La figure de pôles {110} correspondante (Fig. 4.48 (b)) indique la présence des 2 composantes suivantes :

A ≃ $(2\ 2\ 3)[1\ \bar{1}\ 0]$ déjà mise en évidence lors des mesures sur la face de compression.

B ≃ $(3\ \bar{1}\ 2)[0\ \bar{2}\ \bar{1}]$ légèrement plus faible.

Les rotations des axes X_3 et X_2 dans chacune des bandes de déformation sont représentées à la figure 4.50 ainsi que les cisaillements macroscopiques mesurés, à savoir : un ε^*_{12} positif et un ε^*_{23} légèrement négatif.

La décomposition observée pour cette orientation est liée à la proximité de la position de haute symétrie $(1\ 0\ 1)[2\ \bar{3}\ \bar{2}]$. Pour cette dernière, le glissement se produit, selon les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112, sur les 4 systèmes suivants :

$$\left.\begin{matrix}(0\ 1\ 1)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}] \\ (\bar{1}\ 1\ 0)[1\ 1\ 1]\end{matrix}\right\} \text{ avec un } \dot{\gamma} = 1{,}15\ \dot{\varepsilon}$$

$$\left.\begin{matrix}(\bar{2}\ 1\ 1)[1\ 1\ 1] \\ (\bar{1}\ 1\ 2)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}]\end{matrix}\right\} \text{ avec un } \dot{\gamma} = 0{,}15\ \dot{\varepsilon}$$

Par contre, pour peu que l'orientation du cristal s'écarte de cette position de symétrie, le modèle prévoit l'activation de seulement 2 de ces 4 systèmes, selon l'hypothèse considérée. Ceci suggère donc que pour un cristal d'orientation voisine de $(1\ 0\ 1)[2\ \bar{3}\ \bar{2}]$, de faibles variations locales de contrainte ou d'orientation provoquent en début de déformation l'activation de 2 systèmes dans une région et des 2 autres dans la région voisine. Ceci, accentuant la désorientation, favorise la poursuite du phénomène de décomposition. Nous avons alors essayé de modéliser le comportement de chacune des 2 bandes de déformation à partir de l'orientation C2 : (0,71 0,02 0,71)[0,49 -0,74 -0,47] et de l'orientation symétrique : (0,71 -0,02 0,71)[0,47 -0,74 -0,49], pour les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112.

Nous constatons qu'au niveau des rotations des axes X_3 et X_2, les prévisions obtenues à partir de l'orientation C2 (Fig. 4.51) et de l'orientation symétrique (Fig 4.52) correspondent respectivement aux réorientations expérimentales des régions A et B. De plus, l'accord théorie - expérience est d'autant meilleur pour l'hypothèse GMF 112 d'un glissement mixte plus facile sur les systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$, tout au moins jusqu'à $\varepsilon_{22} \simeq 0.25$. Pour des taux de compression supérieurs, la déformation devient trop hétérogène pour que le modèle soit encore utilisable.

L'influence du rapport ξ des cissions critiques est beaucoup moins marquée sur les

prévisions des cisaillements (Fig. 4.51 et 52). En effet, les cisaillements ε^{*}_{12} issus de l'orientation C2 et de son symétrique sont identiques et en très bon accord avec les mesures expérimentales et ce, quelle que soit l'hypothèse envisagée. Les bandes se déforment alors sans incompatibilité de cisaillements à l'interface. Quant au cisaillement ε^{*}_{23}, il est de faible amplitude et son signe est fonction de l'orientation considérée. La combinaison d'un ε^{*}_{23} négatif dans les régions A et positif dans les régions B, correspond effectivement au cisaillement macroscopique légèrement négatif observé, puisque les régions A sont en plus forte proportion (Fig. 4.48).

Examinons à présent, les systèmes de glissement supposés actifs selon l'hypothèse GMF 112, ceux-ci sont, après un ε_{22} de 0.3,

- pour l'orientation C

$(0\ 1\ 1)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}]$ avec un $\dot{\gamma} = 1{,}16\ \dot{\varepsilon}$
$(1\ 2\ 1)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}]$ avec un $\dot{\gamma} = 0{,}74\ \dot{\varepsilon}$
$(\bar{2}\ 1\ 1)[1\ 1\ 1]$ avec un $\dot{\gamma} = 0{,}67\ \dot{\varepsilon}$

- pour l'orientation symétrique

$(\bar{1}\ 1\ 0)[1\ 1\ 1]$ avec un $\dot{\gamma} = 1{,}16\ \dot{\varepsilon}$
$(\bar{1}\ 2\ \bar{1})[1\ 1\ 1]$ avec un $\dot{\gamma} = 0{,}75\ \dot{\varepsilon}$
$(\bar{1}\ 1\ 2)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}]$ avec un $\dot{\gamma} = 0{,}67\ \dot{\varepsilon}$

Comme le montre la figure 4.49, les traces des plans de glissement observées dans les bandes de déformation sont celles des systèmes :

- $(0\ 1\ 1)[\bar{1}\ 1\ \bar{1}]$ dans les régions A,
- $(\bar{1}\ 1\ 0)[1\ 1\ 1]$ dans les régions B,

c'est-à-dire celles du système supposé le plus actif dans chaque bande selon l'hypothèse GMF 112.

Nous pouvons donc en conclure que pour des taux de compression $\varepsilon_{22} < 0.25$, le comportement plastique de chaque bande de déformation peut être décrit correctement par la généralisation du modèle de Taylor. De plus, les résultats sont conformes à l'hypothèse d'un glissement mixte plus facile sur les systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$ en conditions de glissement multiple.

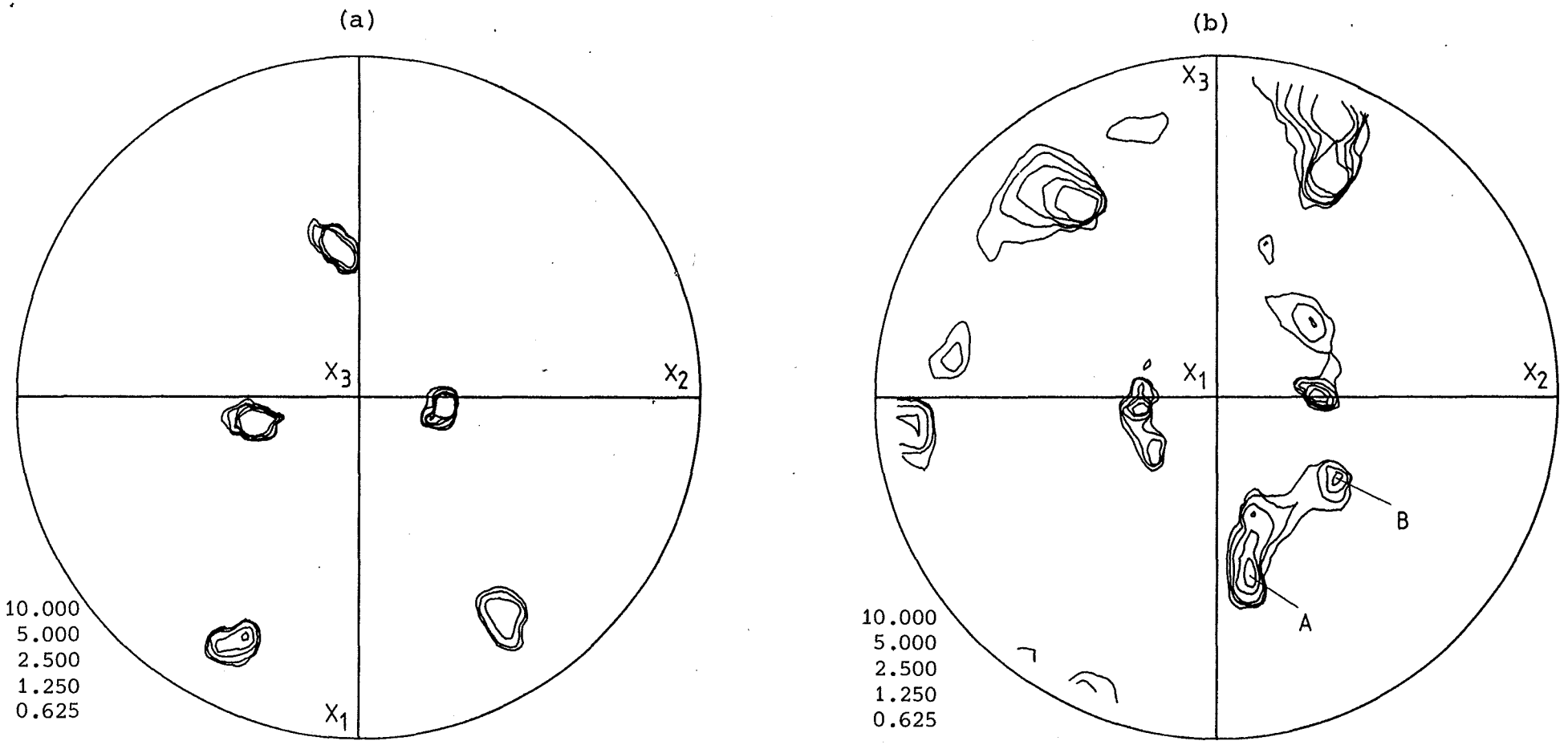


Figure 4.48 Figures de pôles {110} de la face de compression X_3 (a) et de la face transverse X_1 (b) du cristal C2 (Fe - 2,7 % Si) déformé à $\varepsilon_{22} = 0.51$.

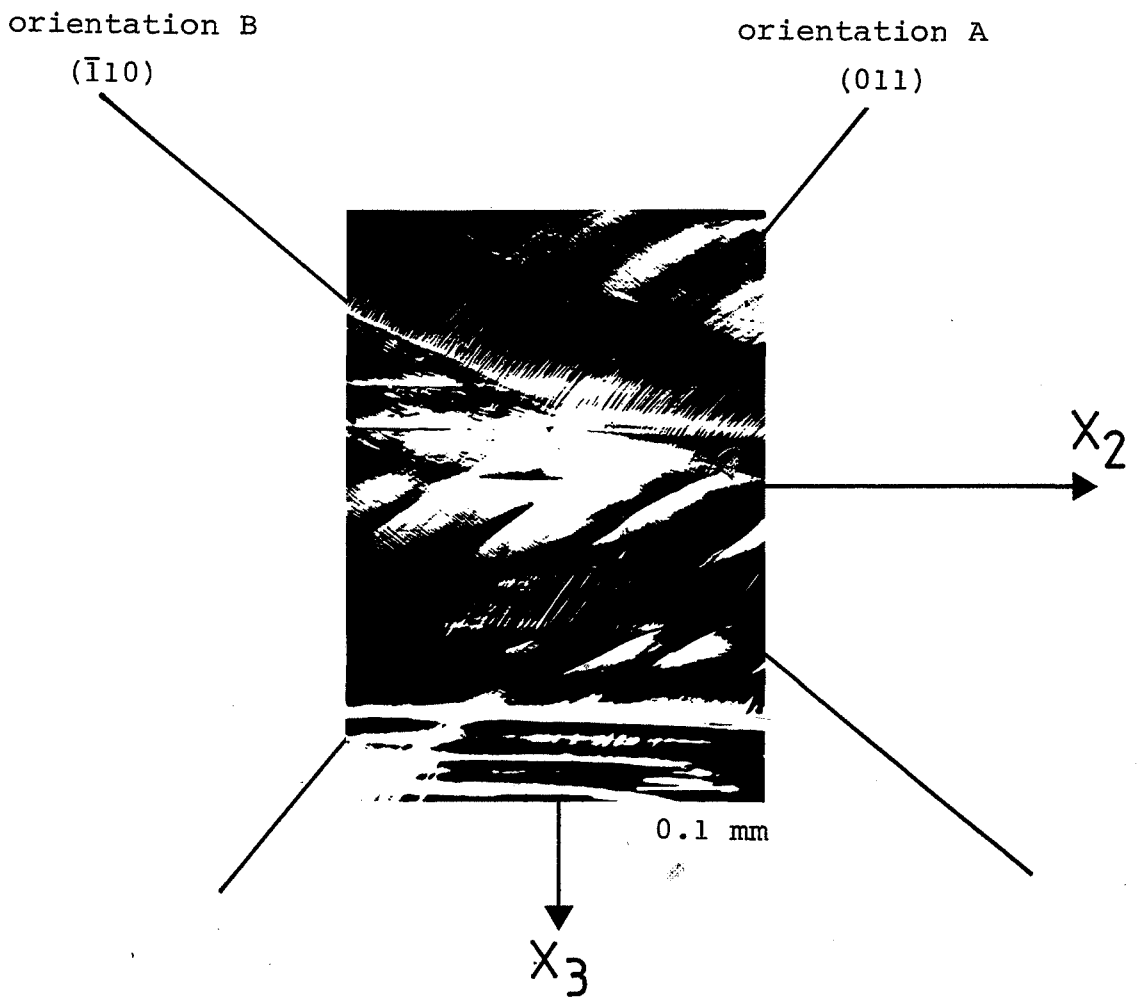


Figure 4.49 Bandes de déformation et traces des plans de glissement (0 1 1) et ($\bar{1}$ 1 0) sur la face $-X_1$ du cristal C2 d'orientation (0,54 0,33 0,77)[0,62 -0,78 -0,10] déformé de quelques pourcents après un $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$

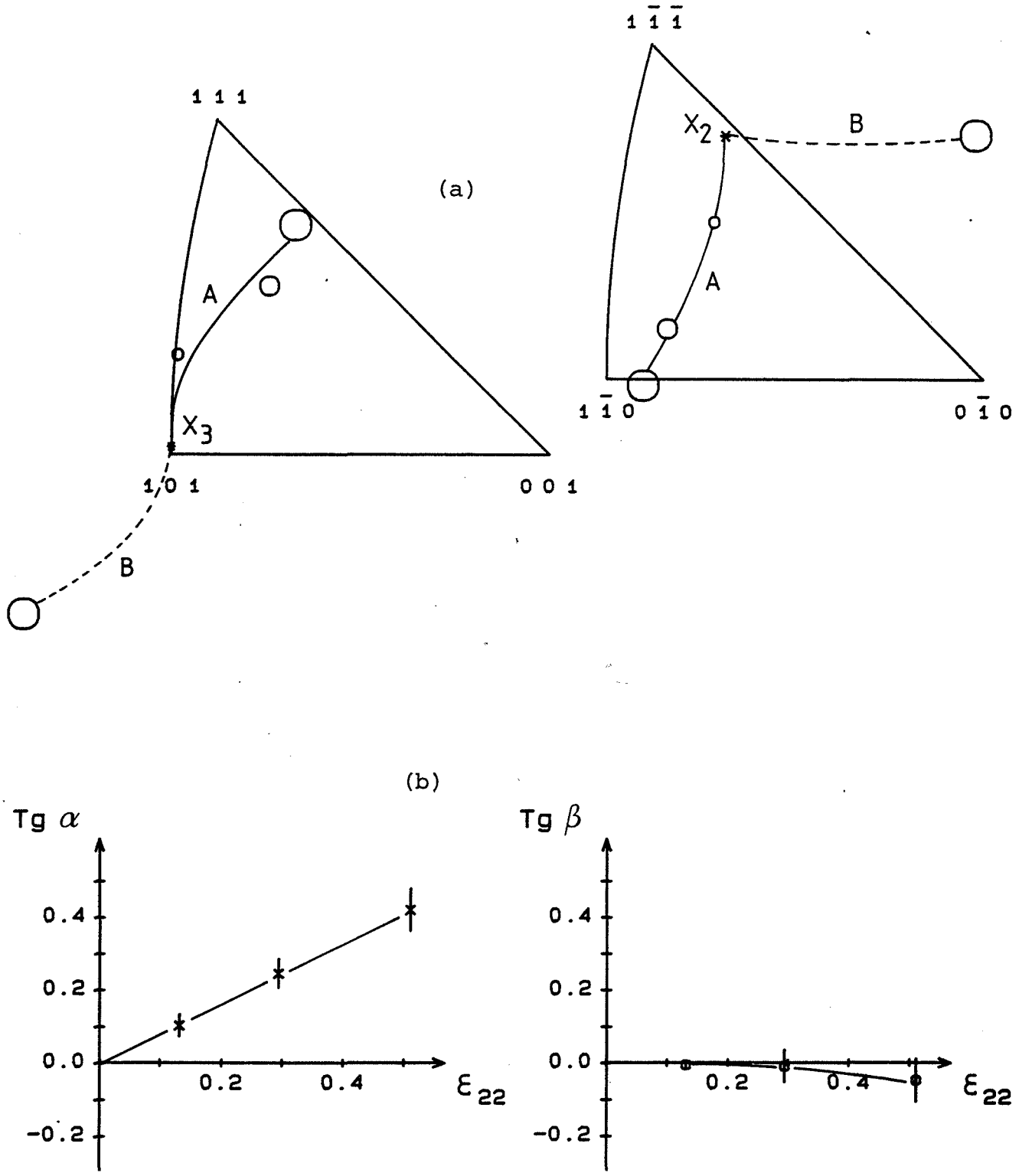


Figure 4.50 Rotations des axes X_3 et X_2 (a) et cisaillements (b) mesurés pour le cristal C2 d'orientation initiale (0,71 0,02 0,71)[0,49 -0,74 -0,47] pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5.

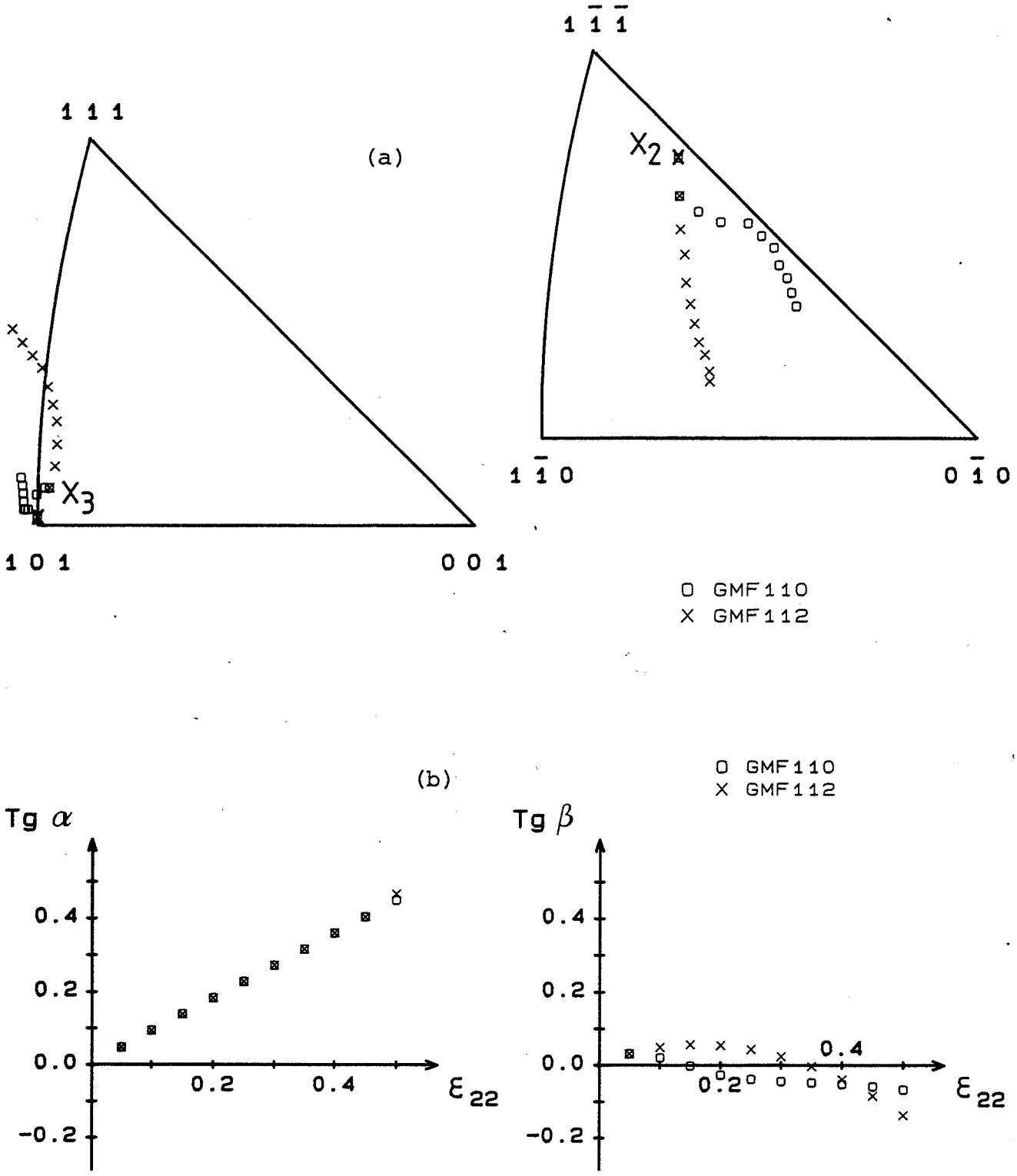


Figure 4.51 Rotation des axes X_3 et X_2 (a) et cisaillements (b), calculés selon les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 à partir de l'orientation initiale (0,71 0,02 0,71)[0,49 -0,74 -0,47] du cristal C2.

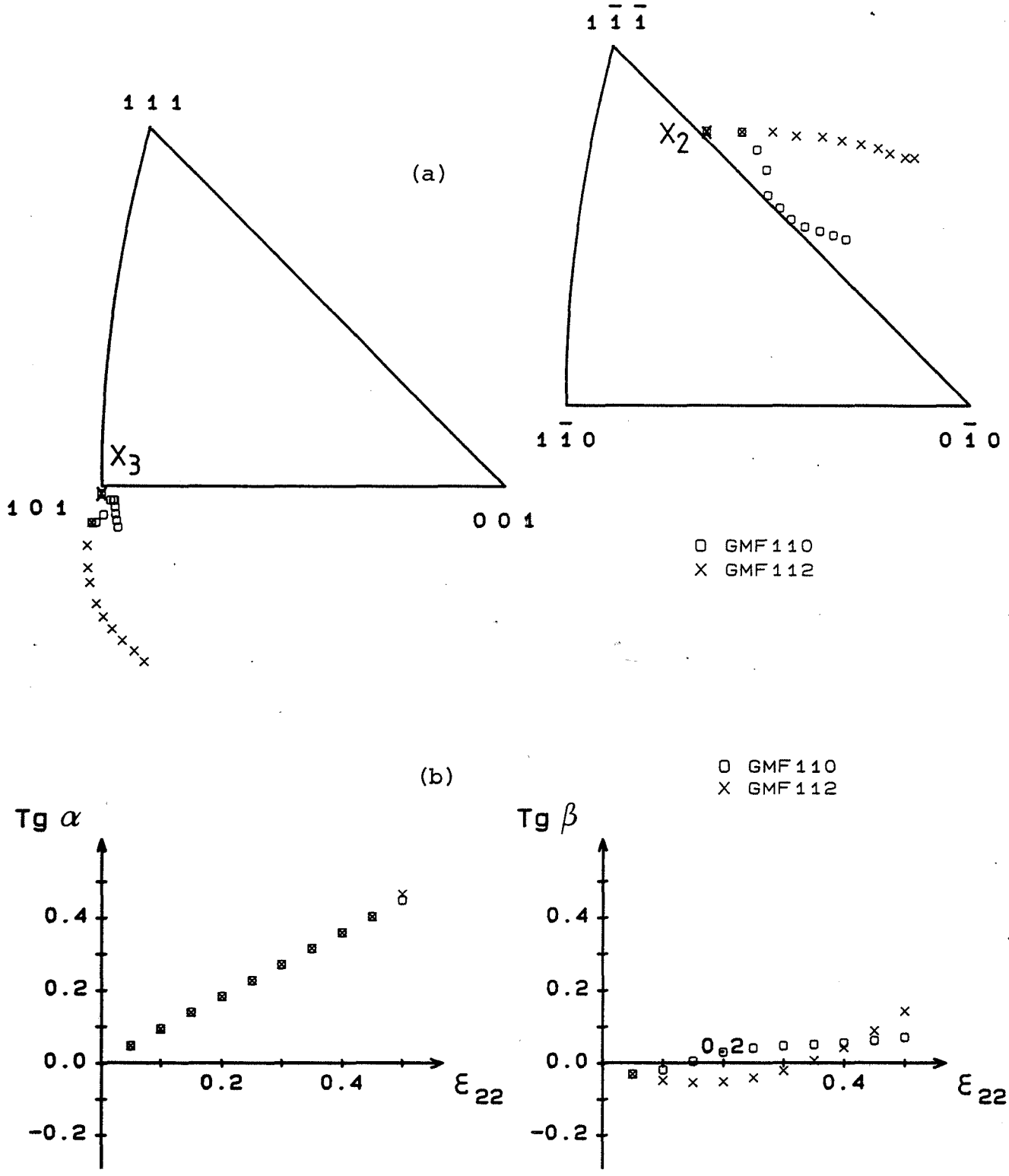


Figure 4.52 Rotation des axes X_3 et X_2 (a) et cisaillements (b) calculés selon les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 à partir de l'orientation symétrique (0,71 -0,02 0,71)[0,47 -0,74 -0,49] du cristal C2.

4.2.2 Orientation H ≃(1 1 0)[0 0 1]

Pour cette orientation, les cristaux de l'alliage Fe-Si se scindent en des quasi-bicristaux en cours de déformation, comme le montre la figure de pôles {110} réalisée au centre de la face de compression du cristal H1 (Fig. 4.5). Les mesures d'orientation effectuées sur chaque extrémité de l'échantillon (l'autre étant écrantée) permettent d'attribuer chacune des 2 composantes de la texture à une des extrémités. Cette décomposition résulte d'une réorientation des extrémités par rotations de celles-ci, en sens opposés autour de l'axe transverse. Les cristaux H1 et H2 (Fe - 2,8 % Si) tournent ainsi vers l'orientation (5 8 4)[$\bar{4}$ $\bar{2}$ 9] dans l'extrémité A et vers (6 7 $\bar{4}$)[1 2 5] dans l'extrémité B (Fig. 4.53) et présentent un cisaillement ε^*_{12} légèrement négatif et un ε^*_{23} nul (Fig. 4.54).

Si nous essayons de modéliser le comportement plastique de l'orientation H2 : (0,61 0,79 0)[-0,16 0,13 0,98], comme nous l'avons fait jusqu'à présent, à partir des 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112, nous constatons aussi bien au niveau des rotations que des cisaillements (Fig. 4.53 et 54) que les prévisions théoriques rendent effectivement compte des résultats expérimentaux obtenus pour l'extrémité A de ces cristaux de Fe-Si, à savoir : une rotation vers (5 8 4)[$\bar{4}$ $\bar{2}$ 9], un ε^*_{12} légèrement négatif et un ε^*_{23} passant par un minimum à $\varepsilon_{22} \simeq 0.2$.

Le comportement plastique de l'extrémité B du cristal H2 peut également s'expliquer à partir de ce modèle en considérant la position de symétrie exacte : (1 1 0)[-0,15 0,15 0,98] pour laquelle 4 systèmes de glissement 2 à 2 colinéaires sont actifs. En effet, pour l'orientation H décalée de 7° par rapport à la position de symétrie $\varphi_2 = 45°$, nous supposons que l'étalement de l'orientation dû à la déformation est suffisant pour dépasser cette ligne de symétrie (Fig. 4.55). Cet étalement est également accentué par les forces de frottement qui s'exercent en sens opposés d'un bout à l'autre du cristal. Cette dispersion entraine l'activation des systèmes de glissement colinéaires :

- (0 1 1)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1] + (1 1 2)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1] dans l'extrémité A pour laquelle $\varphi_2 < 45°$,
- ($\bar{1}$ 0 1)[1 1 1] + ($\bar{1}$ $\bar{1}$ 2)[1 1 1] dans l'extrémité B pour laquelle $\varphi_2 > 45°$.

L'activation de paires colinéaires différentes selon les extrémités accroit la désorientation d'une région par rapport à l'autre et favorise le phénomène de décomposition en un quasi-bicristal.

De cette façon, nous obtenons lors de la prévision du comportement plastique de l'extrémité B, pour les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 : une rotation vers $(6\ 7\ \bar{4})[1\ 2\ 5]$, un ε^*_{12} légèrement négatif et un ε^*_{23} passant par un maximum pour $\varepsilon_{22} \simeq 0.2$ (Fig. 4.56). Ceci correspond bien à la rotation des axes X_3 et X_2 mesurée dans cette partie du cristal. De plus, le cisaillement nul ε^*_{23} mesuré macroscopiquement résulte effectivement de celui se produisant dans l'extrémité A contrebalancé par celui de l'extrémité B.

Rappelons que, lors du laminage de monocristaux de Fe - Si, cette orientation Goss présente également une texture à 2 composantes symétriques du type {111}<112> et une microstructure en bandes de déformation (Chapitre 1.2.2). Carpay et al. (1975), lors de la compression plane de cristaux de molybdène, observent également, pour cette orientation $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$ une décomposition de l'échantillon en bandes de déformation dans lesquelles la direction de glissement est soit $[1\ 1\ 1]$ ou $[\bar{1}\ \bar{1}\ 1]$. Un même phénomène de décomposition, engendré par les forces de frottement, est également observé sur des métaux cubiques à faces centrées ; notamment, pour des cristaux Cu-8 % Al et Ag-4 % Sn d'orientation $(1\ 1\ 1)[1\ 1\ \bar{2}]$ déformés en compression plane (Wonsiewicz et Chin, 1970). Cette orientation est traitée en détails en annexe 2 pour un cristal d'aluminium. Il faut signaler que ces orientations $(1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$ dans le cas des métaux c.c. et $(1\ 1\ 1)[1\ 1\ \bar{2}]$ pour les métaux c.f.c., présentent toutes les deux comme plan de compression un plan de glissement, et comme direction d'allongement une bissectrice de 2 directions de glissement.

Quant au cristal H3 en niobium d'orientation (0,59 0,81 0,02)[-0,17 0,10 0,98], il ne présente aucun phénomène de décomposition comme le montre la figure de pôles {110} après un $\varepsilon_{22} = 0.5$ (Fig. 4.57). Ce cristal tourne vers une orientation unique $(5\ 8\ 4)[\bar{4}\ \bar{2}\ 9]$ et présente un cisaillement ε^*_{12} légèrement négatif et un ε^*_{23} positif (Fig. 4.58). Ces résultats sont identiques à ceux obtenus pour l'extrémité A des cristaux de Fe-Si.

Cette variation du comportement plastique pour une même orientation en fonction du matériau provient d'une forte différence au niveau des contraintes d'écoulement, et des forces de frottement s'exerçant à la surface du cristal. Ces dernières étant plus faibles dans le cas du Nb que du Fe-Si, ne sont pas suffisantes pour provoquer une dispersion d'orientation de part et d'autre de la position de symétrie $\varphi_2 = 45°$ (Fig. 4.55).

Si nous examinons les prévisions théoriques obtenues à partir de toutes les hypothèses (Fig. 4.59), nous constatons à nouveau que la majorité d'entre elles (110 + ROCHE + GMF 110 + GME + GM + GMF 112 + PENCIL) donnent des prévisions identiques et en très bon accord avec l'expérience que ce soit au niveau des rotations et des cisaillements, à condition de ne pas trop favoriser le glissement sur les systèmes {112}<111>(cf. CARPAY, 112).

Nous pouvons en conclure que bien que cette orientation se déforme de façon hétérogène dans le cas de l'alliage Fe-Si, son comportement plastique peut néanmoins être décrit par le modèle utilisé dans ce travail en considérant que chaque extrémité se comporte comme s'il s'agissait d'un cristal à part entière.

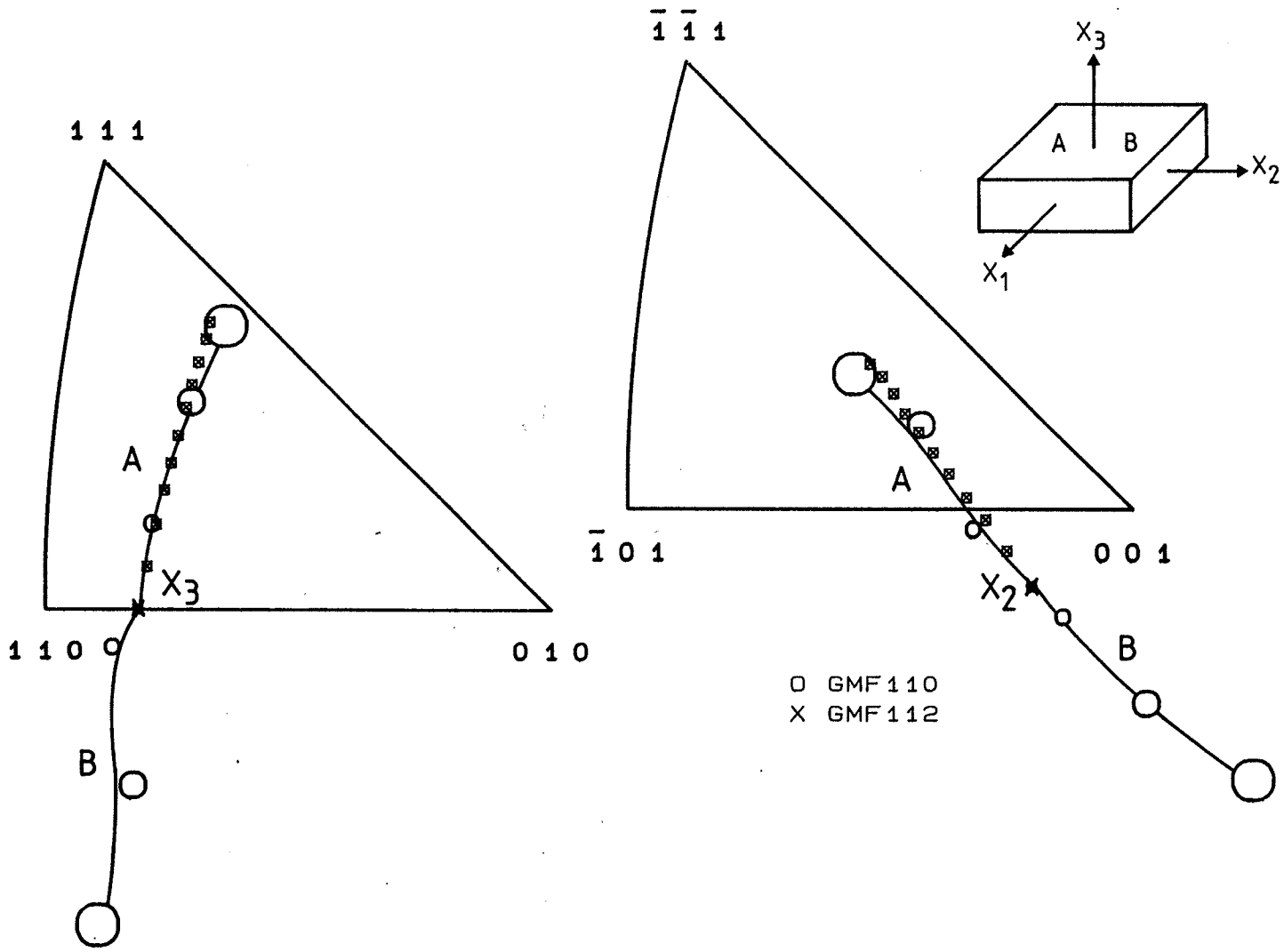


Figure 4.53 Rotations des axes de compression X_3 et d'allongement X_2 mesurées pour les extrémités A et B à des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5, et calculées à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 pour le cristal H2 (Fe - 2,8 % Si) d'orientation initiale (0,61 0,79 0)[-0,16 0,13 0,98].

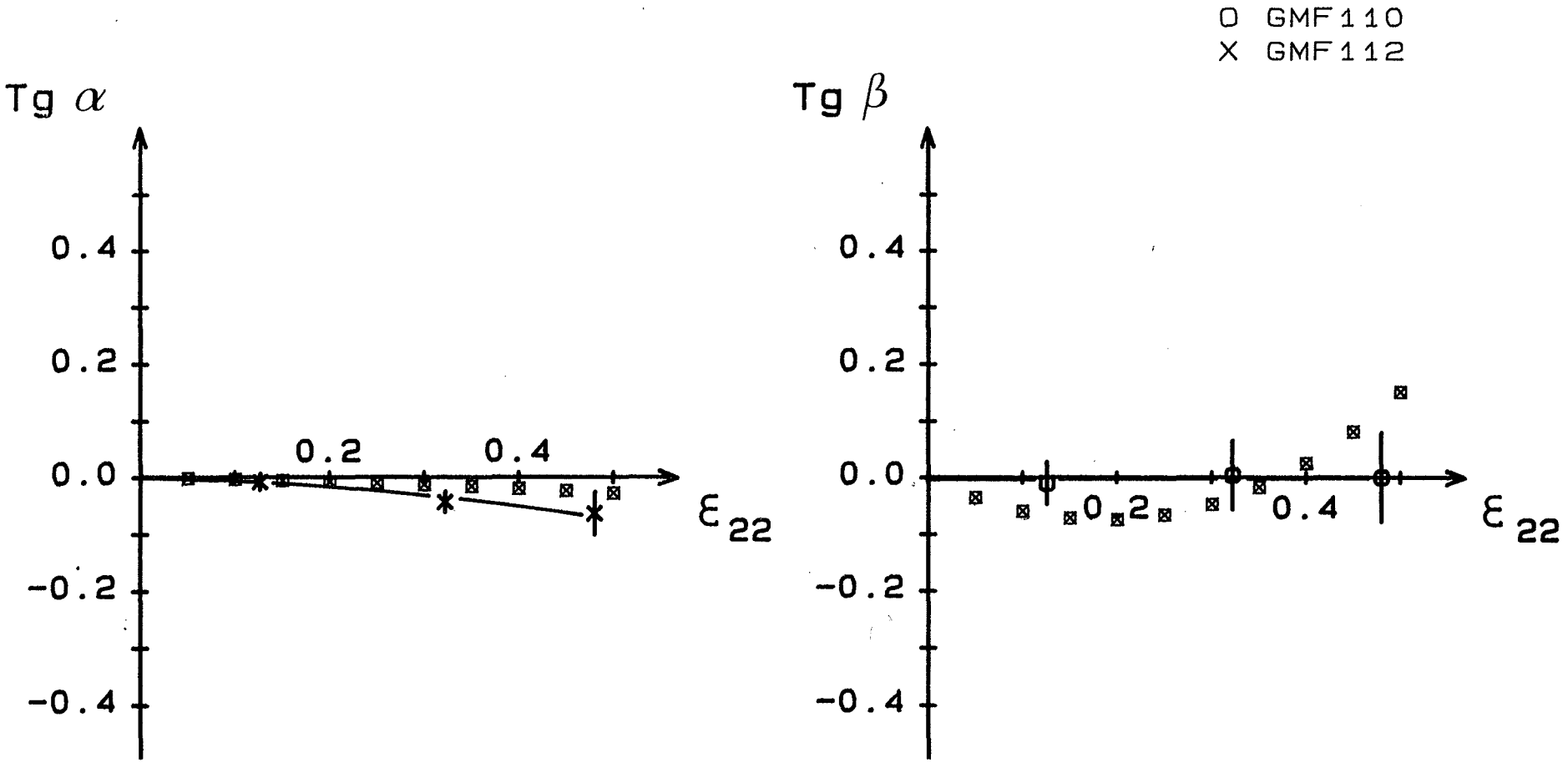


Figure 4.54 Cisaillements ε^*_{12} = 1/2 tg α et ε^*_{23} = 1/2 tgβ mesurés expérimentalement, et calculés à partir des hypothèses GMF 110 et GMF 112 en fonction de la déformation pour le cristal H2 (Fe - 2,8 % Si) d'orientation initiale (0,61 0,79 0)[-0,16 0,13 0,98].

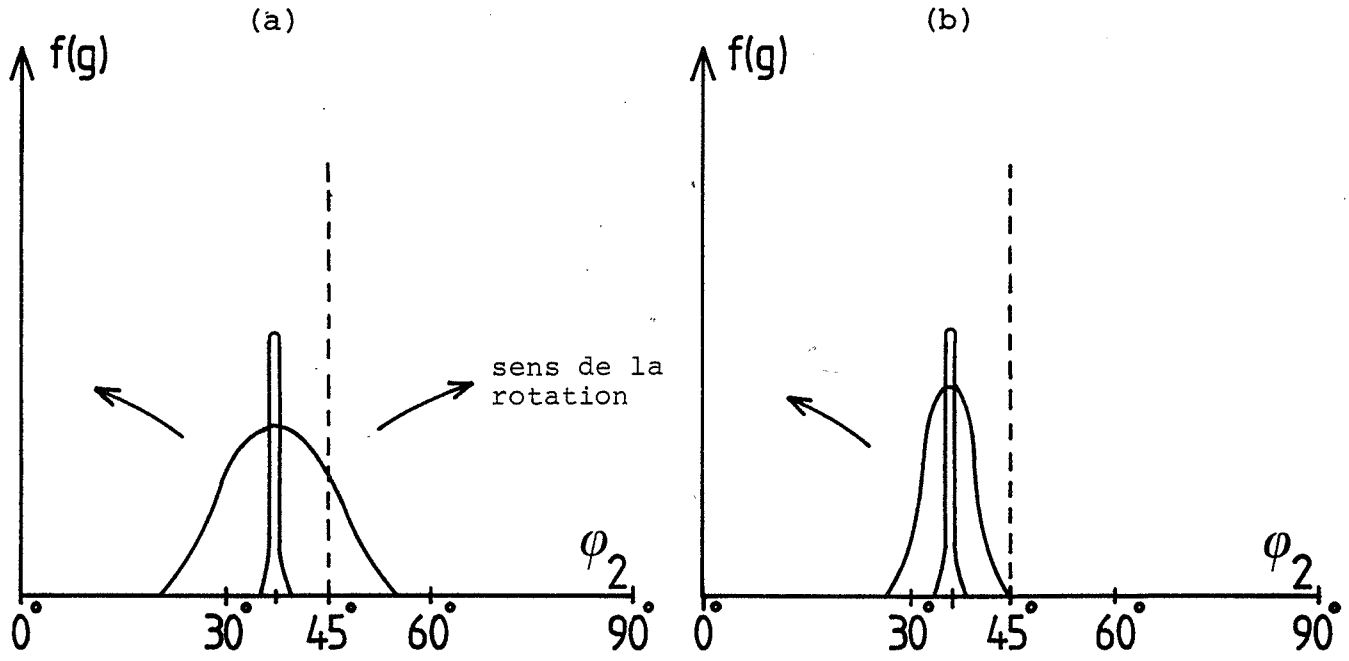


Figure 4.55 Schématisation de la décomposition de l'orientation H, suite à l'élargissement de la fonction de distribution d'orientation f(g) dans le cas du Fe - Si (a) et du Nb (b).

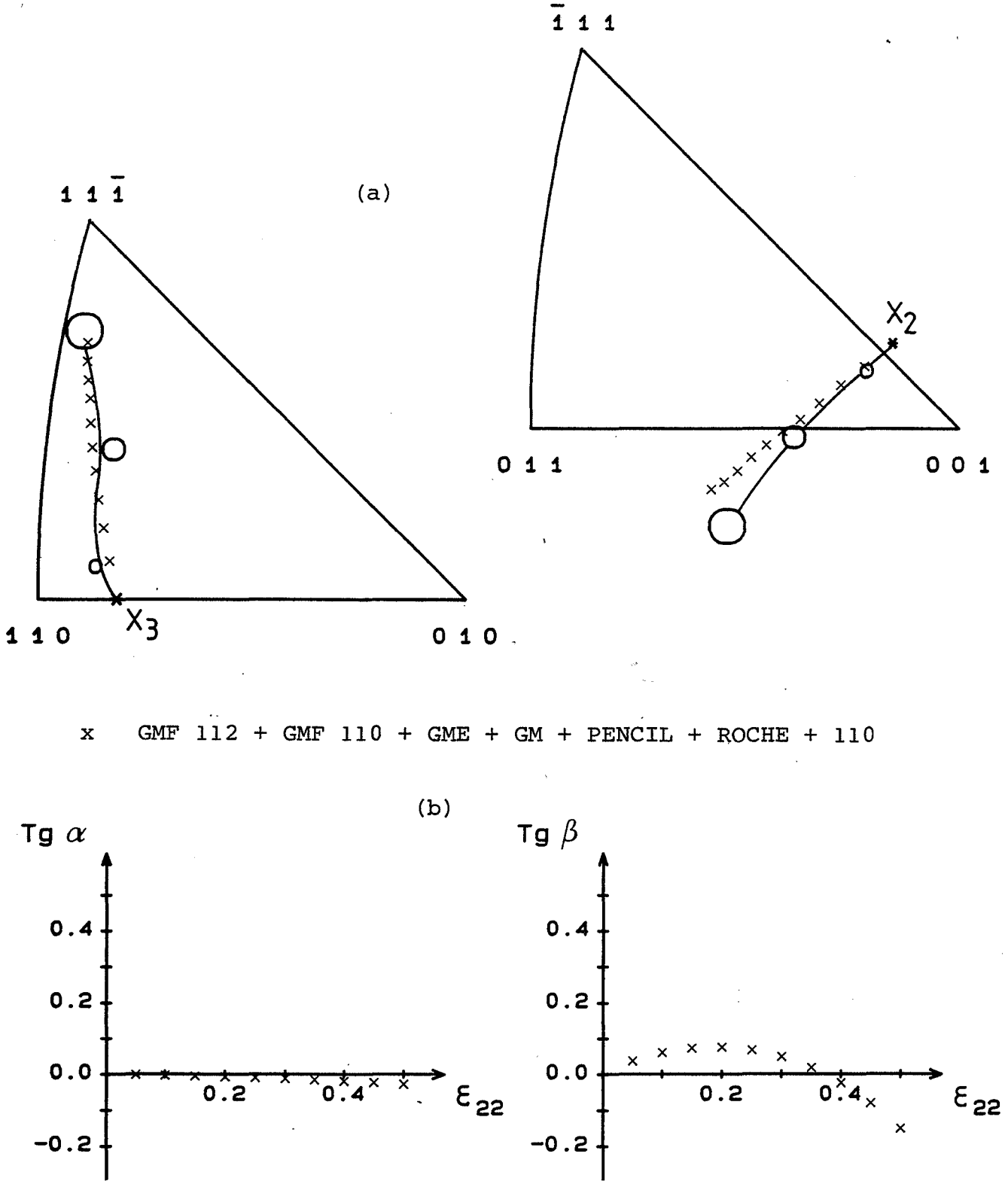


Figure 4.56 Rotation des axes X_3 et X_2 (a) et cisaillements (b) mesurés pour l'extrémité B du cristal H2 et calculés à partir des principales hypothèses en supposant que les systèmes colinéaires $(\bar{1}\ 0\ 1)[1\ 1\ 1]$ et $(\bar{1}\ \bar{1}\ 2)[1\ 1\ 1]$ sont actifs dans celle-ci.

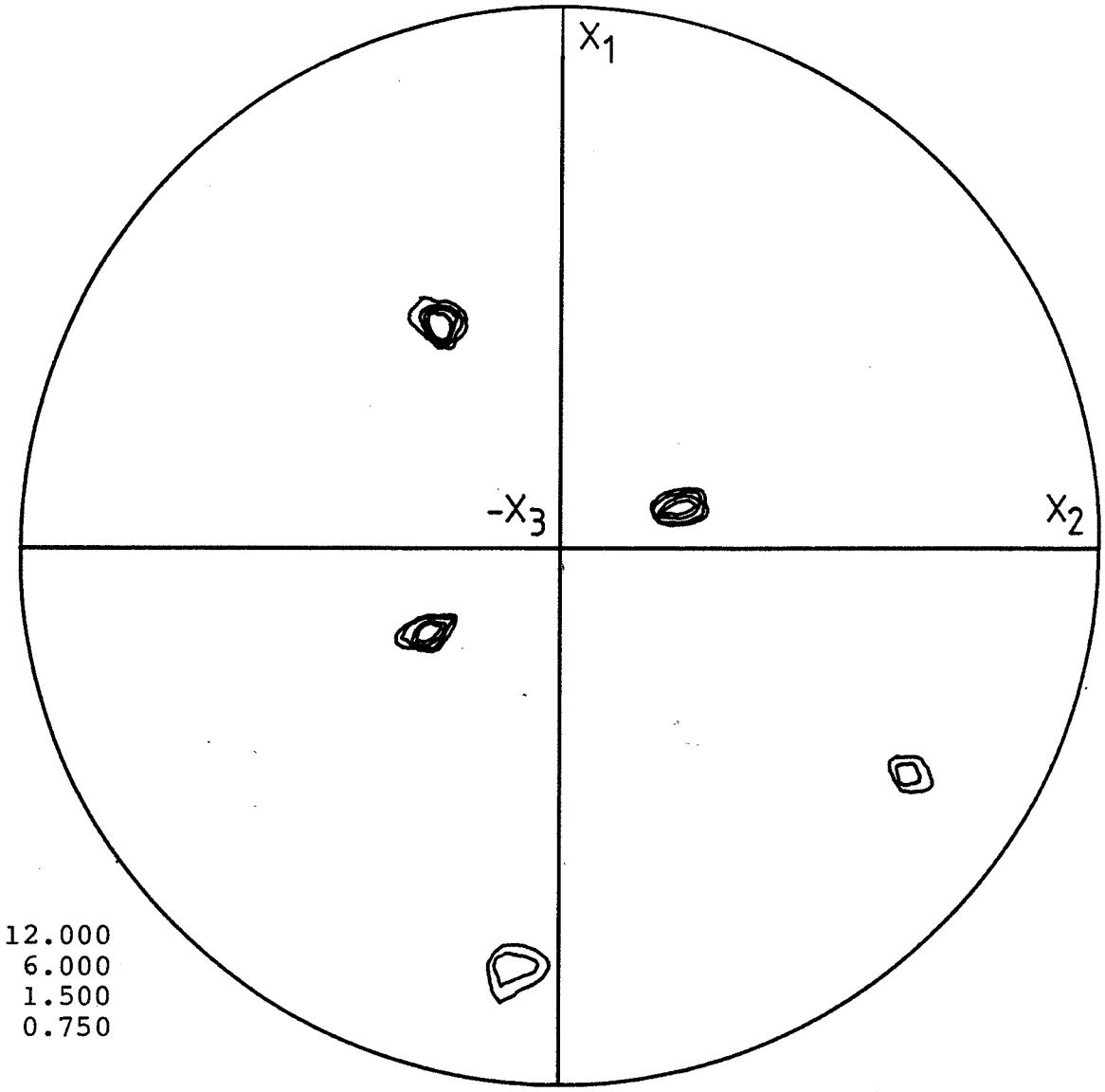


Figure 4.57 Figure de pôles {110} du monocristal H3 (Nb) d'orientation (0,46 0,78 0,42)[-0,39 -0,24 0,89] déformé à $\varepsilon_{22} = 0.5$.

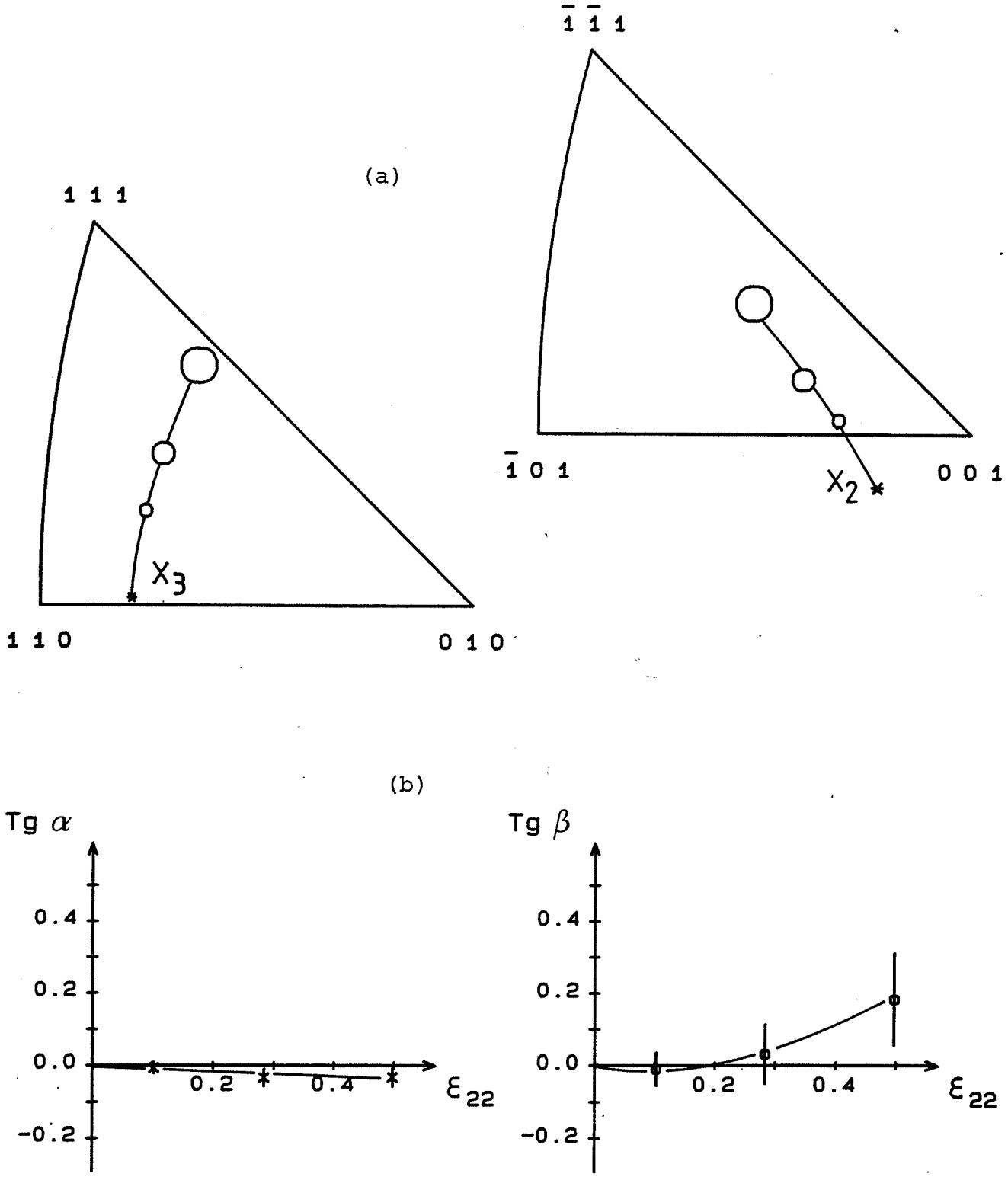


Figure 4.58 Rotation des axes X_3 et X_2 (a) et cisaillements (b) mesurés pour le cristal H3 (Nb) d'orientation initiale (0,59 0,81 0,02)[-0,17 0,10 0,98] pour des taux de déformation de ≃ 0.1, 0.3 et 0.5.

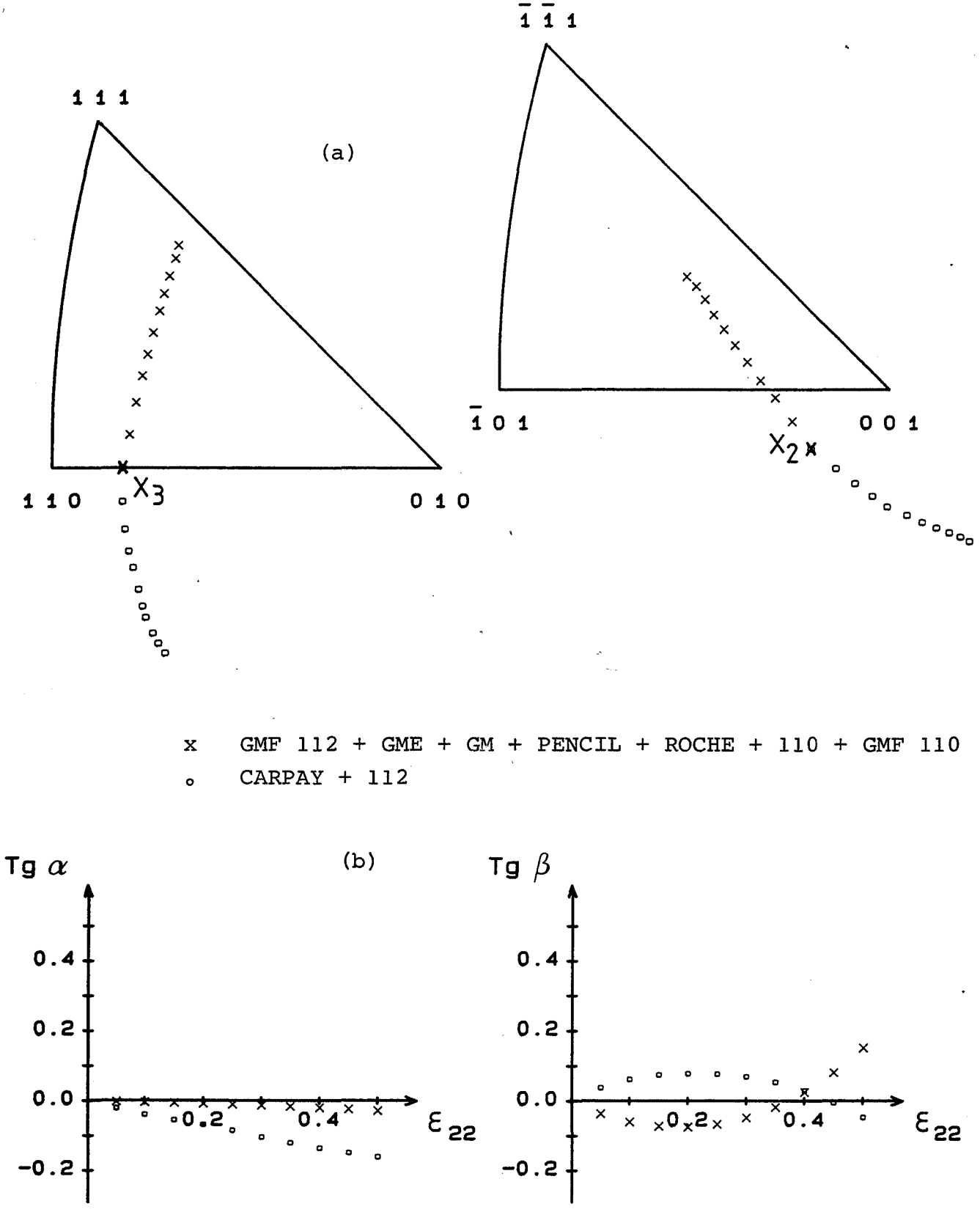


Figure 4.59 Influence des systèmes de glissement et de leurs cissions critiques sur la rotation des axes X_3 et X_2 (a) et sur les cisaillements (b) en cours de déformation pour le cristal H2.

4.2.3 Orientation G ≈(2 3 0)[$\bar{3}$ 2 0]

Pour cette orientation, nous avons testé 2 cristaux de Fe-Si d'orientations initiales identiques à 2° près et de compositions voisines : G1 à 2,8 % Si et G2 à 2,7 % Si.

Tout d'abord, nous constatons que les courbes contrainte - déformation de ces cristaux sont particulières (Fig. 4.1 et 2). Celles-ci se caractérisent par une contrainte d'écoulement initiale trés élevée ≃ 800 MPa et un taux d'écrouissage faible en cours de déformation. De plus, quelle que soit la région de l'échantillon analysée, ces cristaux présentent de fortes hétérogénéités de déformation.

D'une part, le cristal G1 présente, en cours de compression, un élargissement considérable des pics de diffraction, desquels 2 orientations principales A et B se dégagent (Fig. 4.60 (a)). A ces dernières sont associées une rotation importante des axes X_3 et X_2 vers (1 2 1)[$\bar{3}$ 1 1] dans les zones A et une rotation plus faible vers (3 4 0)[$\bar{4}$ 3 0] dans les zones B (Fig. 4.60 (b)). D'autre part, le cristal G2 présente également un étalement des pics de diffraction, mais moins important et centré sur une orientation unique (Fig. 4.61(a)). La rotation cristalline associée des axes X_3 et X_2 se fait vers (2 5 1)[$\bar{3}$ 1 1](Fig. 4.61(b)).

Cette décomposition de l'orientation provient de l'alternance de zones fortement cisaillées avec des zones faiblement déformées à travers le cristal (Fig. 4.62). L'examen microscopique des traces des plans de glissement a permis d'identifier les systèmes actifs, à savoir : (0 1 1)[$\bar{1}$ $\bar{1}$ 1] et (2 1 1)[1 $\bar{1}$ $\bar{1}$]. En outre, les micrographies révèlent des lignes de glissement confinées dans des bandes de cisaillement, mais également présentes en nombre plus faible et réparties de façon homogène dans les zones adjacentes. Ces traces sont identifiées comme étant celles des plans (0 1 1) et (2 1 1) sur la figure 4.63.

La localisation du glissement dans des bandes se traduit également par une déformation hétérogène des grilles de référence sur les faces X_3 et X_1 (Fig. 4.64). En effet, si les cisaillements ε^*_{12} et ε^*_{23} sont respectivement quasi-nul et légèrement négatif dans les zones faiblement déformées, les bandes de glissement induisent un cisaillement ε^*_{12} négatif sur la face X_3 et un ε^*_{23} fortement négatif sur la face X_1. L'aspect en marche d'escalier de la grille sur la face X_1 s'explique fort bien par une déformation très importante de celle-ci au niveau de la bande de cisaillement et beaucoup plus faible dans le reste du cristal (Fig. 4.65).

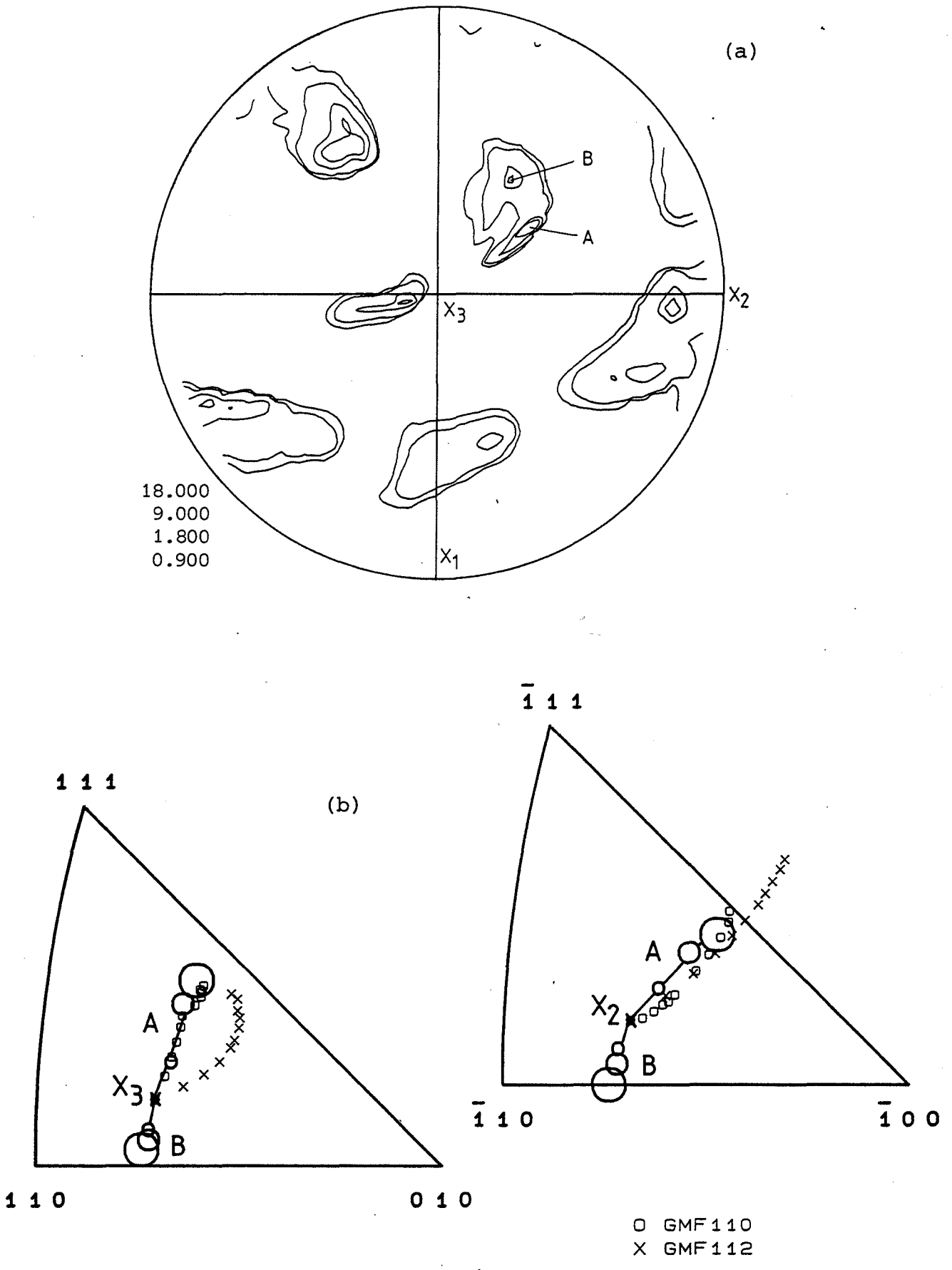


Figure 4.60 Figure de pôles {110} à ε_{22} = 0.49 (a) et (b) rotation des axes X_3 et X_2 mesurée et calculée pour le cristal G1 (Fe - 2,8 % Si) d'orientation initiale (0,54 0,84 0,13)[-0,84 0,52 0,12].

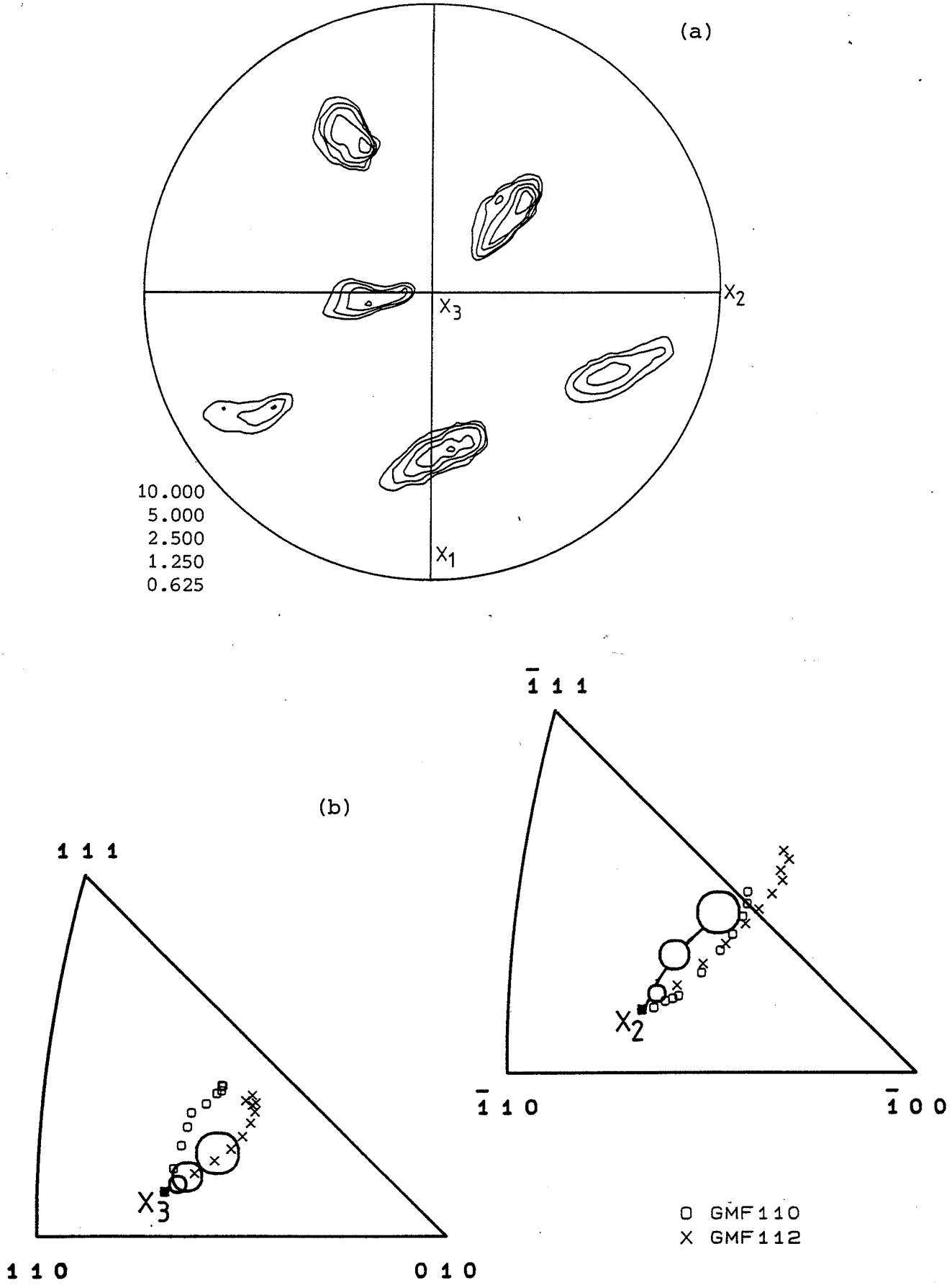


Figure 4.61 Figure de pôles {110} à ε_{22} = 0.48 (a) et (b) rotation des axes X_3 et X_2 mesurée et calculée pour le cristal G2 (Fe - 2,7 % Si) d'orientation initiale (0,52 0,85 0,09)[-0,85 0,51 0,12].

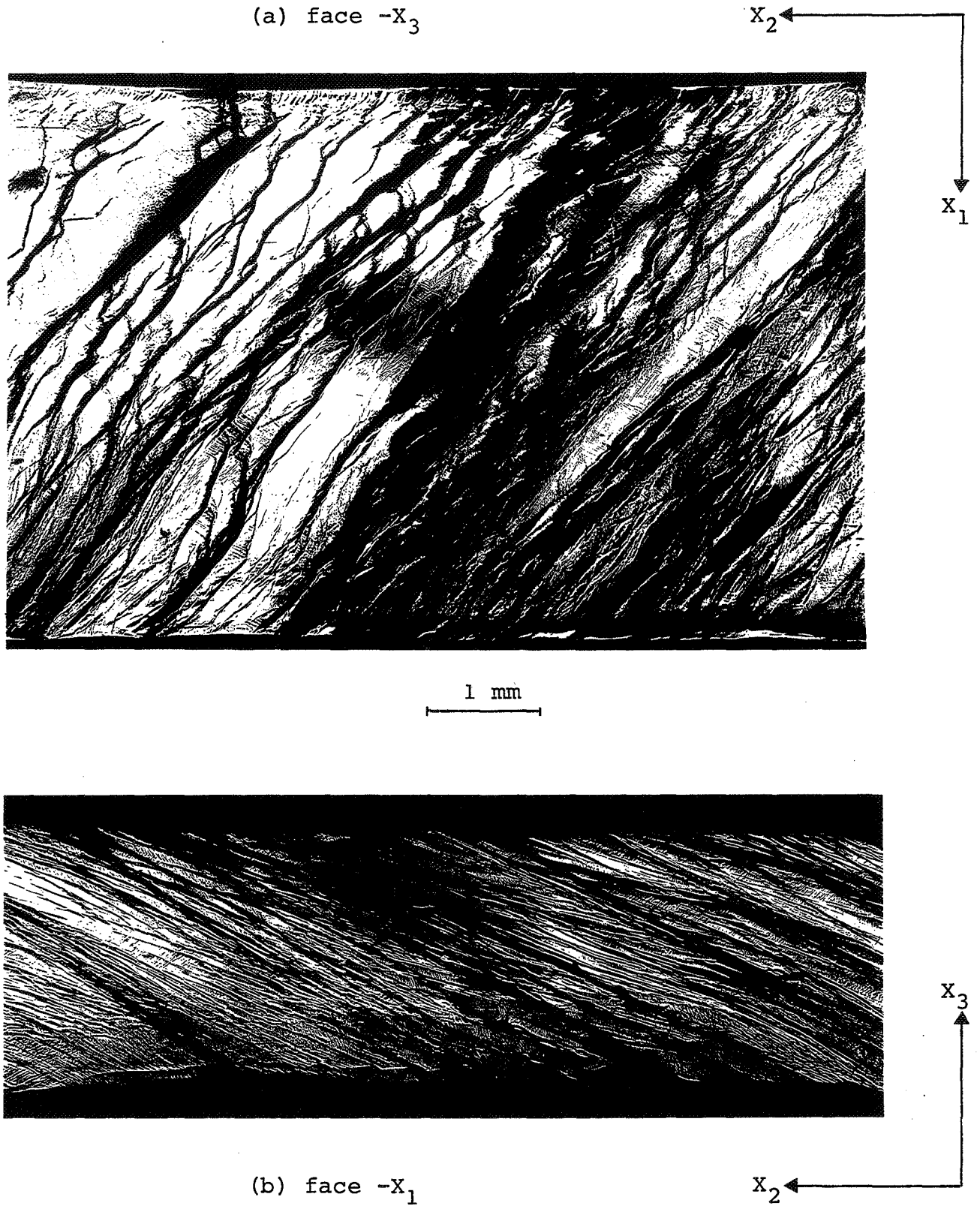


Figure 4.62 Bandes de cisaillement sur les faces $-X_3$ (a) et $-X_1$ (b) du cristal G2 d'orientation (0,43 0,89 0,16)[-0,88 0,37 0,31] déformé à ε_{22} = 0.48.

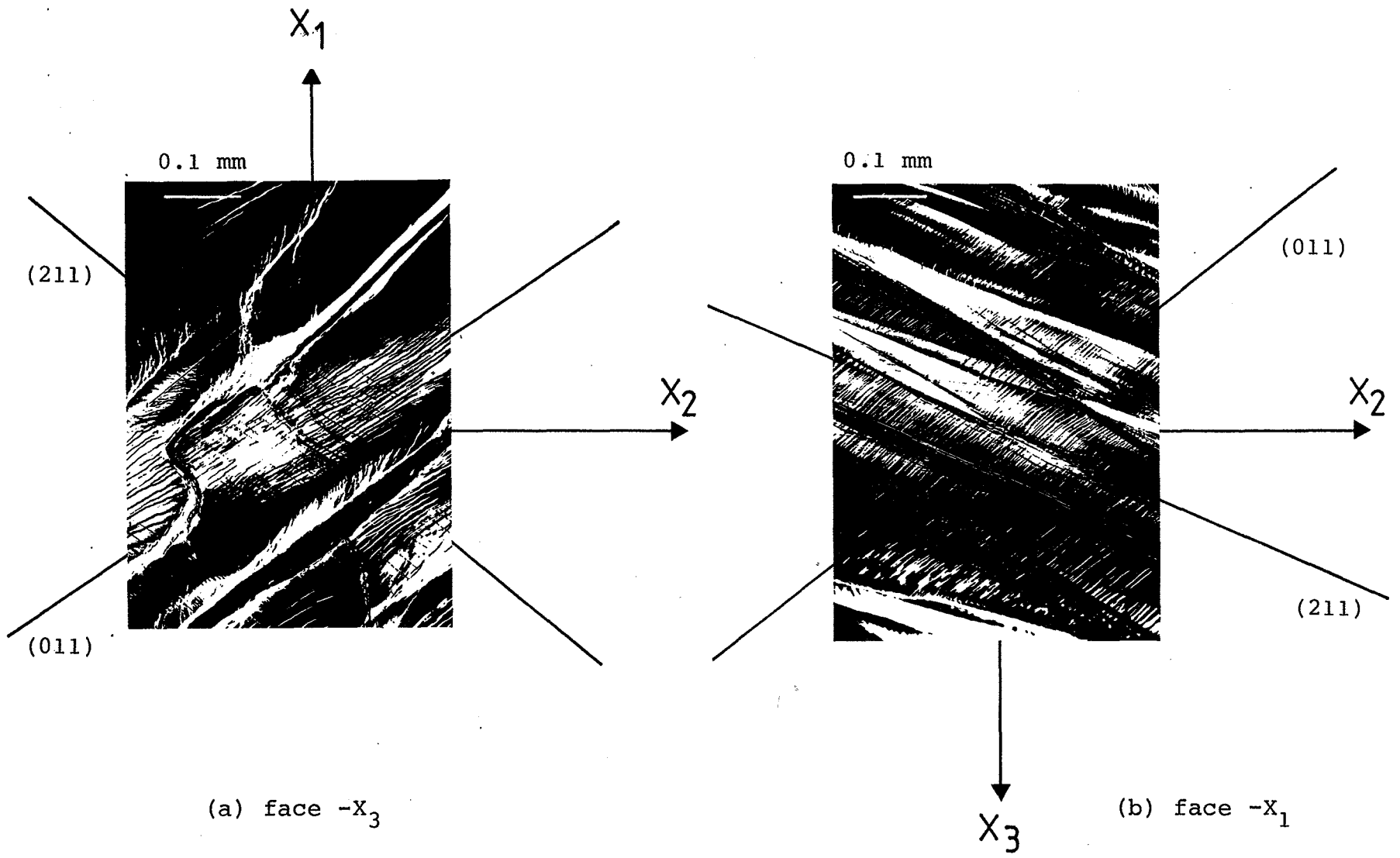


Figure 4.63 Traces des plans de glissement (0 1 1) et (2 1 1) sur les faces $-X_3$ (a) et $-X_1$ (b) pour le cristal G2 d'orientation (0,49 0,87 0,12)[-0,86 0,46 0,22] déformé de quelques pourcents après un $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$.

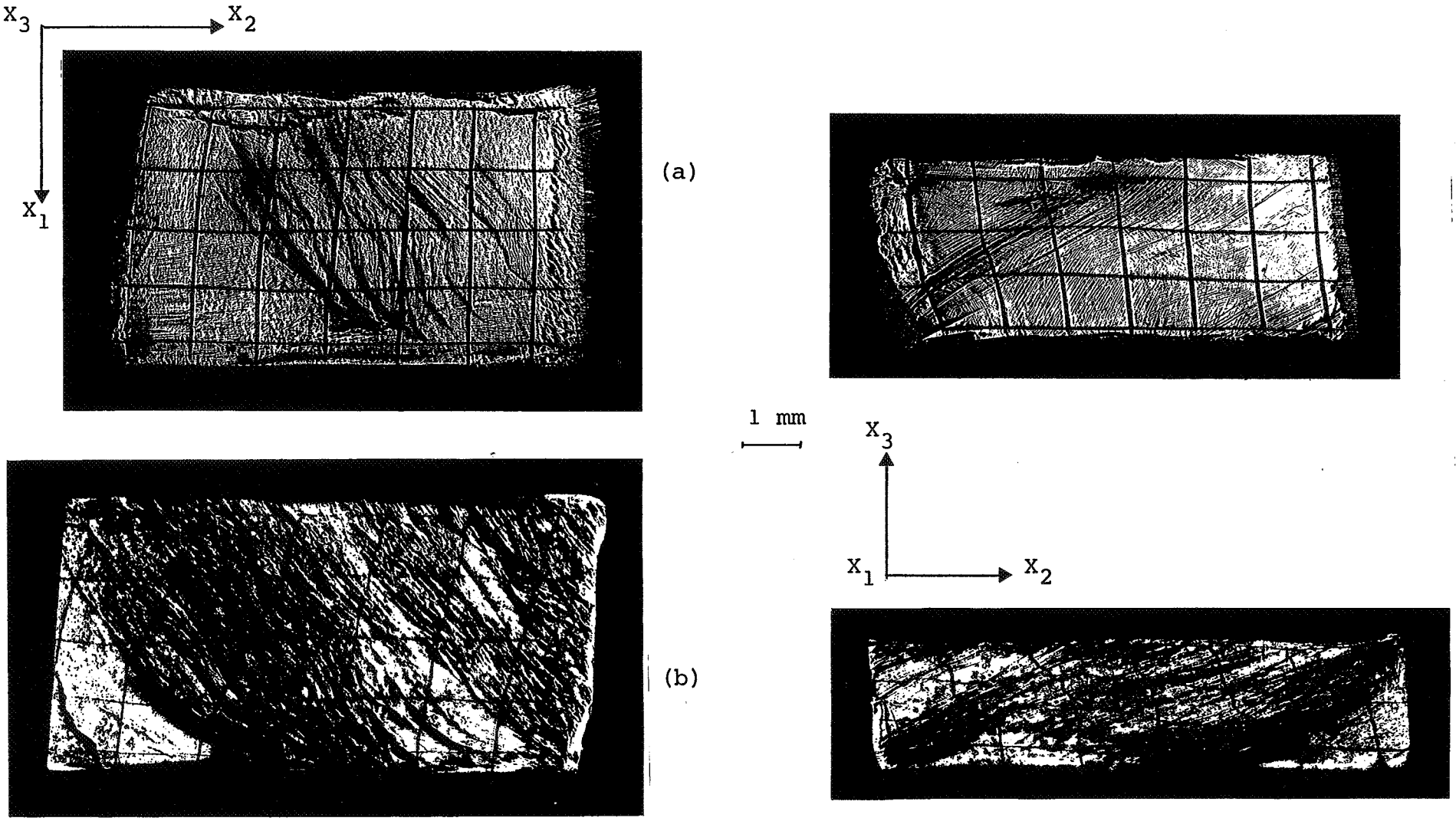


Figure 4.64 Déformation fortement hétérogène des grilles de référence sur les faces X_3 et X_1 du cristal G2 déformé à $\varepsilon_{22} = 0.14$ (a) et $\varepsilon_{22} = 0.48$ (b).

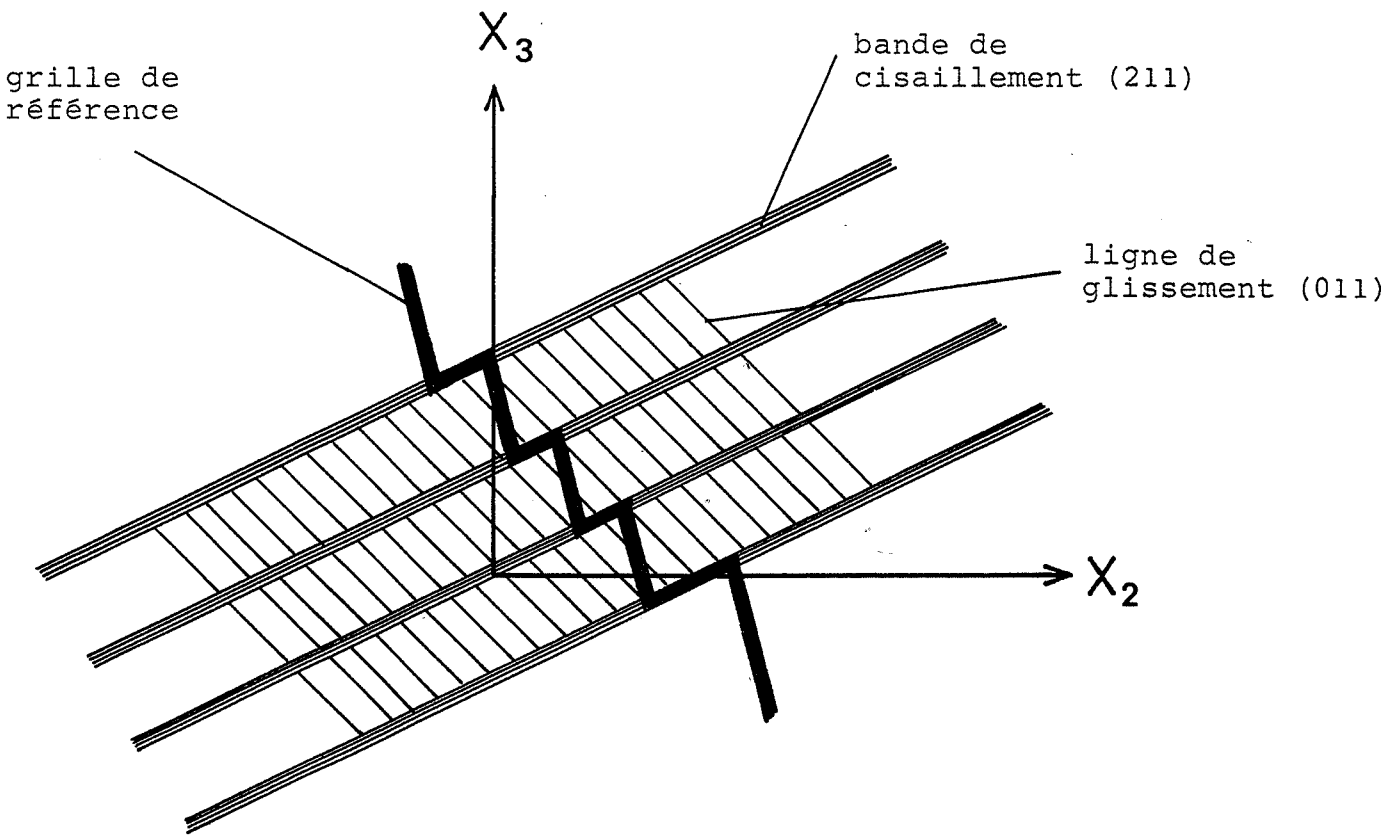


Figure 4.65 Schématisation de la déformation de la grille de référence sur la face X_1 du cristal G2 déformé à $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$.

La modélisation du comportement plastique de cette orientation par les 2 hypothèses GMF 110 et GMF 112 devient hasardeuse. En effet, comme le montre les figures 4.60 et 61, la comparaison entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux au niveau des rotations cristallines n'apporte plus aucune information exploitable quant à la validité des 2 hypothèses. De même, les systèmes de glissement observés sont effectivement supposés actifs par l'une ou l'autre hypothèse mais ne correspondent à aucune en particulier.

Nous pouvons en conclure que le choix et la localisation du système de glissement prédominant pour cette orientation est très sensible à de petites variations de contraintes.

4.2.4 Conclusions

Bien que l'orientation $H \simeq (1\ 1\ 0)[0\ 0\ 1]$ présente une forte hétérogénéité de déformation, la généralisation du modèle de Taylor à l'essai de compression plane peut encore s'appliquer à la modélisation du comportement plastique de celle-ci. En effet, le cristal se scinde en 2 selon ses extrémités suite aux forces de frottement qui provoquent dans chacune d'elles, l'activation d'une des 2 paires de systèmes de glissement colinéaires correspondant à la position de symétrie voisine. Chaque partie est alors traitée comme un monocristal à part entière pour lesquelles les prévisions issues des hypothèses GMF110 et GMF 112 sont identiques et en très bon accord avec la rotation cristalline et les cisaillements mesurés dans chaque extrémité.

De même, le comportement plastique de l'orientation $C \simeq (1\ 0\ 1)[2\ \bar{3}\ \bar{2}]$ pour laquelle des bandes de déformation se développent dans l'épaisseur du cristal, est correctement décrit par notre modèle jusqu'à des taux de déformation de 0.25. De plus, les prévisions des cisaillements et, principalement, des rotations sont d'autant meilleures que le glissement mixte est plus facile sur les systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$. Ceci corrobore nos résultats précédents, puisque pour ces cristaux, les systèmes actifs dans chaque bande ont des directions de glissement sécantes.

Quant aux cristaux d'orientation $G \simeq (2\ 3\ 0)[\bar{3}\ 2\ 0]$, ils se caractérisent par la localisation préférentielle du glissement dans des bandes de cisaillement. De ce fait, la déformation est trop hétérogène pour que le modèle puisse s'appliquer aux prévisions du comportement plastique de ces cristaux.

* *
*

CHAPITRE 5

DISCUSSION ET CONCLUSIONS

Le but de ce travail était d'analyser et de modéliser le comportement plastique de cristaux cubiques centrés soumis à de grandes déformations :

- d'un point de vue expérimental, par une caractérisation aussi complète que possible de la déformation de monocristaux de Fe-Si et de Nb lors d'un essai de compression plane,
- d'un point de vue théorique, par la prévision des observations expérimentales à partir du modèle généralisé de Taylor-Bishop-Hill dans l'hypothèse d'un glissement mixte sur les systèmes {110}<111> et {112}<111>.

Cette étude s'insère dans le cadre d'une meilleure prévision des textures de laminage de ces métaux à partir d'une compréhension approfondie des mécanismes individuels de déformation des grains qui constituent l'aggrégat. Un travail similaire réalisé sur des cristaux d'aluminium avait fourni de bonnes bases quant à la prévision des textures observées lors du laminage pour les métaux cubiques à faces centrées (Skalli, 1984), (Fortunier, 1987).

Il faut rappeler que notre modélisation du comportement plastique des monocristaux est fondée sur les hypothèses suivantes :

- le cristal se déforme par glissements cristallographiques obéissant à la loi de Schmid,
- la déformation s'effectue de façon homogène sous l'action de contraintes uniformément réparties.

De plus, étant donné que nous nous intéressons uniquement aux grandes déformations, la partie élastique est négligée de sorte que le matériau est considéré comme rigide-plastique.

* *
*

5.1 SURFACES D'ECOULEMENT PLASTIQUE DE MONOCRISTAUX CUBIQUES CENTRES POUR LE GLISSEMENT MIXTE SUR LES SYSTEMES {110}<111>ET {112}<111>

Les phénomènes de textures et d'anisotropie plastique des matériaux métalliques sont étroitement liés aux propriétés plastiques des grains qui les constituent. Ces propriétés dépendent essentiellement de la forme et de la composition de la surface d'écoulement plastique du cristal. Nous avons donc étudié celle des cristaux cubiques centrés pour le glissement sur les plans {110} et {112} comme une fonction du rapport ξ des cissions résolues critiques de ces 2 types de systèmes ($\xi = \tau_c^{\{112\}}/\tau_c^{\{110\}}$).

L'utilisation de la loi de Schmid nous a permis de construire une telle surface d'écoulement, c'est-à-dire de déterminer tous les états de contrainte provoquant la plastification du matériau. Le lien entre les variables macroscopiques telles que le tenseur des contraintes de Cauchy σ et le tenseur des vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$, et les variables microscopiques que sont les cissions résolues des systèmes de glissement τ_c et les vitesses de glissement sur ces systèmes $\dot{\gamma}$ se fait par l'intermédiaire des facteurs de Schmid généralisés. Ces derniers caractérisent l'orientation des systèmes de glissement par rapport à la sollicitation. L'espace des contraintes utilisé est un espace orthonormé de dimension 5. En effet, de par les hypothèses d'un volume constant en cours de déformation plastique et d'une pression hydrostatique sans influence sur l'écoulement plastique, seules 5 composantes des tenseurs $\dot{\epsilon}$ et σ sont indépendantes.

Dans un premier temps, nous avons vérifié que le domaine d'existence de ce polyèdre mixte était bien celui déterminé précédemment par Chin (1972), à savoir : $\sqrt{3}/2 < \xi < 2/\sqrt{3}$. Cet intervalle représente la gamme des valeurs du rapport des cissions critiques pour lesquelles le glissement se produit à la fois sur {110}<111>+ {112}<111>. Les polyèdres correspondant aux bornes inférieure $\sqrt{3}/2$ et supérieure $2/\sqrt{3}$ du rapport ξ ont été tabulés, respectivement par Hosford et Chin (1969) pour le glissement sur les seuls systèmes {112}<111> pour les métaux c.c. et par Bishop (1953) pour le glissement sur les systèmes {111}<110> pour les cristaux c.f.c..

Nous avons alors construit la surface d'écoulement dans l'hypothèse d'un glissement cristallographique mixte équiprobable ($\xi = 1$). Cette configuration du polyèdre critique est également calculée, à la même époque, par Schmitt et Raphanel (1986) à partir de

l'hypothèse d'un glissement en pencil glide, restreint aux 48 systèmes de glissement $\{110\}<111> + \{112\}<111>$. Des résultats identiques sont obtenus par ces deux types d'approches, à savoir que la configuration de la surface d'écoulement dans le cas d'un glissement sur les 48 systèmes de cissions critiques identiques se compose de 216 sommets (plus les opposés) répartis en 15 groupes cristallographiques. Cependant, nous ne nous sommes pas limités à la caractérisation de la surface d'écoulement pour un cas particulier de la géométrie du glissement, mais nous avons étudié l'influence du rapport des cissions critiques sur la configuration de cette surface. Nous avons donc exprimé analytiquement en fonction de ξ les coordonnées de chacun des sommets du polyèdre critique obtenus pour $\xi = 1$. Nous avons, alors testé si ces états de contrainte restaient valables dans tous le domaine d'existence du glissement mixte. La mise en défaut de la loi de Schmid par 72 sommets de cette configuration pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$ indique que ceux-ci ne représentent plus des états de contrainte applicables au cristal pour ces valeurs. Etant donné qu'une grande partie de la configuration du polyèdre obtenue pour $\xi = 1$ reste valable dans tout l'intervalle : $\sqrt{3}/2 < \xi < 2/\sqrt{3}$, celle-ci est modifiée uniquement dans les régions de l'espace des contraintes correspondant aux sommets qui disparaissent pour la valeur particulière $5/3\sqrt{3}$ de ξ. La détermination des nouveaux états de contrainte est fondée sur la recherche des points d'intersection des systèmes $\{112\}<111>$ dans le polyèdre de Bishop-Hill dont nous possédons une description détaillée suite aux travaux de Kocks et al. (1983).

Cette étude de l'influence du rapport ξ des cissions résolues critiques sur la surface d'écoulement des cristaux cubiques centrés nous a permis de montrer que seules 2 configurations de ce polyèdre critique existent pour le glissement mixte sur les systèmes $\{110\}<111>+\{112\}<111>$, et que :

- d'une part, la majorité des sommets (144 sur 216) sont communs aux 2 configurations, c'est-à-dire que la position dans l'espace des contraintes de ces 144 sommets varie en fonction de ξ, mais que les systèmes de glissement associés à chacun de ces états de contrainte restent les mêmes quelle que soit la valeur de ξ,
- d'autre part, lors du passage d'une configuration à l'autre, seuls 72 sommets répartis en 3 groupes cristallographiques se transforment réciproquement, activant 5 systèmes de glissement : 3 $\{110\}<111>$+ 2 $\{112\}<111>$ pour $\xi > 5/3\sqrt{3}$ en 2 $\{110\}<111>$ + 3 $\{112\}<111>$ pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$.

Nous constatons également que, dans le cas du glissement mixte, la proportion des

états de contrainte pour lesquels il y a ambiguité sur les systèmes de glissement (c'est-à-dire plus de 5 systèmes) est de 22 %, alors qu'elle est de 100 % dans le cas du glissement sur les seuls systèmes {110}<111>. Le seul fait que le glissement se produise également sur les systèmes {112}<111> réduit fortement l'indétermination sur les amplitudes de glissement et permet ainsi de calculer avec moins d'hypothèses les rotations cristallines et donc les textures de déformation. Nous pouvons donc supposer que la prise en compte de l'asymétrie du glissement sur les systèmes {112}<111> doit également diminuer fortement le pourcentage des états de contrainte pour lesquels plus de 5 systèmes sont activables. De ce fait, de par la multiplicité des systèmes de glissement, ainsi que de par leurs différences de cission critique, le problème de l'indétermination sur les amplitudes de glissement ne devrait plus se rencontrer que pour quelques orientations de haute symétrie.

Bien que ne différenciant pas le sens maclage du sens opposé pour les systèmes {112}<111>, ce polyèdre critique mixte est néanmoins utilisable tel quel par des méthodes approximatives pour la prévision du comportement plastique anisotrope des matériaux cubiques centrés polycristallins texturés. Un exemple d'une telle application est la méthode "CMTP" (Continuum Mechanics of Textured Polycrystals) qui consiste à ajuster, par une procédure d'optimisation, la surface d'écoulement polyédrique du monocristal par une surface d'écoulement ellipsoidale d'équation simple (Montheillet, Orlans-Joliet et Tavernier, 1989). Cette approche permet une résolution rapide et aboutit à des résultats simples et facilement intégrables aux codes de calcul utilisés pour la mise en forme.

Cependant, nos résultats expérimentaux sur monocristaux en grandes déformations montrent que pour obtenir une analyse fine des rotations cristallines, il est important de tenir compte de l'asymétrie du glissement sur les systèmes {112}<111>. C'est pourquoi, ce polyèdre mixte s'avère moins utile pour le calcul des textures de déformation pour lequel une détermination très précise des systèmes et des amplitudes de glissement est indispensable.

5.2 COMPRESSION PLANE DE MONOCRISTAUX D'ALLIAGE FE-SI ET DE NIOBIUM

Afin de nous affranchir des hypothèses concernant le passage du monocristal au polycristal, nous nous sommes limités à l'étude expérimentale et théorique du comportement plastique en grandes déformations de monocristaux cubiques centrés déformés en compression plane. Expérimentalement, cet essai permet d'imposer au cristal une déformation macroscopique homogène pour des taux de déformation importants ($\varepsilon_{22} = 0.5$), dans des conditions de glissement multiple qui sont voisines de celles du laminage. Afin de caractériser le comportement plastique de ces cristaux aussi complètement que possible, nous nous sommes intéressés non seulement aux réorientations cristallines responsables de la formation d'une texture lors du laminage d'une tôle, mais également aux relations contrainte-déformation, aux changements de forme et aux systèmes de glissement actifs en fonction de l'orientation et du matériau.

De plus, afin de prévoir les observations expérimentales, nous avons utilisé une généralisation proposée par Renouard et Wintenberger (1976) de la théorie de Taylor (1938) et de Bishop-Hill (1951) adaptée aux conditions mixtes de l'essai de compression plane. Ce modèle permet, à partir du polyèdre critique, de déterminer l'état de contrainte appliqué au cristal par le critère du travail maximal des forces non-imposées, ce polyèdre étant fonction de l'orientation, mais également des systèmes de glissement activables ainsi que de leurs cissions critiques respectives. A partir de ce modèle, nous avons donc testé différentes hypothèses sur les valeurs des cissions critiques pour les systèmes de glissement {110}<111> et {112}<111> afin de confronter les prévisions théoriques aux résultats expérimentaux, dans l'espoir d'atteindre les valeurs effectives de ces cissions critiques. En effet, si la majorité des auteurs sont unanimes pour reconnaître que, dans les métaux cubiques centrés, le glissement se produit sur les systèmes {110}<111> + {112}<111> , un désaccord subsiste encore quant aux valeurs des cissions critiques sur ces systèmes de glissement. C'est pourquoi, nous avons simulé à partir de ce modèle de déformation en conditions mixtes, le comportement plastique des orientations déformées en compression plane, pour différentes possibilités sur la géométrie de glissement, dans le cadre d'un écrouissage homothétique des systèmes de glissement (c'est-à-dire de rapports ξ constants pendant la déformation). Ces hypothèses vont du glissement sur les seuls plans {110} ou {112} au glissement équiprobable sur les systèmes {110} + {112} + {123} (pseudo-"pencil glide"), en passant par un glissement mixte plus facile sur les sytèmes {110}<111> , équiprobable ou encore plus facile sur les systèmes {112}<111>. De plus, la plupart des hypothèses sur les cissions critiques des systèmes {112}<111>

tiennent également compte de l'asymétrie du glissement sur ceux-ci.

Pour une même orientation, des essais de compression plane sont réalisés sur différents métaux cubiques centrés, afin de mettre en évidence une éventuelle variation du comportement plastique en fonction du matériau. Les deux métaux utilisés, pour ce travail, sont l'alliage Fe-Si et le niobium. Notre choix s'est porté sur ceux-ci du fait qu'ils permettent l'élaboration de monocristaux de grandes dimensions et qu'ils présentent des textures de laminage voisines bien qu'étant différents en ce qui concerne le niveau des contraintes d'écoulement et la mobilité des dislocations. Les résultats expérimentaux obtenus à la fois sur les cristaux de Fe-Si et de Nb montrent clairement que le comportement plastique de ces orientations n'est influencé, ni par le pourcentage en silicium pour l'alliage Fe-Si (2,7 % à 3, %), ni par la nature du métal déformé (Fe-Si, Nb), si ce n'est au niveau des contraintes d'écoulement. En effet, pour une même orientation, les vitesses et les chemins des rotations cristallines, les signes et les amplitudes des cisaillements finis ainsi que la classification des orientations en fonction de leurs contraintes d'écoulement sont pratiquement identiques d'un matériau à l'autre. La seule différence se situe au niveau de l'orientation H : (0.61 0.79 0)[-0.16 0.13 0.98] voisine de la position de symétrie (1 1 0)[0 0 1]. Pour celle-ci, nous avons observé une décomposition des cristaux de Fe-Si suite à une réorientation par rotation autour de l'axe transverse en sens opposés des deux extrémités, alors que le cristal de niobium tourne de façon homogène vers une orientation finale unique correspondant à une des deux composantes de la texture des cristaux de Fe-Si. Cette différence de comportement plastique s'explique par le fait que la dispersion de l'orientation ainsi que les forces de frottement sont plus importantes dans le cas de l'alliage Fe-Si et suffisantes pour provoquer l'activation de systèmes de glissement différents dans chaque extrémité de l'échantillon.

Les rotations cristallines mesurées lors de nos essais de compression plane sur le Fe-Si et le Nb ne sont que partiellement comparables aux orientations stables identifiées lors du laminage de monocristaux de Fe-3 % Si (Koh et Dunn, 1955) et (Taoka et al., 1967). En effet, la plupart des cristaux testés en laminage le sont pour des orientations de haute symétrie ou voisines, alors que les cristaux déformés lors de ce travail sont en majorité orientés de façon quelconque afin de représenter une distribution aléatoire d'orientations. Nous pouvons cependant en tirer les constatations suivantes :

- le cristal B, bien qu'ayant effectué une rotation de plus de 30° passe au voisinage de l'orientation {112}<110> stable en laminage sans s'y arrêter et semble vouloir poursuivre cette rotation pour une déformation croissante,

- les cristaux C, D, E ont tendance à se stabiliser dans une position située entre les 2 composantes {112}<110> et {111}<110>. En effet, si l'orientation {112}<110> constitue effectivement une orientation stable en laminage, une controverse existe pour {111}<110>. Cette dernière orientation, bien que reconnue stable par Koh et Dunn (1958), est considérée par Taoka et al. (1967) comme ayant tendance à se diriger vers {112}<110>, ce qui est plus proche de nos observations expérimentales. De plus, comme le montre la rotation de l'axe d'allongement X_2 des ces 3 cristaux (Fig. 4.17, 22 et 50), la direction <110> en laminage comme en compression est une direction stable. Pour plus de détails, prenons le cas du cristal C d'orientation voisine de {101}<121>. En compression comme en laminage, la texture de déformation de cette orientation comporte 2 composantes symétriques {112}<110> et la microstructure se compose de bandes de déformation alignées dans la direction d'allongement (Taoka et al., 1967),

- l'orientation F est voisine de celle du cristal {001}<410> testé en laminage par Taoka et al. (1967). Un comportement plastique semblable est observé pour ces 2 modes de déformation, à savoir que le plan {001} constitue un plan stable en compression comme en laminage et que la direction d'allongement s'oriente vers <110>,

- le cristal I est testé suite aux travaux de Vandermeer et al. (1988) mentionnant une décomposition de cette orientation en laminage pour le niobium. Cependant, lors de l'essai de compression plane, ce cristal se déforme de façon homogène et ne présente pas de réorientation notable. Ceci est en accord avec les mesures faites sur cette même orientation lors du laminage de cristaux de Fe-Si pour lesquels cette orientation est considérée comme une composante stable (Taoka et al., 1967),

- pour les cristaux de Fe-Si d'orientation H proche de l'orientation Goss : (1 1 0)[0 0 1], un phénomène de décomposition vers les 2 composantes symétriques stables {111}<112> est observé pour les deux modes de déformation. La structure de laminage se compose de bandes de déformation allongées dans la direction de laminage (Hu, 1961), alors que celle de la compression plane est caractérisée par une composante à chaque extrémité du cristal.

De plus, nous avons montré que le comportement plastique en grandes déformations de ces cristaux cubiques centrés testés en compression plane peut être décrit par la généralisation du modèle de Taylor-Bishop-Hill en tenant compte des conditions aux limites de l'essai. En effet, pour les 6 cristaux d'orientations différentes se déformant de façon homogène, les rotations cristallines et les cisaillements finis sont déterminés avec précision par ce modèle. De plus, nous n'avons pas mis en évidence une influence notable de la contrainte normale sur le choix des systèmes de glissement, c'est-à-dire sur les valeurs des cissions critiques de ces systèmes, ce qui justifie l'utilisation de la loi de Schmid. En outre, ce modèle peut également être utilisé pour la prévision du comportement plastique dans certains cas de déformation hétérogène, notamment celui de l'orientation H pour laquelle chaque extrémité du cristal se comporte comme un monocristal à part entière se déformant de façon homogène.

La comparaison entre les mesures expérimentales et les prévisions théoriques à la fois des rotations cristallines et des cisaillements finis constitue une technique sensible pour évaluer la facilité relative du glissement sur les différents systèmes possibles. En effet, pour certaines orientations monocristallines, des variations relativement petites des cissions critiques sur les systèmes de glissement {110}<111> et {112}<111> peuvent avoir une influence significative sur les prévisions théoriques. Cela nous a permis de constater qu'en conditions de glissement multiple, comme cela prévaut, en général, lors de l'essai de compression plane, les valeurs de ξ obtenues sur les systèmes {112}<111> sont inférieures à 1. Cependant, de nombreux tests en traction, compresssion et cisaillement réalisés en glissement simple ou colinéaire suggérent des valeurs de ξ supérieurs à 1 pour ces mêmes systèmes (Taoka et al., 1964), (Bowen et al., 1967). Nous proposons, pour ces valeurs apparemment contradictoires de ξ , une explication en relation avec les conditions de déformation. En effet, lors d'un glissement multiple, les interactions entre les différents systèmes actifs pourraient favoriser le glissement sur les plans {112} ; alors que dans le cas d'un glissement simple ou colinéaire, où une seule direction de glissement prédomine, le glissement serait plus facile sur les plans {110}. Ceci est effectivement suggéré par nos résultats sans que nous ayons pu trouver une explication physique au fait que les interactions durciraient les systèmes {110}<111> plus que les {112}<111> . En effet, les seuls cristaux A et I pour lesquels le comportement plastique observé correspond à l'hypothèse d'un glissement mixte plus facile sur les systèmes {110} se déforment effectivement par glissement sur 1 ou 2 systèmes colinéaires. Alors que les orientations, pour lesquelles l'hypothèse d'un glissement mixte plus facile sur {112} rend mieux compte des résultats expériementaux, possèdent des systèmes actifs dont les directions

de glissement s'intersectent. Rappelons que l'hypothèse d'un glissement mixte plus facile sur les systèmes {112}<111> avait déjà été émise par Carpay et al. (1975, 1977) lors de la compression plane de monocristaux de Mo de haute symétrie se déformant en conditions de glissement multiple. Ces auteurs avaient proposé des valeurs pour les rapports ξ favorisant fortement le glissement sur les systèmes {112}<111> orientés dans le sens du maclage. Ces valeurs ne sont pas confirmées lors de la comparaison des prévisions théoriques avec nos résultats expérimentaux. De ce fait, si l'idée d'un glissement plus facile sur les systèmes {112}<111> est en accord avec nos observations, les valeurs proposées par Carpay et al. semblent erronées. L'explication vient probablement du fait que les valeurs des cissions critiques calculées par ces auteurs sont issues du seul test de regroupement des courbes $\tau_c(\gamma)$ obtenues à partir d'un facteur de Taylor M calculé pour $5\dot{\varepsilon}_{ij}$ imposés sur des cristaux de Mo de haute symétrie.

En conclusion, nous proposons donc la règle suivante, pour les métaux c.c. soumis à de grandes déformations :

- dans des conditions de glissement simple ou colinéaire, le glissement sur les systèmes {110}<111> est plus facile que sur les {112}<111>,
- dans des conditions où les directions de glissement prédominantes s'intersectent, le glissement sur les systèmes {112}<111> devient plus facile que sur les {110}<111>.

Les valeurs des cissions critiques proposées pour la modélisation du comportement plastique des cristaux de Fe-Si et de Nb déformés en glissement multiple sont les suivantes :

$$\tau_c^{\{112\}SM} = 0.93\,\tau_c^{\{110\}}$$

$$\tau_c^{\{112\}SOM} = 0.96\,\tau_c^{\{110\}}$$

Celles-ci sont issues de simulations réalisées dans une gamme de valeurs raisonnables sur les rapports ξ et correspondent au meilleur accord entre les mesures expérimentales et les prévisions théoriques pour les différentes orientations testées.

Ces rapports ξ de cissions critiques présentent ainsi l'avantage de tenir compte de l'asymétrie du glissement sur les systèmes {112}<111>, ce qui est un élément non

négligeable lors de la prévision des textures de laminage (Raphanel, Schmitt et Van Houtte, 1989).

Cependant, il faut noter que les valeurs de ξ sont proposées comme indépendantes de la déformation. Or, il est probable qu'en glissement multiple, les systèmes {112}<111> deviennent plus faciles après une certaine déformation. C'est pourquoi en toute rigueur, il faudrait définir une matrice d'écrouissage des systèmes en fonction de leurs différentes interactions possibles. Une première tentative a été réalisée au cours de ce travail en considérant les interactions colinéaires ou sécantes entre les deux types de systèmes {110}<111> et {112}<111>. Celle-ci n'a abouti à aucun résultat concret, ce qui suggère à nouveau une prise en compte du sens maclage et du sens opposé pour les systèmes de glissement {112}<111>. Cette étude n'a pas été poursuivie de par le nombre considérable de paramètres à ajuster et pourrait être affinée dans le cadre d'une étude ultérieure.

Nous pensons donc que ce travail pourrait être poursuivi :

- **sur le plan expérimental** par l'étude de la déformation hétérogène de monocristaux cubiques centrés, notamment par l'observation de la structure en microscopie électronique en transmission. En effet, un examen approfondi de la formation et de l'évolution des hétérogénéités de déformation, telles que les bandes de déformation et de cisaillement ou encore la décomposition en un quasi bi-cristal selon les extrémités de l'échantillon, pourrait conduire à une meilleure compréhension et modélisation de ces phénomènes.

- **Sur le plan théorique par :**

  * l'utilisation, lors de la prévision des textures de laminage des métaux cubiques centrés, des valeurs de cissions critiques proposées dans ce travail pour une déformation en glissement multiple,

  * la recherche d'une matrice d'écrouissage des systèmes de glissement en fonction des différents types d'interactions possibles entre ceux-ci. En effet, il serait souhaitable pour la prévision des textures de pouvoir passer de façon continue d'un glissement mixte plus facile sur les systèmes {110}<111> dans des conditions de glissement simple ou colinéaire à un glissement mixte plus facile sur les systèmes {112}<111> dans des conditions de glissement multiple.

ANNEXE 1

LES ARETES 3E ET 2B

Dans cette annexe, nous détaillons la détermination des sommets du polyèdre mixte sur la face 3E et dans le volume 2B du polyèdre de Bishop et Hill.

Pour la résolution, nous avons travaillé avec l'arête 2B dont les systèmes actifs sont 1, 7 et définie par les 6 sommets suivants : **4** et **5** du type B, **9** et **10** du type C, **11** et **40** du type D. Etant d'ordre 2, cette arête constitue le volume représenté à la figure 2.3 et est délimitée par des arêtes d'ordre supérieur.

Les arêtes d'ordre 4, définies par les connections entre sommets de chaque type constituent les arêtes au sens commun de ce volume et se classent comme suit :

Type des sommets reliés	Sommets reliés				Type de l'arête
B-C	4-9	4-10	5-9	5-10	4C
B-D	4-11	4-40	5-11	5-40	4D,4E
C-D	9-11	9-40	10-11	10-40	4F

Quant aux arêtes d'ordre 3, définies par les connections entre 3 sommets de types différents, elles constituent les facettes de ce volume et se classent comme suit :

Type des sommets reliés	Sommets reliés	Type de l'arête
B-C-D	4-9-11	3D
	4-10-11	
	5-9-40	
	5-10-40	
	4-9-40	3E
	4-10-40	
	5-9-11	
	5-10-11	

A partir du tableau 2.5, il s'agit de préciser quels sont les systèmes de glissement $\{112\}\langle 111\rangle$ qui provoquent l'élimination de chacun des sommets de Bishop et Hill appartenant à cette arête 2B.

Le sommet	4 du polyèdre P est éliminé par les systèmes	15' 16' 20'
	5	2' 9' 10'
	9	2' 5' 20' 23'
	10	6' 9' 15' 24'
	11	10' 15' 20'
	40	2' 9' 16'

Un rapide examen confirme que les arêtes 4C, 4D, 4E, 4F et 3D sont complètement éliminées, et que seules les faces 3E sont partiellement conservées. Chaque arête 3E est elle-même définie par ses sommets avoisinants et par ses systèmes de glissement activables. Par exemple, l'arête 3E : **5-10-11** active les systèmes 1, 7, 11. Si un point d'intersection d'hyperplans $\{112\}\langle 111\rangle$ localisé sur cette facette particulière, représente un sommet du polyèdre mixte, ses coordonnées seront déterminées par le système d'équations (issues des relations 2.18 et 2.19) suivant :

$$\vec{S} = \alpha_1 \vec{S}_5 + \alpha_2 \vec{S}_{10} + \alpha_3 \vec{S}_{11}$$

$$\alpha_i \geqslant 0 \qquad i = 1,3 \qquad \text{(A1.1)}$$

$$\sum_i \alpha_i = 1$$

$$\vec{m}^{k'} \vec{S} \leqslant \xi \qquad k' = 1',24'$$

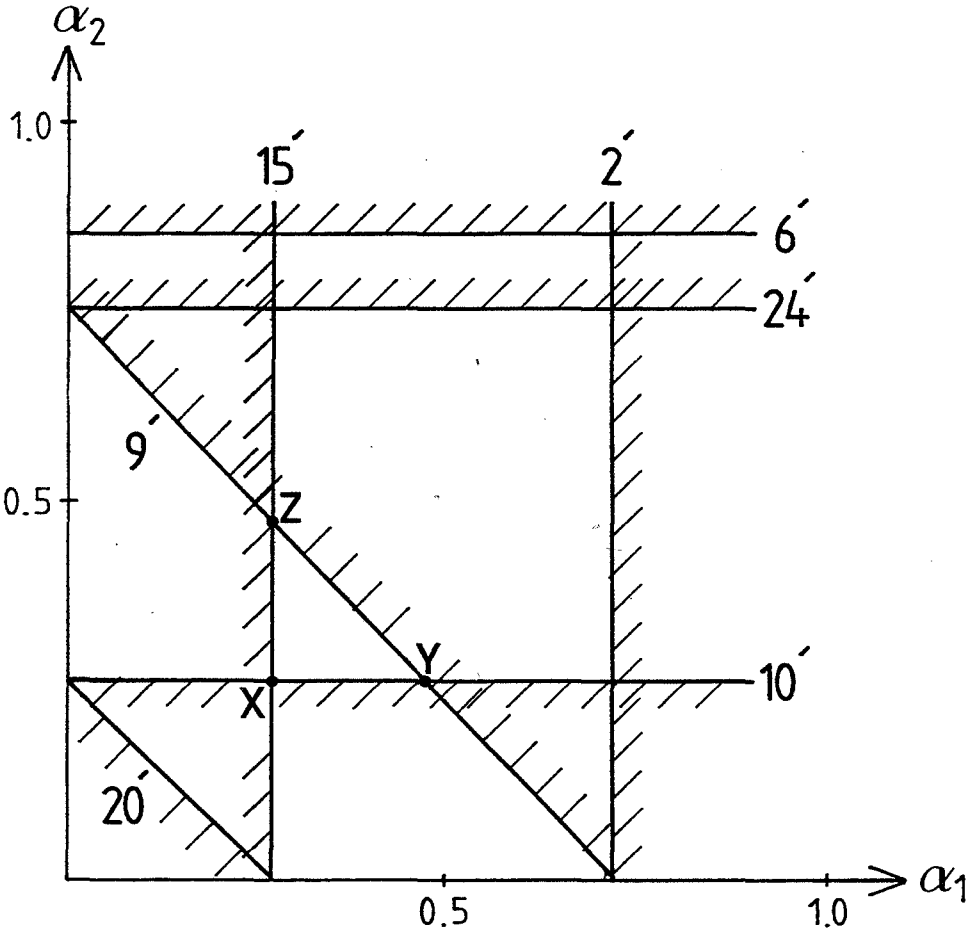


Figure A1.1 Représentation graphique des inégalités A1.2 pour $\xi = 1$. Les zones hachurées correspondent aux régions interdites.

Ces équations peuvent se réduire à un ensemble d'inégalités correspondant aux seuls systèmes {112}<111> qui éliminent les sommets de cette arête 3E, nous obtenons donc pour le système :

$$
\begin{array}{ll}
2' & \alpha_1 \leqslant \sqrt{3}\xi - 1 \\
6' & \alpha_2 \leqslant \sqrt{3}\xi/2 \\
9' & \alpha_1 + \alpha_2 \leqslant \sqrt{3}\xi - 1 \\
10' & \alpha_2 \geqslant 2 - \sqrt{3}\xi \\
15' & \alpha_1 \geqslant 2 - \sqrt{3}\xi \\
20' & \alpha_1 + \alpha_2 \geqslant 2 - \sqrt{3}\xi \\
24' & \alpha_2 \leqslant \sqrt{3}\xi - 1
\end{array}
\qquad (A1.2)
$$

Ces inégalités sont représentées graphiquement à la figure A1.1 pour $\xi = 1$ et définissent sur celle-ci le triangle XYZ. Cependant, étant donné que sur cette arête d'ordre 3, au moins 2 systèmes indépendants {112}<111> doivent être critiques, les solutions se situent aux 3 intersections X, Y, Z de la figure A1.1. Ces nouveaux sommets sont alors définis par les 3 systèmes {110}<111> : 1, 7, 11 appartenant à l'arête 3E auxquels viennent s'ajouter chacun des 3 couples de systèmes {112}<111> . Ceci nous définit les sommets X, Y, Z activant respectivement les systèmes : (1, 7, 11, 10', 15'), (1, 7, 11, 9', 10'), (1, 7, 11, 9', 15'). Les arêtes 3E étant au nombre de 24 et à raison de 3 sommets par arête, nous obtenons un total de 72 sommets déterminés précédemment lors de la résolution numérique et formant les 3 premiers groupes irréductibles du tableau 2.4.

Ensuite, nous recherchons pour quelles valeurs de ξ, ces solutions graphiques restent valables. D'une part étant donné que $\alpha_1 + \alpha_2 = \sqrt{3}\xi - 1$

et que $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$

la limite supérieure pour ξ vaut dont $2/\sqrt{3}$.

D'autre part, la limite inférieure de ξ est atteinte lorsque les 3 points d'intersections X, Y et Z dans l'espace (α_1, α_2) (Fig. A1.1) se confondent, c'est-à-dire pour $\xi = 5/3\sqrt{3}$. Nous retrouvons donc bien le même intervalle de validité :

$5/3\sqrt{3} < \xi < 2/\sqrt{3}$ (cf. chapitre 2.5.1) pour ces 72 sommets à 5 systèmes de glissement : 3 du type $\{110\}\langle 111\rangle$ et 2 du type $\{112\}\langle 111\rangle$.

Pour déterminer les sommets du polyèdre mixte associés à l'arête 2B, nous la divisons en 4 sous-volumes que nous examinons tour à tour. Ceux-ci sont désignés par les sommets qui les constituent à savoir : **4-9-11-40, 4-10-11-40, 5-9-11-40, 5-10-11-40.**

Commençons par le domaine : **4-9-11-40.** Pour qu'un point d'intersection d'hyperplans $\{112\}\langle 111\rangle$ situé dans ce volume représente un sommet du polyèdre mixte, ses coordonnées doivent satisfaire aux relations suivantes (équations 2.18 et 2.19) :

$$\vec{S} = \alpha_1 \vec{S}_4 + \alpha_2 \vec{S}_9 + \alpha_3 \vec{S}_{11} + \alpha_4 \vec{S}_{40}$$

$$\alpha_i \geqslant 0 \qquad i = 1,4 \qquad \text{(A1.3)}$$

$$\sum_i \alpha_i = 1$$

$$\vec{m}^{k'} \vec{S} \leqslant \xi \qquad k' = 1',24'$$

Ces équations peuvent se réduire à un ensemble d'inégalités correspondant aux seuls systèmes $\{112\}\langle 111\rangle$ qui éliminent les sommets de ce sous-volume de l'arête 2B. Nous obtenons donc pour le système :

$$\begin{array}{ll}
2' & \alpha_1 + \alpha_3 \geqslant 2 - \sqrt{3}\xi \\
5' & \alpha_2 - \alpha_3 \leqslant \sqrt{3}\xi - 1 \\
9' & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \geqslant 2 - \sqrt{3}\xi \\
10' & \alpha_2 + 2\alpha_3 \leqslant \sqrt{3}\xi \\
15' & \alpha_1 + \alpha_3 \leqslant \sqrt{3}\xi - 1 \\
16' & \alpha_2 + 2\alpha_3 \geqslant 2 - \sqrt{3}\xi \\
20' & \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \leqslant \sqrt{3}\xi - 1 \\
23' & 2\alpha_2 + \alpha_3 \leqslant \sqrt{3}\xi
\end{array} \qquad \text{(A1.4)}$$

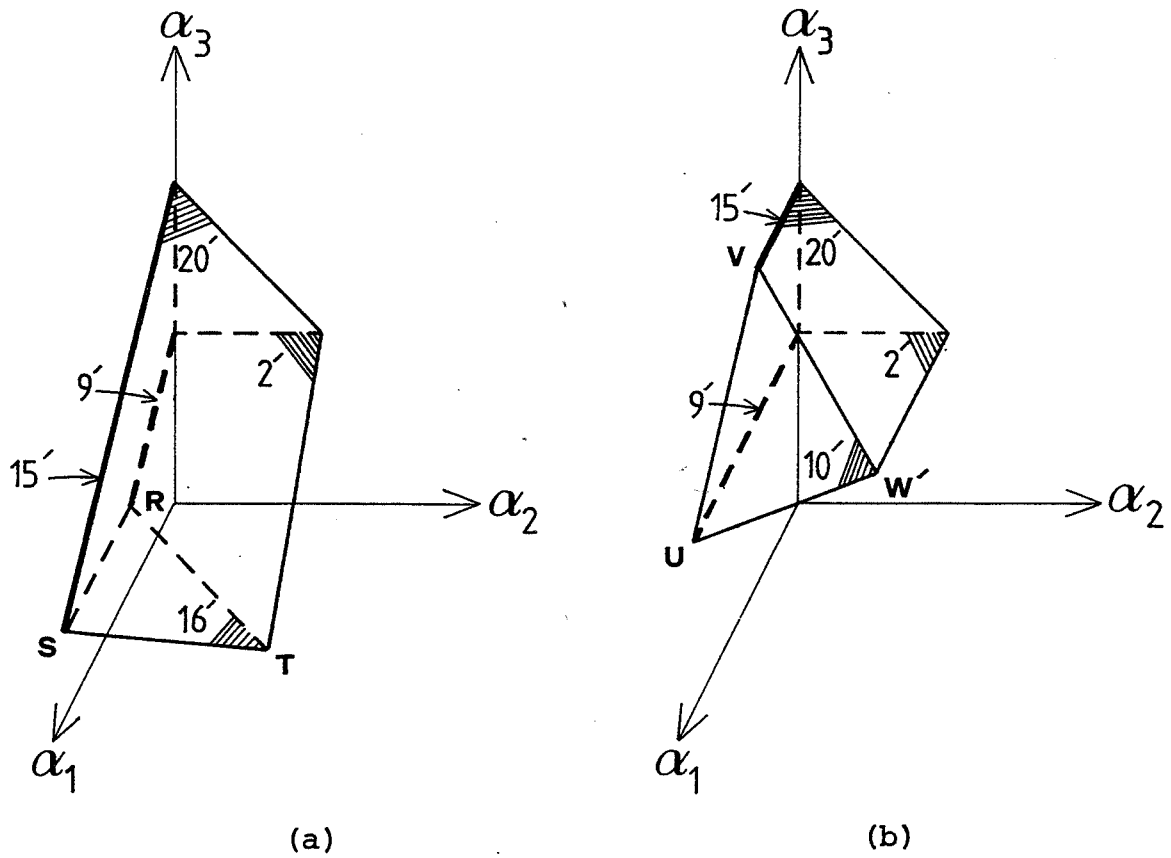


Figure A1.2 Représentation graphique pour ξ = 0,95 des inégalités A1.4 en (a) pour le domaine **4-9-11-40** et A1.5 en (b) pour le domaine **5-9-11-40.**

Par la résolution graphique présentée à la figure A1.2(a) pour $\xi = 0.95$, on obtient 3 solutions correspondant aux points d'intersection R, S, T de 3 systèmes de glissement indépendants $\{112\}\langle 111\rangle$. Nous allons analyser individuellement les conditions d'existence de chacun de ces sommets en fonction de ξ .

* Le point R correspond aux 3 équations suivantes :

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_1 = (2 - \sqrt{3}\xi)/2 \geqslant 0 & \xi \leqslant 2/\sqrt{3} \\ \alpha_2 = 0 & \\ \alpha_3 = (2 - \sqrt{3}\xi)/2 \geqslant 0 & \xi \leqslant 2/\sqrt{3} \end{array}\right\} \quad \xi \leqslant 2/\sqrt{3}$$

On vérifie également que $\left.\begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \leqslant 1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 2 - \xi\sqrt{3} \end{array}\right\} \quad \xi \geqslant 1/\sqrt{3}$

Ce sommet R active donc les systèmes 1, 7, 2', 9', 16' dans tout l'intervalle d'existence de glissement mixte : $\sqrt{3}/2 - 2/\sqrt{3}$.

* Le point S quant à lui est obtenu à partir de

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_1 = (3\sqrt{3}\xi - 4)/2 \geqslant 0 & \xi \geqslant 4/3\sqrt{3} \\ \alpha_2 = 0 & \\ \alpha_3 = (2 - \sqrt{3}\xi)/2 \geqslant 0 & \xi \leqslant 2/\sqrt{3} \end{array}\right\} \quad 4/3\sqrt{3} \leqslant \xi \leqslant 2/\sqrt{3}$$

On vérifie aussi que $\left.\begin{array}{l} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \leqslant 1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \sqrt{3}\xi - 1 \end{array}\right\} \quad \xi \leqslant 2/\sqrt{3}$

Ce sommet S activant les systèmes 1, 7, 15', 16', 20' est présent dans tout l'intervalle d'exitence du polyèdre mixte : $\sqrt{3}/2 - 2/\sqrt{3}$.

* Le point T correspond aux 3 équation suivantes :

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_1 = (\sqrt{3}\xi - 1)/2 \geqslant 0 & \xi \geqslant 1/\sqrt{3} \\ \alpha_2 = 2\sqrt{3}\xi - 3 \geqslant 0 & \xi \geqslant \sqrt{3}/2 \\ \alpha_3 = (5 - 3\sqrt{3}\xi)/2 \geqslant 0 & \xi \leqslant 5/3\sqrt{3} \end{array}\right\}$$

$$\sqrt{3}/2 \leqslant \xi \leqslant 5/3\sqrt{3}$$

De plus, on vérifie que $\left.\begin{array}{l}\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 \leqslant 1 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \sqrt{3}\xi - 1\end{array}\right\} \quad \xi \leqslant 2/\sqrt{3}$

Ce sommet T active les systèmes 1, 7, 2', 16', 20', mais il n'existe que dans l'intervalle ($\sqrt{3}/2$, $5/3\sqrt{3}$) des valeurs du rapport ξ. Il s'agit d'un des sommets en lesquels évoluent les 72 états de contrainte qui disparaissent pour la valeur $\xi = 5/3\sqrt{3}$. Par contre, les 2 sommets R et S sont tels que :

$$\vec{S} = \alpha_1 \vec{S}_4 + \alpha_3 \vec{S}_{11} + \alpha_4 \vec{S}_{40}$$

nous devons donc les retrouver dans le domaine **4-10-11-40.**

En appliquant la même analyse au sous-volume adjacent **4-10-11-40,** nous retrouvons bien comme prévu les 2 sommets R et S auxquels vient s'ajouter un troisième sommet activant les sytèmes (1, 7, 9', 15', 16') qui n'exite que pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$.

L'aplication des équation 2.18 et 2.19 au sous-volume **5, 9, 11, 40** conduit aux relations suivantes :

$$\vec{S} = \alpha_1 \vec{S}_5 + \alpha_2 \vec{S}_9 + \alpha_3 \vec{S}_{11} + \alpha_4 \vec{S}_{40}$$

$$\alpha_i \geqslant 0 \qquad i = 1,4 \qquad \text{(A1.5)}$$

$$\sum_i \alpha_i$$

$$\vec{m}^{k'} \vec{S} \leqslant \xi \qquad k' = 1',24'$$

Celles-ci sont représentées graphiquement à la figure A1.2(b). Dans ce cas, les solutions U, V, W' activent respectivement les systèmes (1, 7, 2', 9', 10'), (1, 7, 10', 15', 20') et (1, 7, 2', 10', 20'). Les états de contrainte U et V satisfont à la condition :

$$\vec{S} = \alpha_1 \vec{S}_5 + \alpha_3 \vec{S}_{11} + \alpha_4 \vec{S}_{40}$$

et sont donc communs pour toutes les valeurs de ξ ($\sqrt{3}/2 - 2/\sqrt{3}$) au quatrième sous-volume **5-10-11-40.** Ce dernier comprend également un troisième sommet associé aux systèmes (1, 7, 9', 10', 15') qui, tout comme W', n'apparait que pour $\xi < 5/3\sqrt{3}$.

Les sommets du polyèdre mixte associés à chaque arête 2B peuvent être classés comme suit :

4 sommets présents dans tout l'intervalle $\sqrt{3}/2 < \xi < 2/\sqrt{3}$

4 sommets additionnels présents uniquement pour l'intervalle : $\sqrt{3}/2 < \xi < 5/3\sqrt{3}$.

* *
*

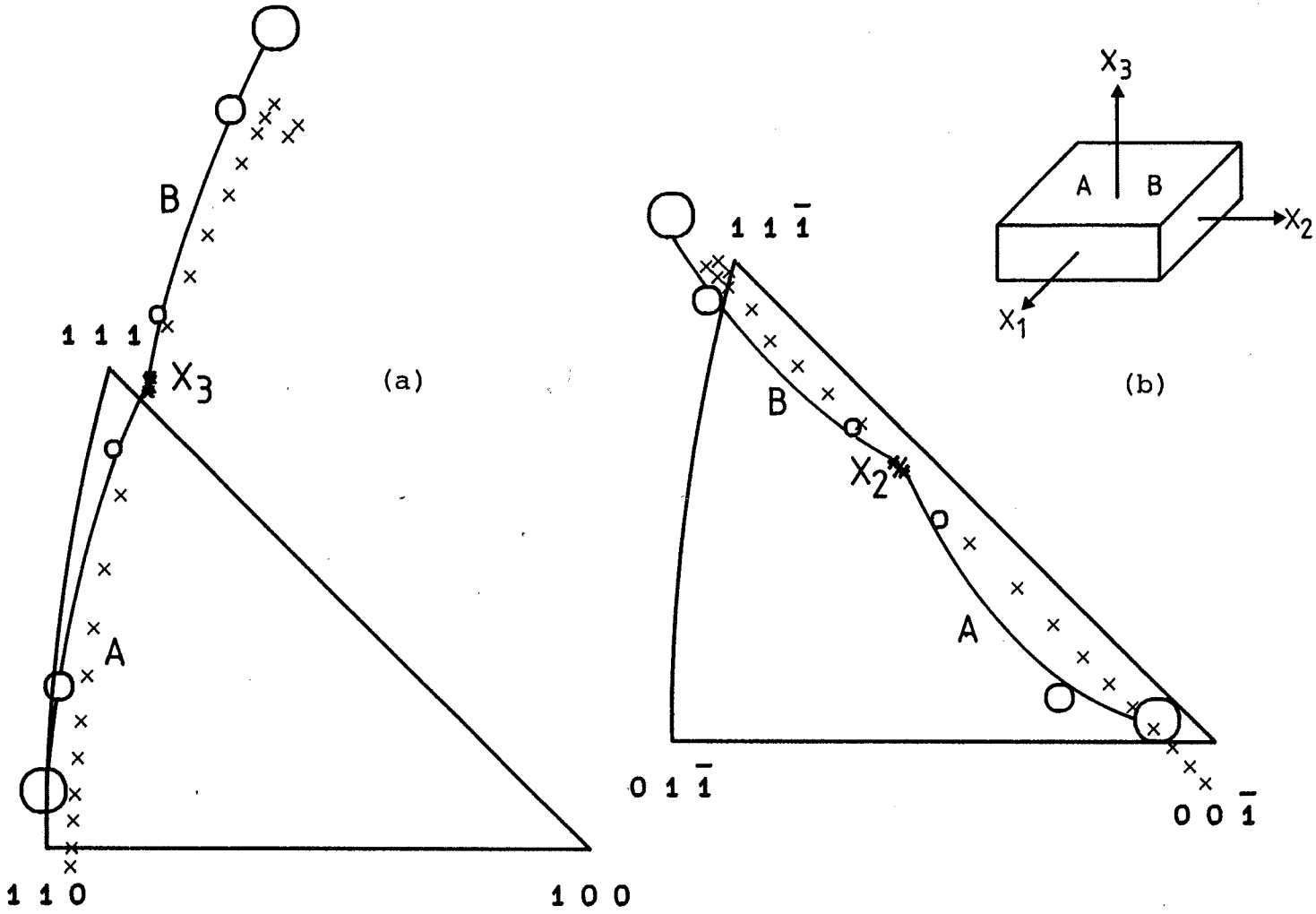


Figure A2.1 Rotations mesurées et calculées des axes X_3 et X_2 (a) dans les extrémités A et B (b) du cristal d'aluminium d'orientation initiale (0,61 0,53 0,58)[0,39 0,44 -0,81].

ANNEXE 2

L'ORIENTATION (1 1 1)[1 1 $\bar{2}$]*

Afin de mieux comprendre la décomposition en 2 régions distinctes du cristal d'orientation voisine de (1 1 0)[0 0 1] pour l'alliage Fe-Si, un cristal d'aluminium d'orientation proche de (1 1 1)[1 1 $\bar{2}$] est également testé. En effet, pour cette orientation, Wonsiewicz et Chin (1970) ont observé une décomposition similaire sur des cristaux cubiques à faces centrées de Cu-8 % Al et d'Ag-4 % Sn.

Pour cette étude, un cristal d'Al de haute pureté (99,99 %) d'orientation initiale (0,61 0,53 0,58)[0,39 0,44 -0,81] ou en angles d'Euler (-4°, 54°, 49°) est déformé à des taux de 0.12, 0.29 et 0.51. En cours de compression, nous constatons à nouveau que ce cristal se décompose en 2 régions ; l'extrémité A tourne vers (1 1 0)[0 0 $\bar{1}$], alors que l'extrémité B se dirige vers (1 1 2)[1 1 $\bar{1}$] (Fig. A2.1).

Le comportement plastique hétérogène de cette orientation s'explique de par la proximité de la position de symétrie (1 1 1)[1 1 $\bar{2}$] métastable pour laquelle 4 systèmes de glissement sont actifs : une paire colinéaire : (1 $\bar{1}$ $\bar{1}$)[1 1 0] et ($\bar{1}$ 1 $\bar{1}$)[1 1 0] et une paire coplanaire:($\bar{1}$ $\bar{1}$ 1)[0 1 1] et ($\bar{1}$ $\bar{1}$ 1)[1 0 1].

En effet, l'orientation du cristal testé est décalée de moins d'un degré par rapport à la position de symétrie ϕ = 54° 44'. De ce fait, un petit élargissement de la distribution d'orientation de part et d'autre de cette position de symétrie entraîne l'activation des systèmes de glissement :

- coplanaires dans des zones pour lesquelles ϕ > 54° 44'
- colinéaires dans des zones pour lesquelles ϕ < 54° 44'

La décomposition commence ainsi par la formation d'ilôts d'orientations différentes entrelacés. Ensuite, il semble que, sous l'influence des forces de frottement de sens opposés s'exerçant à la surface du cristal, chacune des 2 orientations se développe

* Ce travail a été réalisé en collaboration avec une élève : Christine BUIRA de l'INSA de Toulouse lors d'un stage de fin d'études.

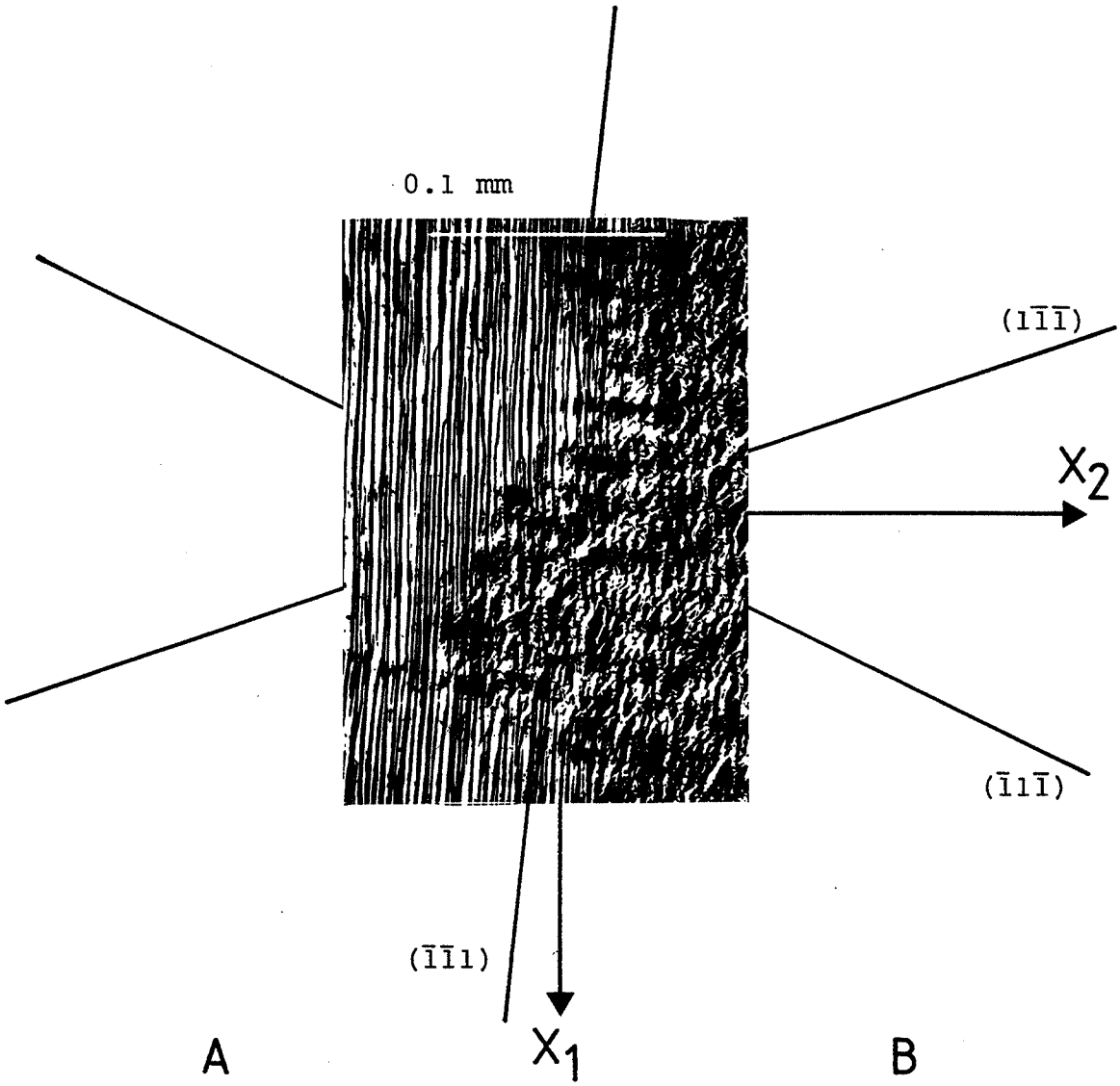


Figure A2.2 Traces du plan ($\bar{1}$ $\bar{1}$ 1) des systèmes coplanaires dans l'extrémité A et des plans (1 $\bar{1}$ $\bar{1}$) et ($\bar{1}$ 1 $\bar{1}$) des systèmes colinéaires dans l'extrémité B du cristal d'aluminium déformé de quelques pourcents après un $\varepsilon_{22} \simeq 0.3$.

principalement dans une des extrémités.

Ceci se vérifie par l'analyse des traces des plans de glissement en microscopie optique (Fig. A2.2). Celles-ci sont :

* rectilignes dans l'extrémité A et correspondent à l'unique plan de glissement $(\bar{1}\ \bar{1}\ 1)$ de la paire coplanaire : $(\bar{1}\ \bar{1}\ 1)[0\ 1\ 1]$ et $(\bar{1}\ \bar{1}\ 1)[1\ 0\ 1]$,
* ondulées dans l'extrémité B et correspondent aux 2 plans de glissement $(1\ \bar{1}\ \bar{1})$ et $(\bar{1}\ 1\ \bar{1})$ de la paire colinéaire : $(1\ \bar{1}\ \bar{1})[1\ 1\ 0]$ et $(\bar{1}\ 1\ \bar{1})[1\ 1\ 0]$.

En outre, la rotation des axes X_3 et X_2 de cette orientation peut être décrite correctement à partir du modèle de Taylor généralisé à l'essai de compression plane dans l'hypothèse d'un glissement équiprobable sur les 24 systèmes $\{111\}\langle 110\rangle$ (Fig. A2.1). En effet, la rotation cristalline de l'extrémité B est obtenue directement en appliquant ce modèle à l'orientation initiale pour laquelle les systèmes colinéaires sont actifs. En ce qui concerne le comportement de l'extrémité A, il est correctement décrit par ce modèle, mais à partir d'une orientation initiale légèrement décalée ($\simeq 1°$) pour laquelle les systèmes coplanaires sont actifs.

* *
*

BIBLIOGRAPHIE

ARMINJON M. , Acta Metall., **35**, 615 (1987)

ASPDEN R. G. ,Trans. A. I. M. E. , **215**, 986 (1959)

BACROIX B. , JONAS J. J. , MONTHEILLET F. et SKALLI A. , Acta Metall. , **34**, 937 (1986)

BARRETT C. S. , ANSEL G. et MEHL R. F. , Trans A. S. M. , **25**, 702 (1937)

BERVEILLER M. et ZAOUI A. , J. Mech. Phys. Solids, **26**, 325 (1979)

BISHOP J. F. W. , Phil. Mag. , **44**, 51 (1953)

BISHOP J. F. W. et HILL R. , Phil. Mag. , **42**, 414 et 1298 (1951)

BOWEN D. K. , CHRISTIAN J. W. et TAYLOR G. , Can. J. Phys. , **45**, 903 (1967)

BUDIANSKY B. et WU T. T. , Proc. of the 4th U. S. National Congress of Applied Mechanics (ed. by R. M. Rosenberg), American Society of Mechanical Engineers, New York, 1175 (1962)

BUNGE H. J. , Mathemathische Methoden der Texturanalyse, Akademie-Verlag, Berlin (1969)

CARPAY F. M. A. , CHIN G. Y. , MAHAJAN S. et RUBIN J. J. , Acta. Metall. , **23**, 1473 (1975)

CARPAY F. M. A. , MAHAJAN S. , CHIN G. Y. et RUBIN J. J. , Acta. Metall. , **25**, 149 (1977)

CHIN G. Y. , Metall. Trans. , **3**, 2213 (1972)

CHIN G. Y. et MAMMEL W. L. , Trans. A. I. M. E., **245**, 1211 (1969)

CHIN G. Y. , NESBITT E. A. et WILLIAMS A. J. , Acta. Metall. , **14**, 467 (1966)

CHRISTIAN J. W. , Proc. I. C. S. M. A. 2 (ed. by American Society for Metals), Pacific Grove, **1**, 31 (1970)

CHRISTIAN J. W. , Metall. Trans. , **14 A**, 1237 (1983)

CRUTCHLEY D. E. , REID C. N. et WEBSTER T. H. , Proc. I. C. S. M. A. 2 (ed. by American Society for Metals), Pacific Grove, **1**, 127 (1970)

DILLAMORE I. L. et KATOH H. , Metal. Sci. , **8**, 21 (1974)

DILLAMORE I. L. et ROBERTS W. T. , Metall. Rev. , **10**, 298 (1965)

DOBROMYSLOV A. V. , DOLGIKH G. V. et PERETURINA I. A. , Phys. Status Solidi, **87 A**, 559 (1984)

DRIVER J. H. et SKALLI A. , Revue Phys. Appl. , **17**, 447 (1982)

DRIVER J. H. , SKALLI A. et WINTENBERGER M. , Phil. Mag. , **49 A**, 505 (1984)

DUESBERY M. S. , Dislocations 84 (ed. by C. N. R. S.), Aussois, 131 (1984)

DUESBERY M. S. et FOXALL R. A. , Symp. Reinststoffe in Winssenschaft und Technick, Dresden (1965)

EVANS P. R. V. , BITCON J. C. et HUGHES I. F. , J. Iron Steel Inst. , **207**, 331 (1969)

FORTUNIER R. , Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Saint-Etienne (1987)

FORTUNIER R. et DRIVER J. H. , Acta. Metall. , **35**, 509 (1987)

FOXALL R. A. , DUESBERY M. S. et HIRSCH P. B. , Can. J. Phys. , **45**, 607 (1967)

FRANCIOSI P. , Acta. Metall. , **31**, 1331 (1983)

FRANCIOSI P. , Acta. Metall. , **33**, 1601 (1985)

GILORMINI P. , BACROIX B. et JONAS J. J. , Acta. Metall. , **36**, 231 (1988)

GOUX C. , Mem. Sci. Rev. Met. , **72**, 693 (1975)

GUIU F. , Scripta Metall. , **3**, 449 (1969)

HAESSNER F. et MAYER-ROSA D. , Z. Metallkd. , **58**, 12 (1967)

HAVNER K. S. , Proc. Roy. Soc. London, **378 A**, 329 (1981)

HONNEFF H. et MECKING H. , Proc. I. C. O. T. O. M. 5 (ed. by G. Gottstein and K. Lücke), Springer, Berlin, **1**, 265 (1978)

HOSFORD W. F. et CHIN G. Y. , Trans. A. I. M. E. , **245**, 877 (1969)

HU H. , Trans. A. I. M. E. , **221**, 130 (1961)

HU H. , Texture, **1**, 233 (1974)

KALLEND J. S. et DAVIES G. J. , Phil. Mag. , **25**, 471 (1972)

KOCKS U. F. , CANOVA G. R. et JONAS J. J. , Acta. Metall. , **31**, 1243 (1983)

KOCKS U. F. et CHANDRA H. , Acta. Metall. , **30**, 695 (1982)

KOH P. K. et DUNN C. G. , Trans A. I. M. E. , **203**, 401 (1955)

KRONER E. , Acta. Metall. , **9**, 155 (1961)

LEQUEU Ph. , GILORMINI P. , MONTHEILLET F. , BACROIX B. et JONAS J.J. , Acta. Metall. , **35**, 439 (1987)

LUCKE K. , DARMANN C. et HIRSCH J. , Trans. Indian Inst. Met. , **38**, 496 (1985)

Mc HARGUE C. J. et HAMMOND J. P. , J. Metals, **4**, 745 (1952)

MOLLER H. et STABLEIN H. , Arch. Eisenhüttenwes. , **29**, 377 (1958)

MONTHEILLET F. , ORLANS-JOLIET B. et TAVERNIER Ph. , Matér. Tech. (Paris), à paraître

OPINSKY A. J. et SMOLUCHOWSKI R. F. , J. Appl. Phys. , **22**, 1380, 1488 (1951)

ORLANS-JOLIET B. , BACROIX B. , MONTHEILLET F. , DRIVER J. H. et JONAS J. J. , Acta. Metall. , **36**, 1365 (1988)

OSTERLE W. , WEVER H. et BUNGE H. J. , Met. Sci. , **17**, 333 (1983)

PIERCE D. , ASARO R. J. et NEEDELMAN A. , Acta. Metall. , **31**, 1951 (1983)

PUGH J. W. , Trans A. I. M. E. , **212**, 637 (1958)

RAPHANEL J. L. , SCHMITT J. H. et VAN HOUTTE P. , Mater. Sci. Eng. , **108 A**, 227 (1989)

RAPHANEL J. L. et VAN HOUTTE P. , Acta. Metall. , **33**, 1481 (1985)

RENOUARD M. et WINTENBERGER M. , C. R. Acad. Sci. Paris, **283 B**, 237 (1976)

RENOUARD M. et WINTENBERGER M. , C. R. Acad. Sci. Paris, **292 II**, 385 (1981)

ROCHE C. , Thèse de Doctorat d'Etat, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI (1976)

SCHLAFER D. et BUNGE H. J. , Texture, **1**, 157 (1974)

SCHMID E. et BOAS W. , Kristallplastizitaet mit besonderer berücksichtigung der metalle, Springer-Verlag, Berlin (1935)

SCHMITT J. H. et RAPHANEL J. L. , Mater. Sci. Eng. , **80**, 31 (1986)

SEGMULLER A. et WASSERMANN G. , Freiberger Forschungsh. , **38 B**, 38 (1960)

SKALLI A. , Thèse de Doctorat d'Etat, Institut National Polytechnique de Grenoble, Saint-Etienne (1984)

SPITZIG W. A. , Acta. Metall. , **27,** 523 (1979)

SUE P. L. et HAVNER K. S. , J. Mech. Phys. Solids, **32,** 417 (1984)

TAOKA T. , FURUBAYASHI E. et TAKEUCHI S., Trans. Nat. Res. Inst. Met. (Japon), **9,** 155 (1967)

TAOKA T. , TAKEUCHI S. et FURUBAYASHI E. , J. Phys. Soc. Japon, **19,** 701 (1964)

TAYLOR G. I. , J. Inst. Metals, **62,** 307 (1938)

TAYLOR G. I. , Proc. Deformation and Flow of Solids (ed. by R. Grammel), Springer, Berlin, **4,** 3 (1956)

TAYLOR G. I. et ELAM C. F. , Proc. R. Soc. London, **112 A,** 337 (1926)

TOME C. et KOCKS U. F. , Acta. Metall. , **33,** 603 (1985)

VAN DER WALT C. M. , Acta. Metall. , **17,** 393 (1969)

VAN HOUTTE P. , Proc. I. C. O. T. O. M. 5 (ed. by G. Gottstein and K. Lücke), Springer, Berlin, **1,** 347 (1978)

VAN HOUTTE P. , Proc. I. C. O. T. O. M. 6 (ed. by S. Nagashima), The Iron and Steel Institute of Japan, Tokyo, **1,** 428 (1981)

VAN HOUTTE P. , Proc. I. C. O. T. O. M. 7 (ed by C. M. Brakman, P. jongenburger and E. J. Mittemeijer), Netherlands Soc. Mater. Sci. , Zwijndrecht, **1,** 7 (1984)

VAN HOUTTE P. , Proc. I.C.S.M.A. 7 (ed. By Headington Hill Hall), Montreal, **1,** 1701 (1985)

VAN HOUTTE P. et AERNOUDT E. , Z. Metallkd. , **66,** 202 (1975)

VANDERMEER R. A. et OGLE J. C. , Trans. A. I. M. E. , **242,** 1317 (1968)

VANDERMEER R. A. , VOLD C. L. , IMAM M. A. et RATH B. B. , Proc. I. C. O. T. O. M. 8 (ed. by J. S. Kallend and G. Gottstein), The Metallurgical Society, Santa Fe, **1**, 543 (1987)

VITTEK V. et KROUPA F. , Phys. Status Solidi, **18 B**, 703 (1966)

VON MISES R. , Z. Angew. Math. Mech., **8**, 161 (1928)

WALTER J. L. et HIBBARD W. R. , TRANS. A. I. M. E. , **212**, 731 (1958)

WEVER F. et BOTTICHER H. , Z. Metalkd. , **57**, 473 (1966)

WONSIEWICZ B. C. et CHIN G. Y. , Metall. Trans. , **1**, 57 (1970)

ZARUBOVA N. et SESTAK B. , Phys. Status Solidi, **30 A**, 479 (1975)

* *
*

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
DES MINES DE SAINT-ETIENNE

N° d'ordre : 27ML
Année : 1989

Nom : ORLANS-JOLIET Bertine

Titre de la thèse : Déformation plastique de monocristaux de structure cubique centrée en compression plane

Spécialité : Sciences des Matériaux et Métallurgie

Mots clés :
- grandes déformations plastiques
- monocristal cubique centré
- surface d'écoulement
- compression plane
- systèmes de glissement.

Résumé :

Le comportement plastique d'un monocristal de structure cubique centrée soumis à de grandes déformations est étudié à partir des deux hypothèses suivantes: la loi de Schmid et l'homogénéité des contraintes et des déformations.

D'une part, les deux configurations possibles de la surface d'écoulement plastique pour ces cristaux c. c. sont tabulées dans le cas du glissement mixte sur les systèmes {110}<111> et {112}<111> en fonction du rapport ξ des cissions résolues critiques sur ces deux types de plans de glissement.

D'autre part, de nombreux cristaux de Fe-Si et de Nb d'orientations quelconques sont testés en compression plane partiellement imposée jusqu'à des déformations vraies de 0.5. Les résultats expérimentaux concernant les contraintes d'écoulement, les changements de forme, les réorientations cristallines, les systèmes actifs sont comparés aux prévisions théoriques issues du modèle de Taylor-Bishop-Hill compte tenu des conditions aux limites mixtes de l'essai. De plus, l'influence sur le comportement plastique du choix des systèmes de glissement ainsi que de leurs cissions résolues critiques est examinée de façon systématique lors de simulations numériques. L'excellent accord entre la théorie et l'expérience a permis de montrer que la déformation plastique d'un cristal c. c. soumis à des conditions de glissement multiple est correctement décrite par l'hypothèse d'un glissement mixte plus facile sur les systèmes {112}<111> que sur les systèmes {110}<111>.